Filtrage analogique

- **Définition**

Le filtrage est une forme de traitement de signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques, qui modifient son spectre de fréquence et/ou sa phase et donc sa forme temporelle.

Il peut s'agir soit :

- d'éliminer ou d'affaiblir des fréquences parasites indésirables
- d'isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles.

- **Domaines d'application**

- Traitement de signaux audio, vidéo, radio…
- Télécommunications, télémétrie…
- Instrumentation scientifique, médicale, radars…
- Acquisition numérique de données (anti-repliement)
- Réjection de bruit (alimentation électrique…)

- **Différents types de filtres**

TYPE	COMPOSANTS	SPECIFITES
Filtre numérique	Circuits logiques intégrés	▶ Signaux numérisés ▶ F < 100MHz ▶ convient en grande série ▶ entièrement programmable
Filtres passifs	Circuit discret L et C, Composants piézoélectriques (quartz)	▶ F élevée ▶ pas d'alimentation ▶ non intégrable
Filtres actifs	AIL, R et C	▶ F < 1 MHz ▶ besoin d'alimentation ▶ tension filtrée faible < 12V
Filtres à capacité commutée	AIL, Interrupteur commandé MOS, R et C intégré	▶ F < qq MHz ▶ besoin d'alimentation ▶ intégrable ▶ fréquence programmable

-Type : passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande, passe-tout.
- fréquence(s) de coupure
- pente des variations (liée à l'ordre du filtre)
- retard de phase
- retard de groupe

Ces filtres sont définis par leurs fonctions de transferts complexe $H(jw)$, Module $H(w)= |H(jw)|$, *le Gain en dB* $G_{dB}= 20\log(H(w))$ et l'argument $\varphi = \arg(H(w))$.

- **Filtres passif**

- **Définition**

- **Filtre passif** : le gain maximal est inférieur ou égal à 0dB : **Gmax£0dB** (la structure est réalisée uniquement à l'aide de composants passifs : résistances, condensateurs, inductances)**.**

- **La fréquence de coupure f_C**

Pour les filtres **passe haut et passe bas** on définit **la fréquence de coupure f_C** comme étant la fréquence pour laquelle **$G(dB)=G_{MAX}$ - 3dB.** Elle s'obtient directement grâce au diagramme de Bode du gain.

- **La bande passante BP**

Pour les filtres **passe bande** on définit **la bande passante BP** comme étant la plage de fréquences pour laquelle le filtre laisse passer les fréquences.

Il existe 2 fréquences de coupures f_{C1} et f_{C2}. Si on considère que $f_{C2} > f_{C1}$ alors $BP = f_{C2} - f_{C1}$.

- **La bande réjectrice BR**

Pour les filtres **réjecteur de bande** on définit **la bande réjectrice BR** comme étant la plage de fréquences pour laquelle le filtre supprime les fréquences.

Il existe 2 fréquences de coupures f_{C1} et f_{C2}. Si on considère que $f_{C2} > f_{C1}$ alors $BR= f_{C2} - f_{C1}$.

- **Fonction de transfert**

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre.

- **Filtres passifs d'ordre 1**

- **Filtre passe bas**

- Sélection des fréquences basses.
- Elimination des fréquences supérieures à *la* fréquence de coupure.
- Bande passante $BP=[0 , f_c]$.

- **Fonction de transfert du 1ier ordre**

Le filtre peut être de type RC ou RL

$H(jw) = \frac{H_0}{1+j\frac{w}{w_c}}$, avec

$w_c = \frac{1}{RC}$, ou $w_c = \frac{R}{L}$, H_0 gain statique (gain à très basse fréquence)

- **Représentation dans le plan de Bode**

$|H(jw)| = \frac{H_0}{\sqrt{1+\left(\frac{w}{w_c}\right)^2}}$, $\varphi = \arg(|H(jw)|) = arctg(0) - arctg\left(\frac{w}{w_c}\right)$

$H_{dB} = 20\log(H_0) - 10\log\left(1+\left(\frac{w}{w_c}\right)^2\right)$

- **Etude de l'asymptote basses fréquences (lorsque ω tend vers 0)**

Pour $\frac{w}{w_c} \ll 1, ou\ w < \frac{w_c}{10}$,

$|H(jw)| = H_0$ et $H_{dB} = 20\log(H_0)\ dB \rightarrow$ ***diagramme de gain*** *a une asymptote* $y_1(w) = 20\log(H_0)$

$\lim_{w\to 0} \varphi = 0$, $\rightarrow$ ***diagramme de phase*** *a une asymptote horizontale en* 0

- **Etude de l'asymptote hautes fréquences (lorsque ω tend vers ∞)**

$\frac{w}{w_c} \gg 1, ou\ w > 10w_c$, $|H(jw)| = \frac{H_0 w_c}{w}$ et $H_{dB} = 20\log(H_0 w_C) - 20\log(w)$

$\rightarrow$ ***diagramme de gain*** *a une asymptote oblique* $y_2(w) = 20\log(H_0 w_c) - 20\log(w)$

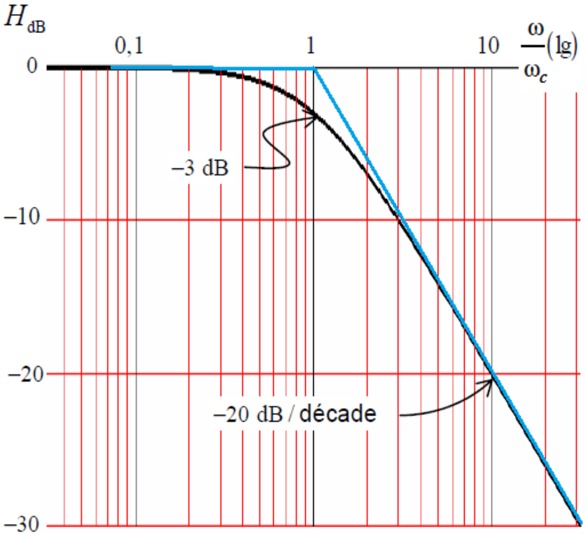
$\lim_{w\to\infty} \varphi = arg\left(\frac{H_0 w_c}{jw}\right) = -\frac{\pi}{2}$ $\rightarrow$ ***diagramme de phase*** *a une asymptote horizontale à* $-\frac{\pi}{2}$

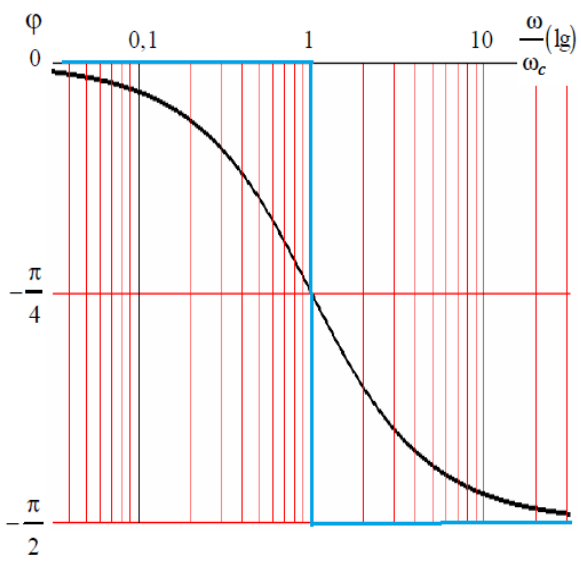
- **BEtude de points particuliers du diagramme**

$w = w_c$, $|H(jw)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$, $H_{dB} = 20\log(H_0) - 20\log(\sqrt{2}) = H_{MAX} - 3dB$

$\varphi = -\frac{\pi}{4}$

- **Diagramme de Bode (asymptotique et réel) du circuit passe-bas d'ordre 1**





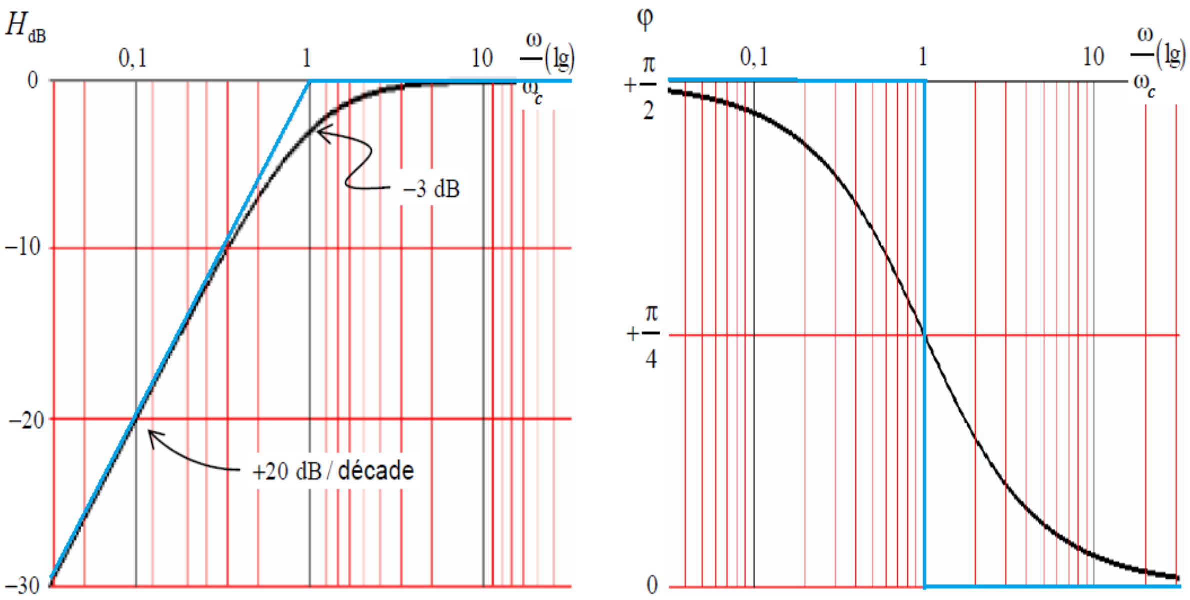
- Filtre passe haut

$H(jw) = H_0 \frac{j\frac{w}{w_c}}{1+j\frac{w}{w_c}}$, $w_c = \frac{1}{RC}$, ou $w_c = \frac{R}{L}$, H_0 gain statique (gain à très basse fréquence)

$|H(jw)| = \frac{H_0\frac{w}{w_c}}{\sqrt{1+\left(\frac{w}{w_c}\right)^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{1+\left(\frac{w_c}{w}\right)^2}} =$, $\varphi = \arg(|H(jw)|) = arctg(0) + arctg\left(\frac{w_c}{w}\right)$

$H_{dB} = 20\log(H_0) - 10\log\left(1+\left(\frac{w_c}{w}\right)^2\right)$

$w \to 0: \begin{cases} H_{dB} = 20log\left(\frac{w}{w_c}\right) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$, $w \to \infty : \begin{cases} H_{dB} = 20log(H_0) \\ \varphi = 0 \end{cases}$



• Filtres passifs d'ordre 2

- Filtre R,L,C passe-bas

$$H(jw) = H_0 \frac{\frac{1}{jCw}}{\frac{1}{jCw}+R+jLw} = \frac{H_0}{1+jRCw-LCw^2} = \frac{H_0}{1-\left(\frac{w}{w_c}\right)^2+j\frac{1}{Q}\left(\frac{w}{w_c}\right)}$$

- *Formes asymptotiques*

$$H_{dB} = 20log(H_0) - 10log\left(\left(1-\left(\frac{w}{w_c}\right)^2\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{w}{w_c}\right)\right)$$

$w \to 0: \begin{cases} H_{dB} = 20log(H_0) \\ \varphi = 0 \end{cases}$, $w \to \infty : \begin{cases} H_{dB} = 20log(H_0) - 40log\left(\frac{w}{w_c}\right) \\ \varphi = -\pi \end{cases}$

$$w = w_c : \begin{cases} H_{dB} = 20log(H_0) + 20\log(Q) \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Posons $x = \frac{w}{w_c}$

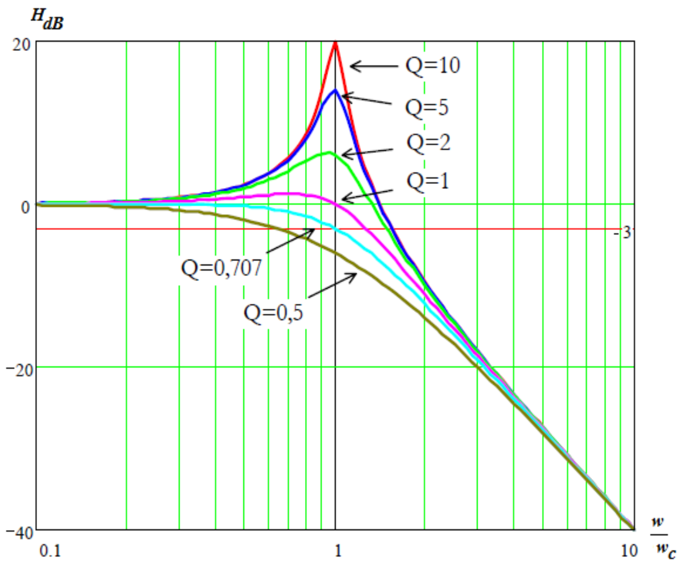
Module du dénominateur $|D| = \left[(1-x)^2 + \frac{x}{Q^2}\right]^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \quad |D|^2 = (1-x)^2 + \frac{x}{Q^2}$, $\quad \frac{d^2|D)|^2}{dx^2} = 2 > 0$

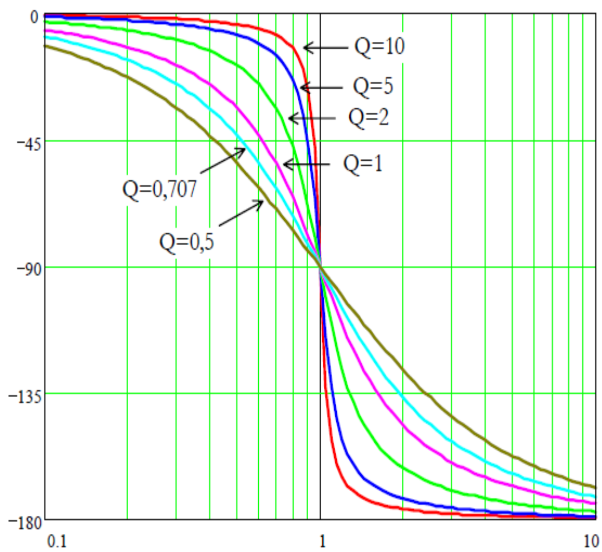
Pour $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, le module du gain est une fonction monotone décroissante de ω.

Pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ le module du gain passe par un maximum H_1 pour une pulsation w_1 inferieur à la pulsation de coupure

$$H_1 = H_0 \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad , \quad et \ w_1 = w_c \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

- **Diagramme de gain et de phase pour différentes valeurs de Q pour H_0=1**





- **Filtre passe haut d'ordre 2** (même chose que Passe bas d'ordre 2) **à faire !!**

- **Filtre passe-bande**

$$H(jw) = H_0 \frac{R}{R + j\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)} = \frac{H_0}{1 + j\left(\frac{Lw}{R} - \frac{1}{RCw}\right)} = H_0 \frac{1 - jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$|H(jw)| = \frac{H_0}{\left[1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \quad , \quad \varphi = \text{arctg}\left(-Q\left(x - \frac{1}{x}\right)\right)$$

Pour toute valeur du facteur de qualité, le gain est maximal pour $x = 1$, avec $H = 1$. La bande passante est définie comme l'intervalle de pulsations pour lesquelles H ≥ H_{MAX} ; calculons les pulsations de coupure correspondant à ces gains :

$$\left[1+Q^2\left(x_c-\frac{1}{x_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x_c-\frac{1}{x_c}=\mp\frac{1}{Q}\ ,\ x_c^2-\frac{x}{Q}-1=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1}{2Q}\pm\sqrt{\frac{1}{4Q}+1}$$

- *<u>Formes asymptotiques</u>*

$$H_{dB}=20\log\left(H_0\right)-10log\left(1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right)$$

$$w\rightarrow 0:\begin{cases}H_{dB}=20\log(H_0)+20log\left(\dfrac{x}{Q}\right)\\ \varphi=\dfrac{\pi}{2}\end{cases},\qquad w\rightarrow\infty:\begin{cases}H_{dB}=20\log\left(H_0\right)-20log(xQ)\\ \varphi=-\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$w=w_c\ :\ H_{dB}=20\log(H_0)\,,\qquad \varphi=0$$

Les asymptotes se coupent en log(x)= 0, avec $H_{dB}=20\log(H_0)-20\log\left(Q\right)$. Elles sont au-dessus de l'axe *HdB* = 0

Lorsque $Q<1$. De plus, le déphasage est nul à la résonance. On peut finalement tracer le diagramme de Bode du filtre.