

**Domaine SNV : Biologie,Agronomie,Science Alimentaire,Ecologie**

# **Biophysique**

**Cours,Exercices et Travaux Pratiques**

**Domaine SNV : Biologie,Agronomie,Science Alimentaire,Ecologie**

**[www.facebook.com/DomaineSNV/](https://www.facebook.com/DomaineSNV/)**

## **Préface**

La biophysique est devenue une science primordiale dans notre temps moderne, où on la trouve dans divers domaines biologiques et médicaux. Ces applications se manifestent par le biais de plusieurs phénomènes physiques très importants qui nécessitent une connaissance préalable du domaine. Ce présent polycopié de cours que je présente, dans le cadre de mon habilitation (HDR) est destiné essentiellement aux étudiants des tronc-communs sciences naturelles et biomédicales pour bien comprendre les phénomènes de la biophysique. Le but de ce cours est d'offrir un large exposé des phénomènes physiques en biologie afin de comprendre tout les mécanismes utiles à cette matière. Les différents modes d'application de cette science y sont exposés, à savoir les propriétés et les caractéristiques quantitatives des solutions électrolytiques, le phénomène de diffusion à travers les membranes biologiques, l'étude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces), l'étude de la viscosité avec un rappel intéressant de quelques notions fondamentales de la mécanique des fluides.

Ce polycopié est le cours de biophysique tel qu'il est enseigné aux étudiants de tronc-commun des sciences de la nature et de la vie et des sciences biomédicales. Il fournit à la fois une description des phénomènes et des mécanismes en jeu, ainsi que des méthodes de base permettant de les quantifier, en s'appuyant sur les approches analytiques et expérimentales.

A cet égard, on note aussi que la plupart des chapitres sont appuyés par des exercices et des exemples concrets dans le domaine.

---

# *Tables des Matières*

---

### Table des Matières :

<b>Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques</b>	<b>Page 01</b>
<b>I-1 Définition et propriétés des solutions électrolytiques</b>	
A. Classification des solutions	
B. Caractéristiques quantitatives des solutions	
1. Fraction molaire	
2. Fraction massique	
3. Concentration molaire (Molarité)	
4. Concentration molale (molalité)	
5. Concentration massique (Pondérale)	
6. Concentration molaire particulière (Osmolarité)	
7. Concentration Equivalente	
C. Loi de dilution d'Ostwald	
<b>I-2 Conductivité électrolytique</b>	
1- Degré de dissociation	
2- Coefficient d'ionisation	
3- Constante d'Oswald (constante d'équilibre)	
<b>TD I Propriétés des solutions électrolytiques</b>	<b>Page 11</b>
<b>Réponses aux exercices du TD I</b>	<b>Page 13</b>
<b>TP I La Conductivité des solutions aqueuses</b>	<b>Page 14</b>
<b>Chapitre II : Phénomènes de diffusion</b>	<b>Page 17</b>
<b>II-1 Introduction</b>	
<b>II-2 Diffusion du soluté à travers les membranes</b>	
A- Première loi de Fick	
B- Deuxième loi de Fick	
<b>II-3 Diffusion du solvant à travers les membranes: phénomène d'osmose</b>	
<b>TD II Diffusion et Osmose</b>	<b>Page 23</b>
<b>Réponses aux exercices du TD II</b>	<b>Page 24</b>

**Chapitre III: Etude des interfaces liquide-gaz (Phénomènes de surfaces)    Page 25**

**III-1 Introduction**

**III-2 Interface liquide-gaz:**

- A- Tension superficielle
  - 1. Force de tension superficielle
  - 2. Energie de cohésion
- B- Pression de Laplace et ses applications
  - 1. Les bulles d'air dans un liquide
  - 2. Les bulles de savon dans l'air
  - 3. Loi de Jurin

**III-3 Mesure et applications biologiques (l'appareil respiratoire)**

**TD III Interfaces liquide-gaz    Page 34**

**Réponses aux exercices du TD III    Page 35**

**TP II Mesure du coefficient de tension superficielle des solutions    Page 36**

**Chapitre IV: Hémodynamique    Page 38**

**IV-1 Introduction**

**IV-2 Etude de la viscosité**

- 1- Définition
- 2- Mesure de la viscosité

**IV-3 MECANIQUE DES FLUIDES**

- 1- Les Propriétés des Fluides
  - a- La densité
  - b- Densité relative
  - c- Pression des fluides
  - d- Théorème de Pascal
  - e- Théorème D'Archimède
- 2- Statique des fluides
- 3- Dynamique des fluides incompressibles
  - a- Définition
  - b- Equation Générale d'Ecoulement ou Equation de Bernoulli
    - 1- Cas des Fluides Parfaits (non visqueux)

2- Cas des Fluides réels (visqueux)

4- Application biologique de la mécanique des fluides: Vitesse de circulation sanguine

**TD IV Viscosité et Mécanique des Fluides**

**Page 48**

**Réponses aux exercices du TD IV**

**Page 49**

# *Chapitre I*

## *Généralité sur les*

## *solutions électrolytiques*

---

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

---

### I. Définition et propriétés des solutions électrolytiques

Au niveau macroscopique et microscopique, la solution aqueuse est définie comme un mélange homogène de deux matières ou plus; Elle est constituée d'une ou de plusieurs substances (corps) appelées solutés, dissoutes (solutions non électrolytiques: solution d'urée, de glucose, *etc...*) ou dissoutes et dissociées (solutions électrolytiques : solution de  $NaCl$ , de  $CaCl_2$ , *etc...*) dans l'eau appelée solvant [1][2].

A cet égard, on note que toutes les propriétés et les caractéristiques physico-chimiques des solutions aqueuses sont dépendantes de la nature de ces substances, de leurs états moléculaires ou ioniques et évidemment de leurs proportions.

#### A. Classification des solutions

On appelle solution tout mélange homogène en phase condensé de divers composés généralement dans un liquide jusqu'au stade moléculaire, pour cela nous citerons les différents types de solution selon la taille de leurs particules comme suit :

*Solution micromoléculaires (cristalloïdes):*

Dans cette solution, les molécules contiennent quelques dizaines d'atomes, par exemple Urée, Glucose,  $NaCl$ . Lorsque la solubilité du solide augmente, il existe une limite à partir de laquelle le solide ne se dissout plus, la solution dans ce cas est dite « Saturée ».

*Pseudo-Solutions (Colloïdes):*

Pas une vraie solution car elle contient de grosses molécules, par exemple le Sang, l'albumine humaine, FFp (plasma frais congelé) et gélatine.

*Solution macromoléculaires:*

Les molécules de cette solution contiennent entre  $10^3$  et  $10^9$  atomes comme l'ADN. Ce genre des molécules ne traversent pas certains types de membranes.

*Solution électrolytiques (solution ionique):*

Ce type de solutions contient des ions et ces ions sont obtenus par la dissociation de composés ioniques tel que : les acides, les bases et les sels. Elle conduit le courant et elle est électriquement neutre. Selon la dissociation (l'ionisation) des solutés, ces solutions sont subdivisées en deux types:

- **Electrolytiques forts** : où l'ionisation de la solution est totale, par conséquent, elle nous donne une bonne conductivité électrique comme les acides et les bases forts.
- **Electrolytiques faibles** : dans ce genre de solution la dissociation des solutés est partielle et elle nous donne une faible conductivité électrique comme les acides et les bases faibles ( $CH_3COOH$ ,  $CaCl_2$ ).



## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

### B. Caractéristiques quantitatives des solutions

#### 1. Fraction molaire

La fraction molaire  $f_i$  d'un constituant  $i$  s'exprime par le rapport de nombre de mole moléculaires  $n_i$  de ce constituant au nombre de moles moléculaires total  $n_{tot}$  de la solution.

$$f_i = \frac{n_i}{n_{tot}} = \frac{n_i}{\sum_i n_i} \text{ avec } \sum_i n_i = 1 \quad (\text{sans dim})$$

#### 2. Fraction massique

Soit  $m_i$  la masse de tout constituant  $i$  de la solution. La fraction massique  $M_i$  de ce constituant est donnée par le rapport de sa masse à la masse totale  $m_{tot}$  de la solution.

$$M_i = \frac{m_i}{m_{tot}} = \frac{m_i}{\sum_i m_i} \text{ avec } \sum_i m_i = 1 \quad (\text{sans dim})$$

**Domaine SNV : Biologie, Agronomie, Science Alimentaire, Ecologie**

#### Exemple

On dissout 15g d'acide éthanoïque  $CH_3COOH$  et 11g d'acide chlorhydrique  $HCl$  dans un litre d'eau ( $M=18 \text{ g/mol}$ ). Calculer

1. La fraction molaire de  $CH_3COOH$  et de  $HCl$  exprimées en pourcentage ?
2. Le pourcentage massique de la solution ?

On donne :  $C=12$ ,  $H=1$ ,  $O=16$ ,  $Cl=35,5 \text{ (g/mol)}$

1. Calcul de nombre de mole  $n_{CH_3COOH}$ ,  $n_{HCl}$  et  $n_{H_2O}$  :

Par définition, on a

$$n_{CH_3COOH} = \frac{m_{CH_3COOH}}{M_{CH_3COOH}} = \frac{15}{(12).2 + (16).2 + (1).4} = \frac{15}{60} = 0,25 \text{ mol.}$$

$$n_{HCl} = \frac{m_{HCl}}{M_{HCl}} = \frac{11}{(35,5).1 + (1).1} = \frac{11}{36,5} = 0,3 \text{ mol.}$$

$$n_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} = \frac{1000}{(16).1 + (1).2} = \frac{1000}{18} = 55,55 \text{ mol.}$$

Et les fractions molaires des solutés s'écrivent comme

$$\chi_{CH_3COOH} = \frac{n_{CH_3COOH}}{n_{CH_3COOH} + n_{HCl} + n_{H_2O}} = \frac{0,25}{0,25 + 0,3 + 55,5} = \frac{0,25}{56,1} = 0,0045.$$

$$\chi_{HCl} = \frac{n_{HCl}}{n_{CH_3COOH} + n_{HCl} + n_{H_2O}} = \frac{0,3}{0,25 + 0,3 + 55,5} = \frac{0,3}{56,1} = 0,0053.$$

**Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques**

---

Ou bien les résultats en termes de pourcentage comme suit

$$\chi_{\text{CH}_3\text{COOH}\%} = \chi_{\text{CH}_3\text{COOH}} \times 100 = 0,45 \%$$

$$\chi_{\text{HCl}\%} = \chi_{\text{HCl}} \times 100 = 0,53 \%$$

2. Calcul des pourcentages massiques de la solution, on a

$$\chi_{m\text{CH}_3\text{COOH}\%} = \frac{m_{\text{CH}_3\text{COOH}}}{m_{\text{CH}_3\text{COOH}} + m_{\text{HCl}} + m_{\text{H}_2\text{O}}} \times 100 = \frac{20 \times 100}{20 + 11 + 1000} = 1,94 \%$$

$$\chi_{m\text{CH}_3\text{COOH}\%} = \frac{m_{\text{HCl}}}{m_{\text{CH}_3\text{COOH}} + m_{\text{HCl}} + m_{\text{H}_2\text{O}}} \times 100 = \frac{11 \times 100}{20 + 11 + 1000} = 1,07 \%$$

**3. Concentration molaire moléculaire (Molarité) ( $C_M$ )**

La concentration molaire d'un soluté c'est la quantité de matière contenue par litre de solution. Elle est donnée par la relation suivante :

$$C_M = \frac{n}{V} \quad (\text{mol.l}^{-1})$$

La concentration d'une entité chimique  $X$  est notée  $C_X$  ou  $[X]$ .

Exemple la concentration molaire en ion de Sodium est notée par  $C_{\text{Na}^+}$  ou  $[\text{Na}^+]$ .

**4. Concentration molale (Molalité) ( $C_m$ )**

Cette concentration est donnée par le nombre de mole de soluté dissoute dans un kilogramme de solvant :

$$C_m = \frac{n}{m} \quad (\text{mol.kg}^{-1})$$

**5. Concentration massique ou pondérale ( $C_p$ )**

La concentration massique d'un soluté est la masse de solutés contenus par litre de solution. Elle est donnée par la relation :

$$C_p = \frac{m}{V} \quad (\text{g.l}^{-1})$$

Remarque :  $C_p = M C_M$ , où  $M$  est la masse molaire moléculaire du soluté.

**6. Concentration molaire particulaire (Osmolarité) ( $\omega$ )**

Elle est donnée par le nombre de moles particulières (des molécules non dissociables ou des ions) par litre de solution :

$$\omega = \frac{n_{\text{par}}}{V} \quad (\text{osmol.l}^{-1})$$

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

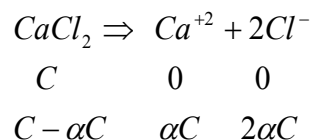
### Exemples

Glucose 0,1 mol.l<sup>-1</sup> soit 0,1 osmol.l<sup>-1</sup>

NaCl 0,1 mol.l<sup>-1</sup> soit 0,2 osmol.l<sup>-1</sup>

Po<sub>4</sub>Na<sub>3</sub> 0,015 mol.l<sup>-1</sup> soit 0,06 osmol.l<sup>-1</sup>

CaCl<sub>2</sub> 0,1 mol.l<sup>-1</sup> de Coefficient de dissociation  $\alpha$



$$\omega = C(1 - \alpha C) + \alpha C + 2\alpha C = (1 + 2\alpha)C$$

### 7. Concentration équivalente (C<sub>eq</sub>)

La concentration équivalente est le nombre d'équivalent-gramme par litre de solution, où l'équivalent-gramme représente la quantité de matière transportant une charge électrique égale à un Faraday.

#### Exemple

23g de Na<sup>+</sup> (1 mol de Na<sup>+</sup>) transportent 1F donc correspondant à 1Eq.

40g de Ca<sup>+2</sup> (1 mol de Ca<sup>+2</sup>) // 2F // 2Eq.

58,5g de NaCl (1 mol de NaCl) // 2F // 2Eq.

En d'autre terme, pour une solution ionique, la concentration équivalente C<sub>eq(i)</sub> d'une espèce ionique i est égale au produit de la concentration molaire ionique C<sub>i</sub> par la valeur absolue de la valence Z<sub>i</sub> de l'ion comme  $C_{eq(i)} = C_i |Z_i|$  (Eq.l<sup>-1</sup>).

Donc pour une solution contenant plusieurs espèces ioniques différentes, la concentration équivalente est égale à la somme des concentrations équivalentes des formes anioniques et cationiques :

$$C_{eq} = \sum_i C_i^- |Z_i^-| + \sum_j C_j^+ |Z_j^+|$$

Remarque : D'après le principe de l'électro-neutralité, on a  $\sum_i C_i^- |Z_i^-| = \sum_j C_j^+ |Z_j^+|$ ,

et on en déduit que  $C_{eq} = 2 \sum_i C_i^- |Z_i^-| = 2 \sum_j C_j^+ |Z_j^+|$ .

#### Exemple

Considérons une solution de Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (142 g/mol) obtenue après dissolution d'une masse m=14,2 g de cristaux Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> dans 500 ml litre d'eau. Calculer la concentration équivalente de la solution.

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

On a  $Na_2SO_4 \rightarrow 2Na^+ + SO_4^{-2}$

La concentration molaire de soluté  $Na_2SO_4$  est donnée par

$$C_{M_{Na_2SO_4}} = \frac{n_{Na_2SO_4}}{V} = \frac{m_{Na_2SO_4} / M_{Na_2SO_4}}{V} = \frac{14,2 / 142}{0,5} = 0,2 \text{ mol.l}^{-1}.$$

Et par définition, la concentration équivalente de la solution est donnée également par

$$C_{eq_{Na_2SO_4}} = C_{eq_{Na^+}} + C_{eq_{SO_4^{-2}}} = C_{M_{Na^+}} |Z_{Na^+}| + C_{M_{SO_4^{-2}}} |Z_{SO_4^{-2}}|.$$

Avec

$$C_{M_{Na^+}} = 2C_{M_{Na_2SO_4}} = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ mol.l}^{-1}, \quad Z_{Na^+} = +1$$

$$C_{M_{SO_4^{-2}}} = C_{M_{Na^+}} = C_{M_{Na_2SO_4}} = 0,2 \text{ mol.l}^{-1}, \quad Z_{SO_4^{-2}} = -2$$

Application numérique:  $C_{eq_{Na_2SO_4}} = 0,4|+1| + 0,2|-2| = 0,8 \text{ Eq.l}^{-1}.$

### C. Loi de dilution d'Ostwald

#### 1- Degré de dissociation

La dissociation partielle ou totale d'un soluté dans l'eau est parfaitement définie par le degré de dissociation  $\alpha$  comme suit[1].

$$\alpha = \frac{\text{nombre de molécules dissociées}}{\text{nombre de molécules initiales}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Selon les valeurs du degré de dissociation  $\alpha$ , on peut distinguer trois cas particuliers :

- Lorsque  $\alpha = 0$ , nous n'aurons pas une dissociation tel que le Glucose et l'Urée.

Une molécule  $\longrightarrow$  Une particule

Dans ce cas, on déduit directement que l'osmolarité est égale à la molarité:  $\omega = C_M$ .

- Lorsque  $0 < \alpha < 1$ , nous aurons une dissociation partielle telle que  $CH_3COOH$ ,  $CaCl_2$ .

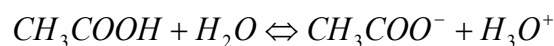
Une molécule  $\longrightarrow$  Plusieurs particules (des ions + molécules non dissociables).

Dans ce cas, l'expression générale de la concentration osmolaire de la solution devient :  $\omega = C_M (1 + \alpha(\beta - 1))$ . où  $\beta$  représente le nombre des ions créés par la dissociation.

#### Exemple

[www.facebook.com/DomaineSNV/](http://www.facebook.com/DomaineSNV/)

La concentration osmolaire de l'acide acétique  $CH_3COOH$  avec un coefficient  $\alpha = 0,1$



est donnée par:  $\omega_{CH_3COOH} = C_{M_{CH_3COOH}} (1 + 0,1(2 - 1)) = 1,1 C_{M_{CH_3COOH}}$

**Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques**

- Lorsque  $\alpha = 1$ , nous aurons une dissociation totale telle que les électrolytes forts. Donc  
 Une molécule  $\longrightarrow$  Plusieurs particules (que des ions).

Dans ce cas, on déduit directement que l'osmolarité est égale à la molarité:  $\omega = \beta C_M$ .

Exemples

- 1- L'osmolarité d'une solution de chlorure de sodium  $NaCl$  ( $\alpha = 1, \beta = 2$ ) de concentration molaire  $C_{M_{NaCl}}$  :  $NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$  est égale à :  $\omega_{NaCl} = 2C_{M_{NaCl}}$ .
- 2- L'osmolarité pour le sulfate de sodium  $Na_2SO_4$  ( $\alpha = 1, \beta = 3$ ) de concentration molaire  $C_{M_{Na_2SO_4}}$  :  $Na_2SO_4 \rightarrow 2Na^+ + SO_4^{2-}$ , est donnée par  $\omega_{Na_2SO_4} = 3C_{M_{Na_2SO_4}}$ .

**2- Coefficient d'ionisation**

Le coefficient d'ionisation  $i$  d'un électrolyte fort est égal au rapport entre le nombre de particules obtenues durant la dissociation et le nombre de molécules initiales introduites dans

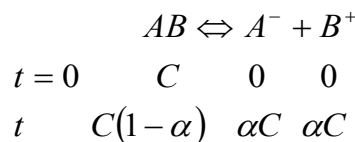
le solvant, soit: 
$$i = \frac{\text{nbr de particules}}{\text{nbr de molécules}} = \frac{\text{osmolarité}}{\text{molarité}} = \frac{\omega}{C_M}.$$

Une autre expression du coefficient d'ionisation décrit le cas des électrolytes faibles:

$$i = \frac{\omega}{C_M} = 1 + \alpha(\beta - 1)$$

**3- Constante d'Oswald (constante d'équilibre)**

- Pour un électrolyte faible binaire du type AB :

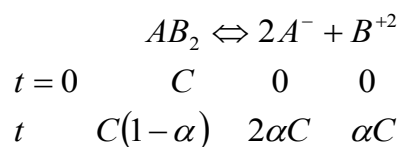


La constante d'Oswald K est définie par le quotient

$$K = \frac{[A^-][B^+]}{[AB]} = \frac{\alpha^2 C}{1 - \alpha}.$$

Si  $\alpha \ll 1$ , on peut écrire  $K = \alpha^2 C \Rightarrow \alpha = \sqrt{K/C}$ , sinon on ne peut plus négliger  $\alpha$  devant 1 et il faudra donc résoudre l'équation du second ordre en  $\alpha$  :  $\alpha^2 C + K\alpha - K = 0$ , pour le déterminer.

- Pour un électrolyte faible du type  $AB_2$  (comme  $CaCl_2$ ):



Dans ce cas, la constante d'Oswald est égale à  $K = \frac{[A^-]^2[B^{+2}]}{[AB_2]} = \frac{4\alpha^3 C^2}{1-\alpha}$ .

*Remarque:* pour un électrolyte faible,  $\alpha$  croît lorsque  $C$  diminue, et ainsi à forte dilution il se comportera comme un électrolyte fort.

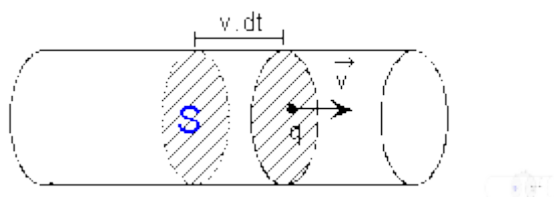
### II. Conductivité Electrolytique

Dans une solution électrolytique, dès qu'on s'élève au-dessus du zéro absolu, les ions (anions et cations) se déplacent. Au cours de ce déplacement ils se heurtent entre eux d'une manière chaotique. Leurs trajectoires sont donc désordonnées et la vitesse moyenne de déplacement est nulle.

Si on applique un champ électrique  $E$  entre les extrémités de cette solution, la trajectoire reste toujours chaotique, mais on voit apparaître un mouvement des ions, de vitesse moyenne  $v$ , dans le même sens et le sens inverse de celui du champ électrique  $E$ . par conséquent, nous aurons des conductivités électrolytiques anionique et cationique.

Afin d'obtenir les expressions de ces conductivités électrolytiques, il est très utile de faire une simple analogie avec la structure microscopique du courant électrique dans les conducteurs ohmiques.

Par souci de simplicité, on peut utiliser un modèle macroscopique décrivant les phénomènes microscopiques. Ici, tous les porteurs de charge (les électrons et les atomes ionisés) se déplacent à la même vitesse moyenne  $v$  appelée vitesse d'entraînement ou vitesse de dérive.



Nous considérons un conducteur en régime permanent. Soient les données suivantes:

- $n$  : le nombre de porteurs mobiles par unité de volume du conducteur (en  $m^{-3}$ )
- $q$  : la charge de chaque porteur
- $S$  : la surface d'une section droite du conducteur (en  $m^2$ )
- $v$  : la vitesse moyenne d'entraînement des porteurs de charge (en  $m.s^{-1}$ )

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

La quantité d'électricité qui traverse une section du conducteur  $S$  pendant la durée élémentaire  $dt$  correspond donc à la charge des porteurs se trouvant dans le volume  $Svdt$ .

$$dq = nqSvdt$$

D'où l'intensité du courant traversant le conducteur :

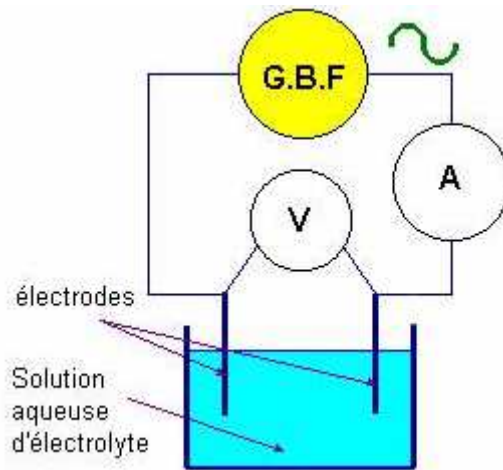
$$I = \frac{dq}{dt} = nqSv$$

D'un autre côté, il est bien connu que la conductivité électrique est définie par l'inverse de la résistivité  $\rho$ . De la loi d'ohm  $U = RI$  avec  $U = El$  et de l'expression de la résistance  $R = \rho l / S$ , on déduit la conductivité :

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{RS} = \frac{I}{ES} = nqu$$

Avec  $u = v / E$  représentant la mobilité électrique.

Expérimentalement, on peut noter que l'expression de la conductivité prédite prend la forme suivante:  $\sigma = K / R$  [ $s.m^{-1}$ ] avec  $K = l / S$  la constante de cellule et où  $l$  et  $S$  représentent respectivement la distance entre les deux électrodes et la section de cathode.



A la Fin, on conclut que l'expression générale de la conductivité d'une solution ionique est:

$$\sigma = \sigma^+ + \sigma^- = \sum n^+ q^+ u^+ + \sum n^- |q^- u^-|$$

Où :

$n^+$  (ou  $n^-$ ) représente le nombre de cations (ou d'anions) de charge  $q^+$  (ou  $q^-$ ) par unité de volume.

$u^+$  (ou  $u^-$ ) représente la mobilité cationique (ou anionique)

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

### Remarques:

a. La conductivité équivalente d'une solution de concentration équivalente  $C_{eq}$  est égale à

$$\Lambda = \frac{\sigma}{C_{eq}} \quad [sm^2.Eq^{-}]$$

b. Tant que la conductivité  $\sigma$  dépend de  $\alpha$ , alors la conductivité équivalente dépend également du  $\alpha$ .

c. A dilution infinie, c.-à-d.  $\alpha \rightarrow 1 \Rightarrow \Lambda \rightarrow \Lambda_{\infty}$ , où  $\Lambda_{\infty}$  est la conductivité équivalente limite.

d. Le degré de dissociation d'une solution  $\alpha$  est égal au quotient de sa conductivité équivalente par la conductivité équivalente limite:  $\alpha = \Lambda / \Lambda_{\infty}$ .

### Exemple

- Démontrer que la conductivité équivalente d'une solution aqueuse d'un électrolyte fort  $AB$  de concentration  $C$  est égale à:  $\Lambda = (\Lambda^+ + \Lambda^-) = (1/2)F(u^+ + u^-)$  où  $u^+$  et  $u^-$  sont les mobilités cationiques et anioniques.

- Calculer la conductivité équivalente limite de  $CH_3COOH$ , connaissant celle de:

$$(CH_3COONa:80; HCl: 385; NaCl: 110) \text{ cm}^2 \Omega^{-1}Eq^{-1}.$$

Par définition, on a :

$$\sigma = \sigma^+ + \sigma^- = \sum n^+ q^+ u^+ + \sum n^- |q^- u^-|$$

Pour un électrolyte fort :  $AB \rightarrow A^+ + B^-$ .

On note que :  $1mol \rightarrow N_{Avog} = 6,023.10^{23} \text{ atomes}$

et que  $n = C.v \rightarrow n_a^+$

Alors, on peut écrire  $n^+ = n^- = C.v.N_{Avog}$

Par unité de volume  $v=1l$ , la prédite expression devient  $n^+ = n^- = C.N_{Avog}$

La charge est égale a  $q^+ = Z^+.e = e$  et  $q^- = Z^-.e = -e$

Donc  $\sigma = C.N_{Avog}.e(u^+ + |u^-|) = C.F(u^+ + |u^-|)$ . où  $F = N_{Avog}.e$

Finalement, la concentration équivalente vérifie les relations suivantes:

$$\Lambda = \frac{\sigma}{C_{eq}} = \frac{\sigma}{2C} = \frac{1}{2}F(u^+ + |u^-|)$$

Et on aura

$$\Lambda = \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2C} = \frac{1}{2}Fu^+ + \frac{1}{2}F|u^-| = \Lambda^+ + \Lambda^-$$



## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

---

- Calcul de la conductivité limite  $\Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COOH})}$  :

$$\Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COOH})} = \Lambda_{\infty(\text{H}^+)} + \Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COO}^-)} \quad (1)$$

On a:  $\Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COONa})} = \Lambda_{\infty(\text{Na}^+)} + \Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COO}^-)} \quad (2)$

$$\Lambda_{\infty(\text{HCl})} = \Lambda_{\infty(\text{H}^+)} + \Lambda_{\infty(\text{Cl}^-)} \quad (3)$$

$$\Lambda_{\infty(\text{NaCl})} = \Lambda_{\infty(\text{Na}^+)} + \Lambda_{\infty(\text{Cl}^-)} \quad (4)$$

Par substitution, on aura :  $(1) = (2) + (3) - (4)$

Donc, on peut écrire:

$$\Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COOH})} = \Lambda_{\infty(\text{CH}_3\text{COONa})} + \Lambda_{\infty(\text{HCl})} - \Lambda_{\infty(\text{NaCl})} = 80 + 385 - 110 = 355 \text{ cm}^2\Omega^{-1}\text{Eq}^{-1}.$$

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

### TD N°01- Propriétés des Solutions Electrolytiques-

#### Exercice 01:

On souhaite préparer 450 g d'une solution d'acide chlorhydrique avec le pourcentage massique 15% à partir de deux solutions: l'une, notée  $S_1$ , d'acide chlorhydrique de pourcentage massique 25% et l'autre, notée  $S_2$ , d'acide chlorhydrique de pourcentage massique 10%. Quelles quantités d'acides doit-on utiliser ?

#### Exercice 02:

Le sérum physiologique est une solution de chlorure de sodium. Une préparation d'un litre pour une perfusion contient 0,9% en masse de  $NaCl$ .

- Déterminer la concentration massique de cette solution, si la masse volumique de cette solution est :  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ . En déduire sa concentration molaire?

#### Exercice 03:

Une solution aqueuse contient 25g par litre d'urée dont la masse est 60 g/mol.

Indiquer les différentes expressions de la concentration de l'urée?

Quelle est l'osmolarité d'une solution de  $KCl$  qui contient 25g de sel par litre?

On donne:  $K=39 \text{ g/mol}$

#### Exercice 04:

Dans une fiole jaugée de 250 ml, on introduit 1,39 g de chlorure de calcium solide ( $CaCl_2$ ), 3,51 g de chlorure de sodium solide  $NaCl$ , 10 ml de solution de chlorure de sodium à 0,5 mol.l<sup>-1</sup> et de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

1- Quelles sont les concentrations équivalentes des ions  $Ca^{2+}$ ,  $Na^+$ ,  $Cl^-$  ?

2- Vérifier que la solution est électriquement neutre?

Avec ( $Ca=40$  ;  $Na=23$  ;  $Cl=35,5$ ) g.mol<sup>-1</sup>.

#### Exercice 05:

La constitution de 1l d'une solution est la suivante

Soluté	Molarité $C_M \text{ mole/l}$	Osmolarité $w \text{ osmol/l}$	C Equivalente $C_{eq} \text{ q/l}$	Pondérale $C_p \text{ g/l}$
$NaCl$ (58,5g/mol)	0,1			
$Na_3PO_4$ (164g/mol)				3,28
Glucose (180g/mol)	0,05			
Urée (60g/mol)		0,01		
$CaCl_2$ (111g/mol) $\alpha = 0,5$				
Solution				

## *Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques*

---

Complétez le tableau au-dessus? On donne:  $C_{\text{eq}}(\text{cations}) + 1/2 C_{\text{eq}}(\text{anions}) = 0,315 \text{Eq/l}$ .

### **Exercice 06:**

- 1- Ecrire l'équation bilan de la dissolution du fluorure de calcium  $\text{CaF}_2$  dans l'eau.
- 2- Calculer sa conductivité molaire à  $18^\circ$  ?
- 3- La conductivité à  $18^\circ$  d'une solution saturée de fluorure de calcium est de  $3,71 \text{ mS.m}^{-1}$ .  
Déduire les concentrations molaires des ions de la solution à  $18^\circ$  ?

On donne :  $\Lambda_{\text{F}^-} = 4,04 \text{ mS.m}^2 \text{mol}^{-1}$ ,  $\Lambda_{\text{Ca}^{+2}} = 10,5 \text{ mS.m}^2 \text{mol}^{-1}$ .

### **Exercice 07:**

On dispose d'une solution de référence de  $\text{KCl}$  à  $0,2 \text{ M}$  d'une conductivité de  $0,2768 \text{ S/m}$  et d'une résistance de  $82,40 \Omega$  à  $25^\circ\text{C}$ .

- 1- Calculer sa conductivité molaire et sa constante de cellule?
- 2- Calculer la conductivité et la conductivité molaire d'une solution de  $\text{K}_2\text{SO}_4$  à  $0,0025 \text{ M}$  à  $25^\circ\text{C}$  si sa résistance est  $326 \Omega$ . Déduire sa résistivité?

# Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

## TD N°01-Réponses des exercices:

### Exercice 01:

Les quantités d'acides:  $m_1=150\text{g}$ ,  $m_2=300\text{g}$ .

### Exercice 02:

La concentration pondérale:  $C_p=9\text{g/l}$ , la concentration molaire:  $C_M=0,154\text{ mol/l}$ .

### Exercice 03:

Les différentes expressions de la concentration:  $C_{M(\text{Urée})}=w_{\text{Urée}}=0,42\text{mol/l}$ ,  $C_p=25\text{g/l}$ ,  $C_{\text{eq}}=0\text{Eq/l}$ .

L'osmolarité  $w_{\text{KCl}}=0,67\text{osmol/l}$ .

### Exercice 04:

1) Les concentrations équivalentes :  $C_{\text{eq}(\text{Ca}^{+2})}=0,1\text{Eq/l}$ ,  $C_{\text{eq}(\text{Na}^+)}=0,26\text{Eq/l}$ ,  $C_{\text{eq}(\text{Cl}^-)}=0,36\text{Eq/l}$ .

2)  $C_{\text{eq}(\text{Ca}^{+2})} + C_{\text{eq}(\text{Na}^+)} = C_{\text{eq}(\text{Cl}^-)}$ .

### Exercice 05:

Soluté	Molarité $C_M$ mol/l	Osmolarité $w$ osmol/l	C Equivalente $C_{\text{eq}}$ Eq/l	Pondérale $C_p$ g/l
NaCl (58,5g/mol)	0,1	0,2	0,2	5,85
$\text{Na}_3\text{PO}_4$ (164g/mol)	0,02	0,08	0,12	3,28
Glucose (180g/mol)	0,05	0,05	0	9
Urée (60g/mol)	0,01	0,01	0	0,6
$\text{CaCl}_2$ (111g/mol) $\alpha = 0,5$	0,05	0,1	0,1	5,55
Solution	0,23	0,44	0,42	/

### Exercice 06:

4- On a :  $\text{CaF}_2 \rightarrow \text{Ca}^{+2} + 2\text{F}^-$ .

5- La conductivité molaire  $\Lambda_{M_{\text{CaF}_2}} = \Lambda_{\text{Ca}^{+2}} + 2\Lambda_{\text{F}^-} = 18,58\text{msm}^2\text{mol}^{-1}$ .

6- Dédution des concentrations molaires  $C_{M_{\text{Ca}^{+2}}} = 2.10^{-4}\text{mol.l}^{-1}$ ,  $C_{M_{\text{F}^-}} = 4.10^{-4}\text{mol.l}^{-1}$ .

### Exercice 07:

1- La conductivité molaire et la constante de cellule:

$$\Lambda_{M_{\text{KCl}}} = 1,384\text{sm}^2\text{mol}^{-1} \text{ et } C = 22,81\text{m}^{-1}.$$

2- La conductivité et la conductivité molaire de  $\text{K}_2\text{SO}_4$

$$\Lambda_{\text{K}_2\text{SO}_4} = 0,0699\text{sm}^{-1} \text{ et } \Lambda_{M_{\text{K}_2\text{SO}_4}} = 27,965\text{sm}^2\text{mol}^{-1}.$$

- Dédution de la résistivité:  $\rho_{\text{K}_2\text{SO}_4} = 14,306\text{s}^{-1}\text{m}$ .

## TP N°01 La Conductivité des solutions aqueuses

### 1- Objectif du TP

Mesure de la conductivité.

Détermination du coefficient de dissociation de Van't Hoff,

Mise en évidence d'un électrolyte faible et fort par la méthode de conductimétrie.

### 2- Equipements nécessaires :

Solution aqueuse d'HCl et de CH<sub>3</sub>COOH.

Conductimètre, eau distillée, burette, bécher et papier absorbant.

### I. Principe théorique

#### a. Concentration équivalente, (C<sub>eq</sub>)

La concentration équivalente mesure le nombre d'équivalents-grammes par unité de volume

de solution pour chaque espèce ionique  $\left( \frac{A}{Z_i} \cdot \frac{1}{V} \right)$ .

Avec:  $Z_i$ , la valence de l'ion considéré et  $A / Z_i$  appelé équivalent-gramme. Cette quantité est un porteur d'une charge, donc la concentration équivalente,  $C_{eq}$  mesure le nombre de charges effectivement présentes en solution

$$C_{eq} = \frac{C_p^i Z_i}{A} = C_m^i Z_i$$

$C_m^i$  : La concentration en ions-grammes ou la quantité d'ions effectivement présents en solution.

Ou si l'on connaît la masse de l'ion ( $m_i$ ) présent en solution et le volume de celle-ci:

$$C_{eq} = \frac{m_i}{V} \frac{Z_i}{A}$$

#### b. La Concentration équivalente d'un électrolyte fort et faible

En général, on connaît ce qui a été introduit lors de la préparation d'une solution. Pour un électrolyte, la concentration molaire  $C_m$  ne mesure que le nombre de molécules neutres introduites dans la solution donc, il faut relier  $C_m^i$  (concentration molaire de l'ion  $i$ ) et  $C_{eq}$  (concentration molaire de charge) à  $C_m$ .

Soit une molécule neutre  $[X_{\nu^+}, Y_{\nu^-}]$ , susceptible de se dissocier en  $p$  ions:

Tel que:  $\nu^+$  ions positives X de valence  $Z^+ > 0$  et  $\nu^-$  ions positives X de valence  $Z^- < 0$

On a  $p = \nu^+ + \nu^-$

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

---

### 1) Pour un électrolyte fort (totalement dissocié)

On a:

$$C_m^i = \frac{C_p^i}{A} = C_m \nu$$

Avec  $\nu$  : nombre des ions des deux signes donnés par la molécule dissocié.

Remplaçons l'équation(2) dans (1) on obtient pour chaque type d'ions:

$$C_{eq} = ZC_m \nu$$

### 2) Pour un électrolyte faible (partiellement dissocié)

Il faut tenir compte du degré de dissociation  $\alpha$  , l'équation (2) devient:

$$C_m^i = \frac{C_p^i}{A} = \alpha C_m \nu$$

L'équation (3) est alors

$$C_{eq} = \alpha ZC_m \nu .$$

## II. Principe expérimentale

### 1) Préparation des solutions aqueuses

On veut préparer une solution aqueuse contenant **37,5 %** d'acide chlorhydrique (HCl) en masse de densité  **$d=1,19$**  et aussi, une solution aqueuse contenant **99%** d'acide éthanóïque (CH<sub>3</sub>COOH) en masse et de densité  **$d=1,05$** . Après obtention de la solution aqueuse mère, on va diluer ces solutions avec de l'eau distillée pour obtenir différentes concentrations  $C_A$ .

### 2) Mesure de la conductivité( $\sigma$ ) par la méthode de conductimètre

- La mesure s'effectue on immergeant dans la solution une cellule de mesure comportant deux électrodes.
- Après chaque mesure on rince la cellule dans l'eau distillée pour le nettoyer puis on le sèche avec un papier absorbant.

#### Remarque :

Le conductimètre affiche directement une conductivité ( $\sigma$ ) en  $[\mu.S.cm^{-1}]$  ou  $[m.S.cm^{-1}]$  , il est recommandé de convertir les concentration en  $[mol.m^{-3}]$  et les conductivités  $\sigma$  en  $[S.m^{-1}]$ .

### 3) Questions

1- Faites les mesures de conductivité ( $\sigma$ ) pour chaque concentration et pour chaque solution et complétez le tableau ci-dessous.

## Chapitre I : Généralité sur les solutions électrolytiques

**Tableau 1 :**

$C_A$ (mol.l)	$5.10^{-4}$	$10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$2.10^{-2}$	$5.10^{-2}$	$10^{-1}$
$\sigma_{HCl} (S.m^{-1})$								
$\sigma_{CH_3COOH} (S.m^{-1})$								

2- Tracer les courbes de la conductivité molaire  $\Lambda [Sm^2.mol^{-1}]$  en fonction de  $\sqrt{C_A}$  pour chaque acide ?

3-a- Déterminer à l'aide des données, les conductivités limites  $\Lambda_0$  en utilisant la relation de Kohlrausch :

$$\Lambda = \Lambda_0 - a\sqrt{C_A}$$

3-b- Montrer que l'on peut atteindre  $\Lambda_0$  de l'un des acides, Justifier ?

4- A l'aide des données du second tableau, calculer  $\Lambda_0$  de l'un des acides en utilisant la relation :  $\Lambda_0(M^+X^-) = \lambda_0(M^+,aq) + \lambda_0(X^-,aq)$

Où  $M^+, X^-$  sont les ions conducteurs et  $\lambda_0(M^+,aq), \lambda_0(X^-,aq)$  les conductivités molaires à dilution infinie de chaque ion.

**Tableau 2 :**

Conductivités limites  $\Lambda_0 [Sm^2.mol^{-1}]$  de quelques électrolytes en solution aqueuse à 25°C.

Electrolyte	<i>HBr</i>	<i>NaBr</i>	<i>NaCH<sub>3</sub>CO<sub>2</sub></i>	<i>KCH<sub>3</sub>CO<sub>2</sub></i>	<i>KBr</i>
$10^4 \cdot \Lambda_0$	427,9	128,2	91	114,4	151,6

5- Conclusion ?

# *Chapitre II*

## *Phénomènes de Diffusion*

---



### II-1 Introduction

La diffusion est connue comme un moyen d'échange des molécules de soluté d'un compartiment à l'autre à travers une membrane. Elle tend à uniformiser la distribution des particules (des ions ou des molécules non dissociables), donc s'effectuant dans le sens des concentrations décroissantes et alors les particules se déplacent d'une région de forte concentration vers une région de faible concentration[1][3].

### II-2 Diffusion du soluté à travers les membranes:

Afin d'étudier le mouvement des molécules de soluté à travers les pores membranaires, nous citons les deux lois fondamentales de Fick suivant[1]

#### a- Première loi de Fick

On appelle le débit molaire diffusif du soluté  $J_D$  le transfert molaire du soluté considéré qui correspond au nombre de moles  $n$  traversant une membrane de surface  $S$  dans un temps  $dt$

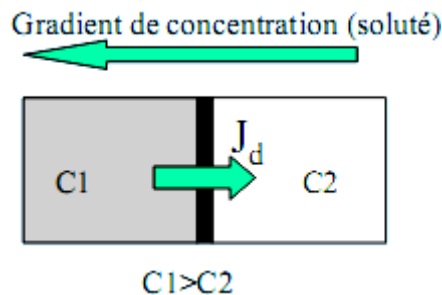
$$J_D = \frac{dn}{dt}$$

Il est donné par la première loi de Fick comme suit :

$$\text{A une dimension : } J_D = \frac{dn}{dt} = -DS_p \frac{dC}{dx} \quad (\text{mol.s}^{-1})$$

$$\text{Et à trois dimensions : } \vec{J}_D = -DS_p \vec{\text{grad}}(C) = -DS_p \vec{\nabla} C$$

Où  $\vec{\nabla} C = \frac{\partial C}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial C}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial C}{\partial z} \vec{k}$  est le gradient de concentration dans un repère cartésien.



Et le signe (-) exprime que le transfert diffusif se fait vers les concentrations les plus faibles.

Avec  $D \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$  est le coefficient de diffusion des molécules du soluté dans la solution.

Et  $S_p$  représente la surface totale des pores perméables au soluté, qui peut être donnée par l'expression suivante:  $S_p = N\pi a^2 = pS\pi a^2$ .

Où  $N$  est le nombre total de pores,  $a$  : le rayon des pores,  $p$  : le nombre de pores par unité de surface et  $S$  : la surface totale de la membrane.

## Chapitre II : Phénomènes de Diffusion

---

La loi de Fick peut facilement s'interpréter par le fait que le nombre de particules (ions ou molécules) se déplaçant dans une direction donnée, suite au mouvement désordonné, est proportionnel au nombre totale de ses particules et donc à la concentration. Donc le nombre de particules qui traversent la membrane en un temps déterminé est proportionnel à la concentration dans le volume de départ. Ainsi si nous comptabilisons les passages dans les deux sens, nous aurons un bilan global venant du volume le plus concentré car on aura plus de particules venant de ce volume où la concentration est la plus grande comparé au nombre de particules passant par la membrane et venant du volume où la concentration est faible. Ce bilan sera proportionnel à la différence de concentration et la constante de proportionnalité traduira les caractéristiques physiques de la solution et ses constituants et aussi celles de la membrane. La géométrie de la membrane (son épaisseur et sa capillarité) joue aussi un rôle dans ce phénomène vu qu'elle est le facteur qui entrave la libre circulation des particules entre les différentes zones de la solution.

Comme le coefficient de diffusion  $D$  joue un rôle primordial dans le phénomène de diffusion, il est commode d'étudier explicitement l'expression de ce coefficient qui est donné par :

$$D = RTb$$

Où  $R = 8,31 [J.K^{-1}.mol^{-1}]$ ,  $T[K]$  et  $b[s.kg^{-1}]$  représentent respectivement le coefficient de gaz parfaits, la température et la mobilité mécanique molaire.

Lorsqu'on considère une particule sphérique de rayon  $r[m]$  dans un milieu de viscosité  $\eta[pa.s]$ , l'équation de la mobilité mécanique devient comme :  $b^{-1} = N_A 6\pi\eta r$

Avec  $N_A = 6,023.10^{23}$  est le nombre d'Avogadro.

Qui peut nous mener à une nouvelle expression de coefficient de diffusion comme  $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r}$

Car  $k_B = R / N_A = 1,38.10^{-23} [J.K^{-1}]$  représente la constante de Boltzmann.

Dans un modèle de molécule sphérique, la masse est proportionnelle au volume et donc  $m \propto r^3$ , le coefficient de diffusion  $D$  prend la forme suivante :

$$D = \frac{CT}{\eta} \sqrt[3]{\frac{\rho}{M}}$$

Où  $C$  est une constante,  $\rho$  : la masse volumique et  $M$  : la masse molaire.

D'une façon plus générale pour une particule de forme géométrique quelconque:  $D = \frac{AT}{\sqrt[3]{M}}$

avec  $A$  est une constante.

## Chapitre II : Phénomènes de Diffusion

### Remarques :

- 1- l'expression de flux molaire à une dimension est donnée par :

$$J = \frac{J_D}{S_p} = -D \frac{dC}{dx} \quad (\text{mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1})$$

- 2- Chaque soluté donné diffuse indépendamment des autres solutés présents dans la solution et toujours vers le compartiment où il est le moins concentré (où sa concentration est moindre).

### Exemple

Soit une membrane d'épaisseur 0,1mm séparant deux compartiments A et B, le compartiment A contient une solution de glucose à 0.2 mol/l, la concentration de glucose dans le compartiment B est de 0.1mol/l.

- 1- Calculer le flux molaire initial de diffusion du glucose à 25°C sachant que le rayon de ces molécules supposées sphériques est  $r = 3\text{\AA}$ .

- 2- Quel serait le flux molaire initial de diffusion du glucose à 0°C?

On donne:  $k_B = 1,38.10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  et la viscosité de glucose;  $\eta_g = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ .

- 1- Calcul de flux molaire initial de diffusion du glucose  $J_{g_I}$  à 25°C:

$$\text{On a : } J_g = -D_{g_{25^\circ}} \frac{dC}{dx} \Rightarrow \int_0^h J_{g_I} dx = -\int_{C_A}^{C_B} D_{g_{25^\circ}} dC.$$

$$\text{Avec un calcul direct, on aura } J_{g_I} = \frac{D_g (C_A - C_B)}{h}.$$

A ce point, on doit déterminer le coefficient de diffusion  $D_{g_{25^\circ}}$  à 25°C :

$$\text{Par définition, on a } D_{g_{25^\circ}} = \frac{k_B \cdot T_{25^\circ}}{6\pi\eta_g r_g} = \frac{1,38.10^{-23} \cdot (25 + 273)}{6,3,14.10^{-3} \cdot 3.10^{-10}} = 7,28.10^{-10} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.$$

$$\text{Alors } J_{g_I} = \frac{7,28.10^{-10} (0,2 - 0,1).10^{+3}}{0,1.10^{-3}} = 7,28.10^{-4} \text{ mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1}.$$

- 2- Calcul de flux molaire initial de diffusion du glucose  $J'_{g_I}$  à 0°C.

Tout d'abord, il faut qu'on détermine la valeur de  $D_{g_{0^\circ}}$  à 0°C.

$$\text{Nous avons: } \frac{D_{g_{0^\circ}}}{D_{g_{25^\circ}}} = \frac{T_{0^\circ}}{T_{25^\circ}} \Rightarrow D_{g_{0^\circ}} = \frac{T_{0^\circ}}{T_{25^\circ}} D_{g_{25^\circ}} = \frac{(0 + 273)}{(25 + 273)} 7,28.10^{-10} = 6,67.10^{-10} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.$$

$$\text{Finalement: } J'_{g_I} = \frac{6,67.10^{-10} (0,2 - 0,1).10^{+3}}{0,1.10^{-3}} = 6,67.10^{-4} \text{ mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1}.$$

## Chapitre II : Phénomènes de Diffusion

---

### b- Deuxième loi de Fick

Au cours de la migration moléculaire à travers les pores de la membrane, la concentration unidimensionnelle  $C(x,t)$  en un point quelconque du système dépend de la position  $x$  et aussi du temps  $t$  et elle est une solution de l'équation du second ordre par rapport à la position, qui est donnée par la deuxième loi de Fick

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Dans le régime stationnaire, la concentration est indépendante du temps (cas de variation de la concentration à l'intérieur du pore)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \Rightarrow C = f(x)$$

Ce qui implique que la concentration devient une fonction linéaire du premier ordre en  $x$ .

#### Exemple

Soit une membrane poreuse qui sépare deux compartiments contenant du saccharose avec comme concentration 0,5 et 0,2 mol.l. Ces concentrations sont maintenues constantes au cours de la diffusion des molécules de saccharose à travers la membrane. On suppose le régime permanent (stationnaire) établi.

- Trouver le coefficient de diffusion du saccharose?
- Etablir la loi de variation de la concentration à l'intérieur de la membrane. Quelle est la valeur du flux de saccharose?

On donne: Le débit molaire du saccharose  $J_D = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.s}^{-1}$ .

Surface totale des pores de la membrane  $S_p = 0,05 \text{ m}^2$ .

Epaisseur de la membrane  $h = 10 \text{ } \mu\text{m}$ .

- Calcul de coefficient de diffusion du saccharose  $D_s$  :

D'après l'expression de débit molaire:  $J_{D_s} = -S_p \cdot D_s \cdot \frac{dC}{dx}$ .

On peut trouver  $\int_0^h J_{D_s} \cdot dx = -S_p \cdot D_s \cdot \int_{C_1}^{C_2} dC \Rightarrow D_s = \frac{J_{D_s} \cdot h}{(C_1 - C_2)}$

Application numérique:  $D_s = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 10^{-10} \cdot 0,05} = 8 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

Pour établir la loi de variation de la concentration à l'intérieur de la membrane, on utilise la

deuxième de Fick:  $\frac{\partial C}{\partial t} = D_s \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ .

Qui se réduit dans le cas de régime permanent à  $\frac{\partial C}{\partial t} = D_s \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$ .

Ce qui nous conduit à l'expression de la concentration suivante:  $C(x) = ax + b$

Où a et b sont des constantes à déterminer en utilisant les conditions aux limites de la membrane :

$$x = 0 \Rightarrow b = C_1 = 0,5 \text{ mol.l}^{-1}.$$

$$x = h \Rightarrow ah + b = 0,2 \Rightarrow a = \frac{0,2 - b}{h} = -3.10^4 \text{ mol.m}^{-1} \text{ l}^{-1}$$

Donc la loi de variation de la concentration C(x) s'écrit comme :

$$C(x) = -3.10^4 x + 0,5 \quad \text{avec } x \text{ en m.}$$

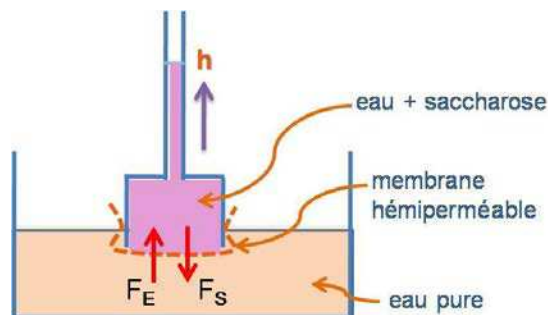
- Calcul du flux de saccharose, on a

$$J_s = -D_s \cdot \frac{dC}{dx} = -D_s \cdot (-3.10^4) = 8.10^{-10} \cdot 3.10^4 = 24.10^{-3} \text{ mol.m}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

### II-3 Diffusion du solvant à travers les membranes: phénomène d'Osmose

C'est un cas particulier des transports membranaires, plus précisément c'est un phénomène de transfert de molécules de solvant d'un compartiment à l'autre à travers une membrane imperméable au soluté considéré dans la solution, c'est-à-dire à travers la membrane qui supprime le flux de diffusion du soluté.

Physiquement, il faut bien comprendre la notion de la pression osmotique qui a été induite par Dutrochet (1826) en proposant un appareil (osmomètre) constitué d'un réservoir de verre rempli d'une solution (eau + soluté) colorée ( sorte de cylindre vertical dont la base est obturée par une membrane hémiperméable, donc imperméable au soluté : seul le solvant peut diffuser dans les deux sens, et dont la partie supérieure est reliée à un long tube vertical de petit calibre) et plongé dans un cristalliseur contenant de l'eau.



Au départ, le flux de solvant entrant  $F_e$  est très supérieur au flux sortant  $F_s$ , puis on atteint l'équilibre. A ce moment la pression hydrostatique  $p = h\rho g$  est égale à la pression osmotique. Donc la pression osmotique d'une solution est la pression hydrostatique qu'il

## Chapitre II : Phénomènes de Diffusion

---

faudrait exercer sur la solution pour empêcher le solvant pur de traverser la membrane. Elle est établie empiriquement à partir de nombreuses études expérimentales et finalement exprimées sous forme théorique par Vant'Hoff.

$$\pi = iC_mRT \quad \text{en } [Pa] \text{ ou } [N/m^2]$$

Avec :  $i$  est le coefficient d'ionisation qui peut être donné par  $i = 1 + \alpha(\beta - 1)$  pour un électrolyte faible et  $i = \beta$  pour un électrolyte fort.

$C_m$  : concentration molaire,  $R$  : constante des gaz parfaits et  $T$  : la température.

Dans cette expression, on peut également raisonner en osmolarité:  $\pi = \omega RT$ .

Exemple :

Calculer la pression osmotique à 27°C d'une solution aqueuse contenant 9g de glucose et 2,92g de NaCl par litre.

Avec :  $R=8,31 \text{ J.K.mol}^{-1}$ ,  $M_{NaCl}=58,5\text{g.mol}^{-1}$ ,  $M_{glucose}=180\text{g.mol}^{-1}$ .

Pour une solution avec plusieurs solutés:  $\pi = \sum_{i=1}^n \omega_i RT$

On note ici, que la solution contient deux solutés (n=2): glucose et NaCl

$$\pi = \pi_g + \pi_{NaCl} = (\omega_g + \omega_{NaCl})RT = \left( \frac{C_{p_{glucose}}}{M_{glucose}} + \frac{2C_{p_{NaCl}}}{M_{NaCl}} \right) RT$$
$$\pi = \left( \frac{9.10^3}{180} + 2 \frac{2,92.10^3}{58,5} \right) 8,31.300 = 373.10^3 \text{ pascal}$$

### TD N°02- Diffusion & Osmose-

#### Exercice 01:

Soit une solution d'hémoglobine de concentration  $2.10^{-4} \text{ mol/l}$  qui diffuse à travers une membrane de surface diffusante  $S=5\text{cm}^2$  jusqu'à une concentration de  $8.10^{-5} \text{ mol/l}$  de l'autre côté. Déterminer la masse d'hémoglobine qui s'est déplacée de  $3\text{cm}$  pendant  $5 \text{ min}$ . On donne  $D_{\text{hémoglobine}}= 6,9.10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$  et  $M_{\text{hémoglobine}}= 68 \text{ kg/mol}$ .

#### Exercice 02:

Une cuve horizontale de section circulaire de rayon  $6\text{cm}$  et de volume égale à  $10\text{L}$  est séparée en deux compartiments égaux par une cloison semi perméable mobile (pouvant glisser le long de la cuve sans frottement). On verse dans les deux compartiments deux solutions déci molaire de glucose et de  $\text{PO}_4\text{Na}_3$  respectivement.

Dans quelle direction et de combien se déplacera la cloison mobile?

#### Exercice 03:

1- Dans un osmomètre de membrane semi-perméable, calculer la pression osmotique à l'équilibre (à  $T=27^\circ\text{C}$ ) d'une solution aqueuse contenant:  $0,03 \text{ Eq/l}$  de  $\text{PO}_4\text{Na}_3$ ,  $9\text{g/l}$  de glucose et  $80\text{g/l}$  de protéines ( $80000\text{g/mole}$ ) ? Avec  $R=8,31\text{J/Kmole}$ .

2-Une cellule à paroi semi-perméable contenant une solution à  $200 \text{ mosmol/l}$  est plongée dans un grand volume d'une solution à  $400 \text{ mosmol/l}$ . Quel est sa nouvelle osmolarité à l'équilibre si son volume a varié de  $25\%$  ?

#### Exercice 04:

Le plasma sanguin contient  $9\text{g/l}$  de  $\text{NaCl}$  et  $80\text{g/l}$  de protéines ( $M=8.10^4\text{g/mol}$ ). On en remplit un osmomètre que l'on plonge dans un grand volume d'eau pure. Quel sera l'ordre de grandeur de pression observée à l'équilibre :

- a) Dans le cas d'une paroi dialysante (ne laisse pas passer les protéines)
- b) Dans le cas d'une paroi semi-perméable? ( $T=37^\circ\text{C}$ )

## Chapitre II : Phénomènes de Diffusion

---

### TD N°02-Réponses des exercices-

#### Exercice 01:

La masse d'hémoglobine est égale à  $2,82 \cdot 10^{-6} \text{ g}$ .

#### Exercice 02:

La cloison se déplace de compartiment contenant  $\text{PO}_4\text{Na}_3$  vers le compartiment qui contient de glucose, d'une distance de 26,5 cm.

#### Exercice 03:

1- La pression osmotique de la solution (prot+glucose+  $\text{PO}_4\text{Na}_3$ ) :

$$\pi = \pi_p + \pi_{\text{PO}_4\text{Na}_3} + \pi_g = 177003 \text{ Pa}.$$

2- Le volume ayant diminué de 25%, la nouvelle osmolarité (finale) à l'équilibre:  $w_f = 0,27 \text{ osmol.l.}^{-1}$

#### Exercice 04:

a- La pression osmotique dans le cas d'une paroi dialysante :  $\pi = \pi_p = 2580 \text{ Pa}$ .

b- La pression osmotique dans le cas d'une semi-perméable:  $\pi = \pi_p + \pi_{\text{NaCl}} = 7,96 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ .



# *Chapitre III*

## *Etude des interfaces liquide-gaz*

*(Phénomènes de surfaces)*

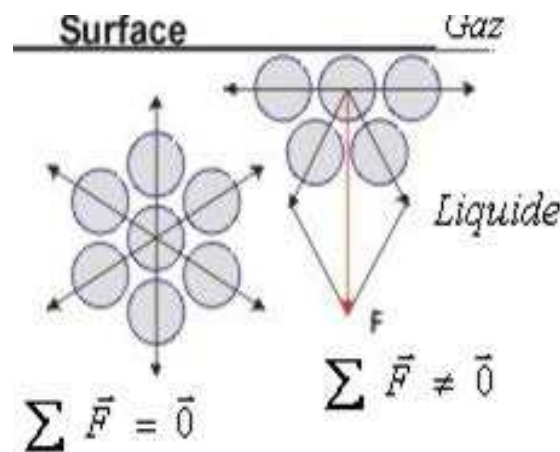
---

### III-1 Introduction :

Contrairement aux gaz, un corps à l'état liquide n'occupe pas tout le volume disponible, ceci à cause des phénomènes de cohésion. La cohésion des liquides est due aux forces d'attraction interatomiques ou intermoléculaires. Ces phénomènes de cohésion tendent à minimiser la surface libre d'un liquide, cette surface semble se comporter comme une membrane élastique tendue, où il existe un phénomène de tension superficielle. A cet égard, plusieurs exemples permettent d'illustrer l'influence de la tension de surface tels que: une aiguille à coudre ou un trombone qui peuvent flotter librement dans un verre d'eau, lorsqu'on met notre main sur la surface d'un liquide et on l'enlève progressivement, nous sentons que le liquide nous attire, certains insectes peuvent marcher sur l'eau comme s'ils glissaient sur un film souple, on observe des ménisques sur les bords des verreries (verres, pipettes, récipients...) contenant un liquide et la nature de gouttes de pluie qui ont une forme sphérique.

### III-2 Interface liquide-gaz:

Au niveau microscopique, chaque molécule est soumise à des forces attractives de la part de toutes celles qui l'entourent. La résultante de ses forces agissant sur la molécule située à l'intérieur de liquide ou de gaz est nulle. Il y a alors un équilibre statistique des forces  $\sum \vec{F} = \vec{0}$ . Au contraire, pour les molécules situées à l'interface du liquide (i.e. à une distance de la surface inférieure au rayon moléculaire), elles sont soumises à des forces d'attraction dont la résultante n'est pas nulle  $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$  car la répartition autour n'est pas isotropique. Ainsi, le liquide exerce donc sur ces molécules de surface une force de rappel vers l'intérieur du liquide (voir la figure ci-dessous). Afin de minimiser l'aire de l'interface pour diminuer l'énergie potentielle.[4][5][6]

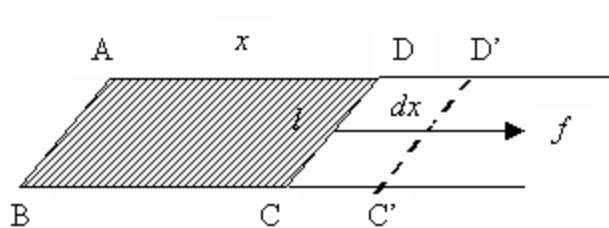


## Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

### a- Tension superficielle

#### 1- Force de tension superficielle

Afin d'obtenir l'expression de la force de tension superficielle, nous supposons une lame savonneuse rectangulaire de longueur  $l$  et de largeur  $x$  formée dans un fin cadre métallique  $ABCD$  dont l'un des côtés  $CD$  est mobile.



On note ici que la surface totale de la lame, compte tenu de ses deux faces est  $2.x.l$ . La lame a tendance à se rétracter, pour maintenir sa surface constante, il faut exercer sur  $CD$  une force  $f$  qui est évidemment proportionnelle à sa longueur. Cette force est appelée: Force de tension superficielle :  $f = \sigma.2l$  [N]

Où  $\sigma$  [N/m] est une constante de chaque liquide dite: constante de tension superficielle.

On donne quelques résultats expérimentaux de la tension superficielle en  $mN/m$  à différentes températures :

Liquide	0°	20°	40°
Eau	75,64	72,75	69,56
Méthanol	24,50	22,65	20,90
Ethanol	24,05	22,27	20,60
Acétone	26,21	23,70	21,16

#### Remarques

- 1- La constante  $\sigma$  dépend de la température  $T$  et elle décroît lorsque  $T$  augmente.
- 2- De point de vue énergétique: pour déplacer le côté  $CD$  d'une longueur  $dx$  dans l'exemple précédent il faut fournir le travail:  $d\omega = F.dx$ . Ce déplacement, à température et volume constant, correspond à un accroissement de la surface de liquide de  $dS = 2l.dx$ .

$$\text{Donc } \sigma = d\omega / dS \quad [J / m^2].$$

- 3- L'énergie de tension superficielle est donnée par  $E_s = \sigma.S$

## Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

### 2- Energie de cohésion

Dans un liquide pur, les forces d'attractions intermoléculaires sont appelées: *forces de cohésion*. Si on veut séparer ces colonnes (ensemble de molécules), on doit fournir une énergie. Cette énergie s'appelle : *énergie de cohésion* qui est égale à

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i).$$

#### Exemple

De quelle hauteur doit-on laisser tomber une goutte d'eau de diamètre  $D = 1 \text{ mm}$  sur une surface hydrophobe (qui ne peut pas être mouillée par l'eau) pour qu'elle se fragmente en 8 gouttelettes identiques?

On donne:  $\sigma_{\text{eau}} = 73 \text{ mJ.m}^{-2}$ ,  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ .

Calcul de la hauteur nécessaire pour que la goutte se fragmente en 8 gouttelettes identiques :

Par définition l'énergie de tension superficielle  $\omega_s$  est donnée par

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i)$$

On note que, pour pulvériser ou fragmenter la goutte, il faut que l'énergie de tension superficielle  $\omega_s$  égale à l'énergie mécanique  $\omega_{\text{mec}}$  :

$$\omega_s = \omega_{\text{mec}} \Rightarrow \sigma(S_f - S_i) = mgh.$$

Avec  $S_i = 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$  et  $S_f = 8S = \pi d^2$ .

Avec

$S_f$ : représente la surface totale des gouttes à l'état final.

$S_i$ : est la surface de la goutte dans l'état initiale.

$S$ : est la surface de la gouttelette de diamètre  $d$ .

Selon la condition de conservation de la masse, nous écrivons :

$$m_i = m_f \Rightarrow V_i = V_f \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 \Rightarrow d = \frac{D}{2}.$$

Alors, d'après le résultat précédent on obtient:

$$h = \frac{\sigma(S_f - S_i)}{mg} = \frac{\sigma\pi\left(8\frac{D^2}{4} - D^2\right)}{mg} = \frac{\sigma\pi D^2}{mg} = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D}.$$

Application numérique  $h = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D} = \frac{6 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 4,38 \text{ cm}.$

## Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

### **b- Pression de Laplace et ses applications**

Dans cette partie, nous allons voir la loi de Laplace et quelles sont ses applications et son utilité dans la description de quelques phénomènes biophysique[4][5][6].

#### 1- Les bulles d'air dans un liquide

Pour former une bulle d'air de rayon  $R$  à l'intérieur d'un liquide de tension superficielle  $\sigma$ , il faut que la surpression  $\Delta P$  s'exerçant sur la membrane sphérique de la bulle d'air soit positive. C'est à dire, la pression interne  $P_{\text{int}}$  dans la bulle soit supérieure à celle du milieu externe  $P_{\text{ext}}$ . La loi de Laplace, nous permet de donner l'expression de cette surpression  $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}}$  en fonction de  $R$  et de  $\sigma$ . En effet, d'une part, pour augmenter le volume  $V$  de la goutte de  $dV = SdR = 4\pi R^2 dR$  (on augmente le rayon  $R$  de la goutte de  $dR$ ), on doit fournir un travail des forces de pression  $d\omega$  au cours de la variation de volume telle que  $d\omega = \Delta P \cdot dV = \Delta P 4\pi R^2 dR$ .

D'autre part, on note que cette expression de travail est toute à fait semblable (égale) à celle de travail des forces de tension superficielle  $d\omega = \sigma \cdot dS = 8\pi R dR$ .

Finalement, après comparaison, on constate que l'expression de la surpression à l'intérieur d'une bulle d'air dans un liquide est donnée par  $\Delta P = 2\sigma / R$ .

#### Exemple

Une bulle d'air sphérique, de diamètre 0,02 mm, est située à 10m de profondeur dans une cuve de liquide de masse volumique  $10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . La pression absolue à la surface de ce liquide est de  $10^5$  Pascal. La tension superficielle de liquide est  $75.10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$ .

Calculer la pression absolue à l'intérieur de la bulle ?

D'une part, d'après la loi de Laplace, on a  $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} - P_a = 2\sigma / r$ .

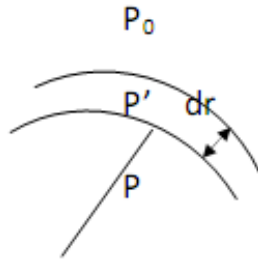
En d'autre part, selon la loi hydrostatique on a :  $\Delta P = P_a - P_{\text{atm}} = \rho gh$

On trouve alors que  $P_{\text{int}} = P_{\text{atm}} + (2\sigma / r) + \rho gh$ .

Application numérique :  $P_{\text{int}} = 10^5 + \frac{2 \cdot 75 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} + 10^3 \cdot 10 \cdot 10 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$

#### 2- Les bulles de savon dans l'air

Soit une bulle savonneuse de tension superficielle  $\sigma$  et de rayon  $r$  sur la couche intérieure et de rayon  $r+dr$  sur la couche extérieure.



Avec le même raisonnement que le cas précédent, on peut écrire la surpression due à la couche extérieure comme  $P' - P_0 = \frac{2\sigma}{r + dr}$  et la surpression due à la couche intérieure par  $P_0 - P = 2\sigma / r$  qui nous donnent la surpression finale de la bulle de savon dans l'air par la relation suivante  $\Delta P = 4\sigma / r$ , où nous avons supposé que  $dr \ll r$ .

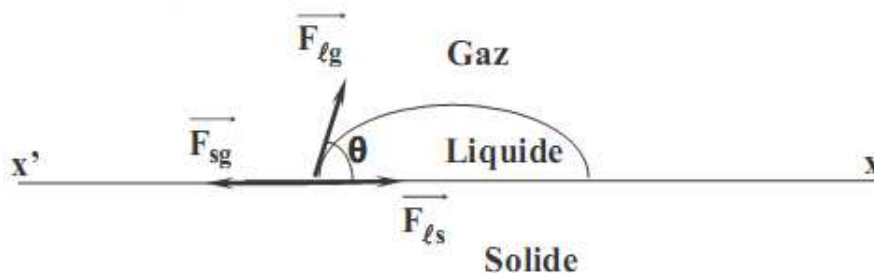
### 3- Loi de Jurin

Avant de commencer l'étude de cette loi, il est très commode de bien comprendre le rôle de l'angle de contact ou de raccordement liquide-solide. A cet égard, on note qu'il est bien connu que lorsqu'on dépose une goutte de liquide sur une plaque solide plane ou horizontale, il existe trois forces de tension superficielles agissant sur les surfaces de séparation qui se rejoignent à la périphérie de la goutte:

$\vec{F}_{lg}$  est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de gaz située sur la surface de séparation liquide-gaz.

$\vec{F}_{sg}$  est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de solide située sur la surface de séparation solide-gaz.

$\vec{F}_{ls}$  est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de gaz située sur la surface de séparation liquide-solide.



Au point d'équilibre la résultante de ces forces s'écrit:  $\vec{F}_{lg} + \vec{F}_{sg} + \vec{F}_{ls} = \vec{0}$ . Après une simple projection sur l'axe  $XX'$ , on obtient la condition d'équilibre suivante  $F_{sg} = F_{lg} \cos \theta + F_{ls}$  qui peut être réécrite sous la forme :

$$\sigma_{sg} = \sigma_{lg} \cos \theta + \sigma_{ls}.$$

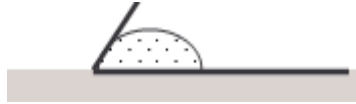
### Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

#### Remarque

- Si l'angle de raccordement  $\theta=0^\circ$ , le liquide mouille parfaitement le solide (par exemple de l'eau sur du verre propre)



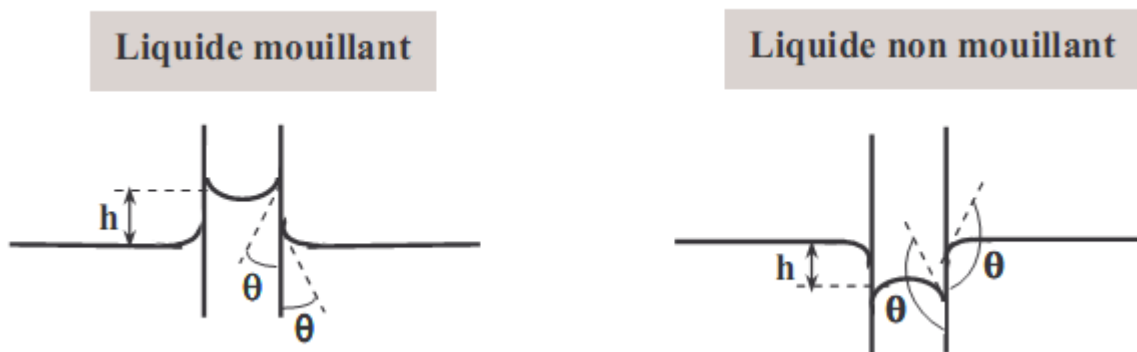
- Si  $\theta < 90^\circ$ , le liquide mouille imparfaitement le solide (par exemple l'eau sur du verre sale)



- Si  $\theta > 90^\circ$ , le liquide ne mouille pas le solide (par exemple le mercure sur du verre).

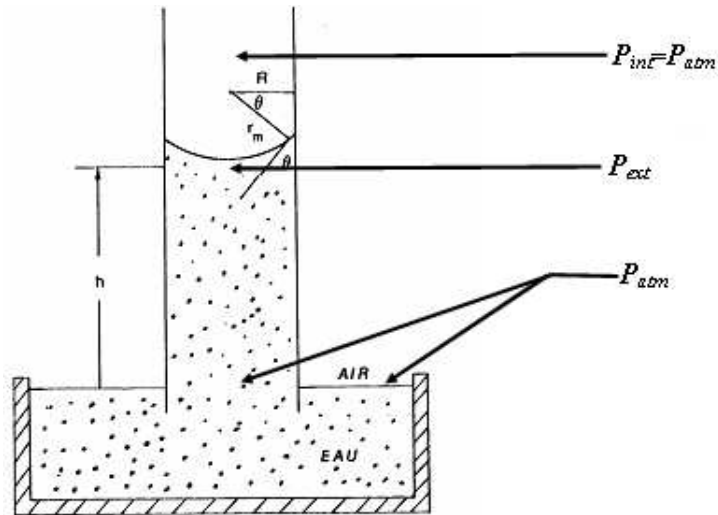


On remarque aussi, que ce phénomène de mouillage se produit également dans le cas d'une paroi de solide verticale, où l'on observe une ascension (avec un ménisque concave vers l'extérieur) ou une descente (avec un ménisque convexe vers l'intérieur).



En 1717 le médecin anglais *James Jurin* a montré que lorsqu'on plonge un tube capillaire de rayon  $R$ , ouvert aux deux extrémités, dans un liquide de tension superficielle  $\sigma$ , celui-ci monte ou descend dans le tube d'une hauteur  $h$ . où il a constaté que la pression dans le liquide situé juste en dessous du ménisque (courbure de liquide) obéit simultanément à deux lois : la loi hydrostatique dans le liquide s'écrivant la relation de l'écart de pression sous le ménisque par  $\Delta P = P_{atm} - P_{ext} = \rho g h$  et la loi de Laplace à travers l'interface constituant le ménisque, qui nous permet de donner l'expression de la surpression

$$\Delta P = P_{int} - P_{ext} = P_{atm} - P_{ext} = \frac{2\sigma}{r}$$



Où :

$R$  : Rayon intérieur du tube.

$\rho$  : Masse volumique du liquide.

$g$  : Intensité de la pesanteur.

$\sigma$  : Tension superficielle du liquide.

$\theta$  : Angle de raccordement liquide/solide.

Avec ces expressions, Jurin a énoncé la relation de la hauteur  $h$  avec le rayon  $R$  de tube :

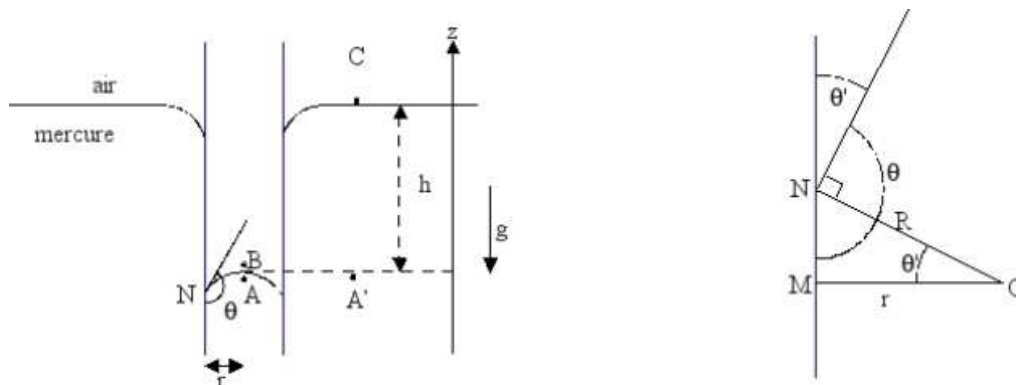
$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{R\rho g}$$

Où il a utilisé la relation suivante  $\cos \theta = R / r$ .

### Exemple

Lorsqu'on introduit un tube capillaire d'un rayon intérieur  $R = 2,5 \text{ mm}$  dans un réservoir de mercure, le niveau du mercure dans le tube se situe à  $1,5 \text{ mm}$  sous le niveau du réservoir. L'angle de contact  $\theta$  verre-mercure vaut  $129^\circ$  et la masse volumique du mercure  $\rho$  est de  $13600 \text{ kg.m}^{-3}$ . Calculer la tension superficielle  $\sigma$  du mercure?

Selon les notions de cet exemple, on note que nous avons un phénomène de capillarité:



D'après la loi de Laplace:  $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_A - P_B = 2\sigma / r$

Avec  $P_{\text{int}} = P_A$  et  $P_{\text{ext}} = P_B = P_{\text{atm}}$ .



### Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Et d'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique entre les deux points A et B, nous aurons:  $\Delta P = P_{A'} - P_C = P_A - P_B = \rho gh$ .

Substituant les deux prédites expressions, on obtient la relation de la tension superficielle de mercure comme  $\rho gh = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma \cos \theta'}{R} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho gh R}{2 \cos \theta'}$

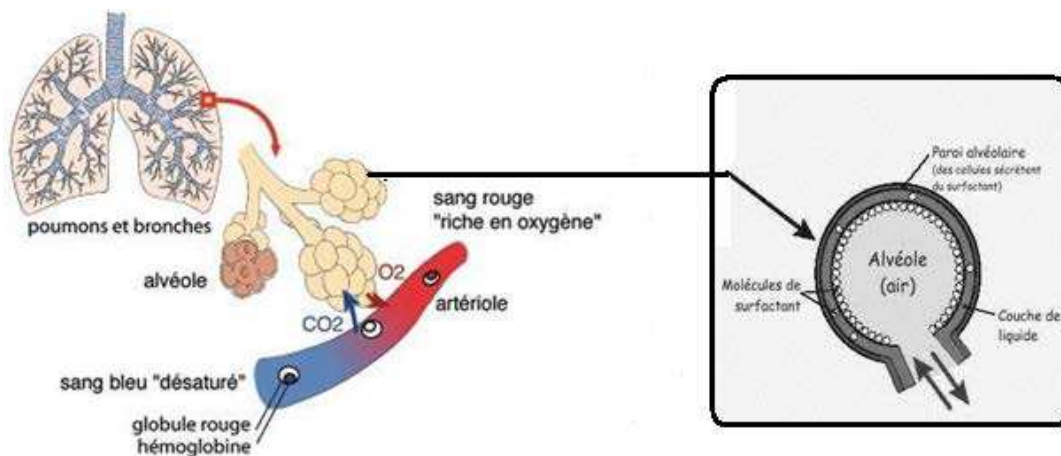
Où nous avons utilisé la relation suivante:  $\cos \theta' = R / r$  avec  $\theta' = \pi - \theta$ .

Application numérique:  $\sigma = \frac{13600 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(51^\circ)} = 0,397 \text{ Nm}^{-1}$

#### III-3 Mesure et applications biologiques (L'appareil respiratoire)

Il est bien connu que grâce à l'appareil respiratoire du corps humain qui comprend les voies aériennes et les poumons, nous pouvons absorber (inspirer) l'oxygène contenu dans l'air et éliminer (expirer) le gaz carbonique du corps. Les deux poumons qui sont situés dans le thorax et qui sont séparés par un espace appelé médiastin jouent un rôle primordial dans le rythme respiratoire.

Plus précisément, la respiration se fait exactement au niveau des alvéoles pulmonaires qui se situent aux extrémités des bronchioles (voir la figure ci-dessous), cela va permettre à l' $O_2$  et au  $CO_2$  de passer à travers la membrane des alvéoles (couche de liquide) puis de passer dans les vaisseaux sanguins (artérioles). Ces échanges vont s'effectuer par diffusion entre l'air alvéolaire et le sang des capillaires pulmonaire. L'oxygène diffusant vers le sang et le gaz carbonique vers l'alvéole passant de la région où leur pression partielle est la plus élevée vers celle où elle est la plus basse.



#### Exemple d'application :

D'après la structure des poumons du corps humain qui est schématiquement dessinée sur la figure au-dessus, chez un sujet, la surface totale des alvéoles pulmonaires lors de l'expiration est de  $75 \text{ m}^2$  est le nombre des alvéoles est de  $4 \cdot 10^8$ .

1- Calculer le rayon de ces alvéoles pendant l'expiration ?

### Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

---

Au cours de l'inspiration, le volume alvéolaire est de 4,5l

2- Quel est alors la surface alvéolaire à l'inspiration ?

Sachant que la surface alvéolaire est recouverte d'un film lipidique avec un coefficient de tension superficielle  $\sigma=2 \cdot 10^{-2} \text{N/m}$ .

3- Calculer l'énergie nécessaire pour l'augmentation de la surface des alvéoles ?

4- Du fait de conséquence pathologique (maladie), la tension superficielle de la surface alvéolaire est  $\sigma=5 \cdot 10^{-2} \text{N/m}$ . Calculer l'énergie nécessaire à l'inspiration ?

#### Réponse

1- Calcul de rayon des alvéoles durant l'expiration :

D'une part, on a  $S_T = NS_{A_{\text{exp}}}$

Où  $S_T$  : représente la surface totale des alvéoles.

$N$  : est le nombre des alvéoles

$S_{A_{\text{exp}}}$  : est la surface d'une seule alvéole.

On d'autre part, nous avons  $S_{A_{\text{exp}}} = 4\pi r_{\text{exp}}^2$ , ce qui nous conduit à

$$r_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{S_T}{4\pi N}} = \sqrt{\frac{75}{4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^8}} = 0,12 \text{ mm}.$$

3- Calcul de la surface alvéolaire au cours de l'inspiration:

Avec le même raisonnement que le cas précédant, l'expression de volume total des alvéoles

$V_T$  s'écrit comme :  $V_T = NV_A \Rightarrow V_A = V_T / N = (4/3)\pi r_{\text{ins}}^3$ .

Ce qui implique que  $r_{\text{ins}} = \sqrt[3]{\frac{3V_T}{4\pi N}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^8}} = 0,14 \text{ mm}$ .

Finalement la surface alvéolaire à l'inspiration est égale à

$$S_{T_{\text{ins}}} = N4\pi r_{\text{ins}}^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^8 \cdot (14 \cdot 10^{-5})^2 = 98,17 \text{ m}^2$$

4- Calcul de l'énergie nécessaire pour augmenter la surface alvéolaire :

D'après la définition de l'énergie de cohésion, on peut écrire

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i) = \sigma(S_{\text{ins}} - S_{\text{exp}}).$$

Application numérique :  $\omega = 2 \cdot 10^{-2} (98,17 - 75) = 0,46 \text{ J}$  :

5- Calcul de l'énergie nécessaire à l'inspiration pour des poumons malade :

Nous procédons de la même manière que la troisième question, on trouve

$$\omega' = \sigma'(S_{\text{ins}} - S_{\text{exp}}) = 5 \cdot 10^{-2} (98,17 - 75) = 1,15 \text{ J}.$$

**TD N°03- Interfaces : liquide-gaz -**

**Exercice 01:**

Comparer l'énergie de tension superficielle d'une gouttelette d'un liquide de  $10\ \mu\text{m}$  de diamètre avec l'énergie développée par celle-ci lorsqu'elle effectue une chute libre d'une hauteur de  $10\ \text{m}$ .

Même question pour une gouttelette de rayon de  $5\ \text{mm}$ . Discuter les résultats?

On donne :  $\sigma = 72\ \text{mJ.m}^{-2}$ ,  $\rho = 1\ \text{g.cm}^{-3}$ ,  $g = 10\ \text{ms}^{-2}$ .

**Exercice 02:**

Un petit flacon de  $14\ \text{cm}^2$  de surface, rempli d'un liquide de volume  $v = 6\ \text{cm}^3$ . On se propose de le pulvériser totalement en gouttelettes sphérique de rayon  $0,1\ \text{nm}$ .

Quelle est l'énergie nécessaire pour effectuer cette pulvérisation ?

**Exercice 03:**

Un liquide a une tension superficielle  $\sigma = 25.10^{-3}\ \text{N.m}^{-1}$ . Avec ce liquide, on souffle une bulle de savon de rayon  $R = 2,5\ \text{cm}$ .

1-Calculer la surpression à l'intérieur de cette bulle?

2-Calculer le travail dépensé pour souffler la bulle de savon?

**Exercice 04:**

Une bulle savonneuse de rayon  $R_1$  et de pression extérieure  $P_{e(1)}$  qui est égale à la moitié de sa pression intérieure  $P_{i(1)}$ .

Calculer son rayon  $R_2$  et sa pression intérieure  $P_{i(2)}$  lorsque sa pression extérieure s'annule ?

### TD N°03- Réponses des exercices:

#### Exercice 01:

Les énergies de tension superficielle et mécanique sont respectivement :

Pour la première gouttelette  $E_{S1}=2,26.10^{-11}J$  et  $E_{M1}=5,23.10^{-11}J$ .

Pour de la deuxième gouttelette  $E_{S2}=2,26.10^{-5}J$  et  $E_{M2}=5,23.10^{-3}J$ .

Discussion: à l'échelle moléculaire  $E_{S1} \approx E_{M1}$ , à l'échelle macroscopique  $E_{S2} \ll E_{M2}$

#### Exercice 02:

L'énergie nécessaire pour pulvériser totalement le liquide est :  $w=9J$ .

#### Exercice 03:

1- La loi de Laplace pour une bulle savonneuse  $\Delta P = 4\sigma / R \Rightarrow P_i - P_e = 4Pascal$

2- Le travail pour créer une bulle de savon  $\omega = \sigma 8\pi R^2 = 3,93 \cdot 10^{-4} J$

#### Exercice 04:

D'après la loi de Laplace pour une bulle savonneuse (à double interface)  $\Delta P = 4\sigma / R$

$$\text{On a } \frac{P_{i(1)}}{P_{i(2)}} = \frac{2R_2}{R_1} \text{ et } R_2 = \sqrt{2}R_1, \quad P_{i(2)} = \frac{P_{i(1)}}{2\sqrt{2}}.$$

## **TP N°2**

### **Mesure du coefficient de tension superficielle des solutions**

#### **1- Objectif du TP**

Détermination du coefficient de tension superficielle des solutions.

#### **2- Protocole expérimental**

Solution aqueuse d'alcool et de l'eau savonneuse.

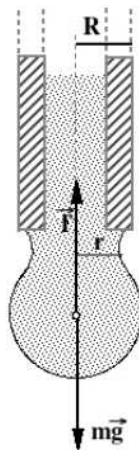
Compte-gouttes (ou éprouvette), eau distillée, burette, bécher et papier absorbant.

##### **a. Principe théorique (La méthode de Tate dite loi approchée de Tate)**

Pour établir cette loi il suffit d'exprimer l'équilibre d'une goutte juste avant qu'elle ne se détache du reste de liquide contenu dans le capillaire voir la figure ci-dessous.

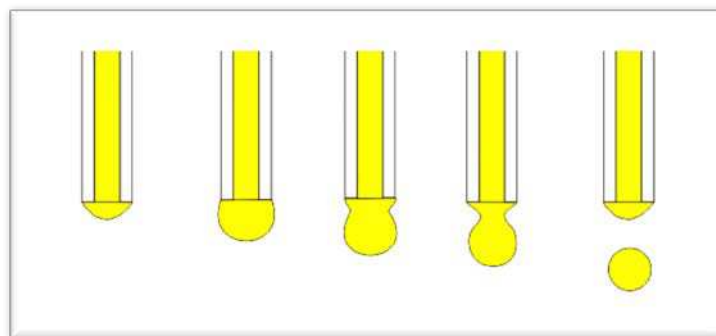
A l'équilibre, on a  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_s + \vec{P} = \vec{0}$ .

En explicitant suivant un axe vertical descendant, on obtient  $mg - \sigma 2\pi r = 0$  et  $\sigma = mg / 2\pi r$



*Compte gouttes*

Dans cette expression,  $r$  désigne le rayon du cercle de la section de la goutte à l'endroit où elle se détache.



Si l'on admet en première approximation que  $r$  est indépendante du liquide, on trouve la proportionnalité entre la masse et le coefficient de la tension superficielle.

### Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Selon cette loi, la masse des gouttes issues du tube capillaire d'un compte-gouttes, est proportionnelle au coefficient de la tension superficielle  $\sigma$  :

$$m = K\sigma, \text{ où } K \text{ st une constante.}$$

Cette loi nous permet de connaître par comparaison le coefficient de tension superficielle de certaines solutions.

On a donc, pour deux liquides de coefficient de tensions superficielles  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  :

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 \cdot \rho_2 \cdot n_1}{\rho_1 \cdot n_2}$$

Où :  $m_1, m_2$  et  $\sigma_1, \sigma_2$  et  $n_1, n_2$  représentent respectivement les masses et les masses volumiques des gouttes et les nombres de gouttes.

### 3- Principe expérimentale

#### 1) Mode opératoire

On remplit un compte-gouttes d'une masse connue d'un liquide que l'on vide goutte à goutte.

On compte le nombre de gouttes issues:

- 1- Du volume  $V$  du liquide (eau), soit  $n_1$ , dont on connaît la constante de tension superficielle  $\sigma_1 = 72,5 \text{ mN.m}^{-1}$ .
- 2- Du volume  $V$  de liquide, soit  $n_2$ , et on cherche la constante de tension superficielle  $\sigma_2$ .

#### 2) Questions :

- 1- Calculer le volume d'une goutte, soit  $v$  ?
- 2- Déterminer la masse  $m_1$  de l'eau (souvent de l'ordre de  $50 \text{ mg}$ ) ?
- 3- Déterminer la masse  $m_2$  de l'eau savonneuse ?
- 4- Déduire la relation(3) ?
- 5- Calculer la constante de tension superficielle de chaque solution ?
- 6- Compléter le tableau suivant :

Liquide étudié	$m$ : masse	$\rho$ : masse volumique	$V$ : volume étudié	$V$ : Vol d'une goutte	$N$ : nombre de gouttes				Tension superficielle $\sigma$
Eau pur					$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_{\text{moy}}$	$72,5 \text{ mN.m}^{-1}$
Eau savonneuse									
Alcool									

- 7- Conclusion: interpréter les résultats ?

# *Chapitre IV*

## *Hémodynamique*

---

### I. Introduction

L'hémodynamique est la science qui traite les propriétés physiques de la circulation sanguine de l'être humain. La connaissance des propriétés physiques de ce mouvement sanguin nous permet de nous renseigner sur le fonctionnement de notre système cardio-vasculaire. Cette connaissance est basée essentiellement sur la compréhension, de l'écoulement du sang, de l'élasticité des vaisseaux et de l'activité électrique du cœur. A cet égard, on note que l'étude de l'hémodynamique est principalement soumise aux lois de la mécanique des fluides et ses résultats sont bien déterminés par les variables des vitesses, débits, viscosité et pressions dans les vaisseaux sanguins[1].

### II. Etude de la viscosité

#### 1. Définition

La viscosité est une grandeur physico-chimique qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force tangentielle au sens de son écoulement. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

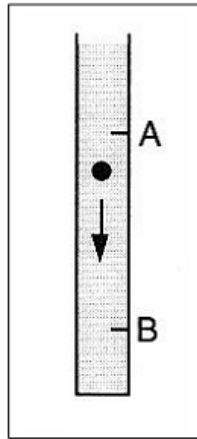
La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement par rapport aux autres couches adjacentes. Donc les forces de résistance qui dépendent de la nature du fluide et qui apparaissent lors des déplacements entre les différentes couches de fluide (analogie avec les frottements des solides) sont dues à la viscosité du fluide[7].

A ce stade, on donne l'expression du module de cette force s'exerçant sur une surface  $S$  parallèlement à la vitesse du fluide mais en sens contraire (signe -):  $F = -\mu S \frac{dU}{dy}$

#### 2. Mesure de la viscosité :

Dans l'intérêt de déterminer la valeur de la viscosité de n'importe quel fluide, il est commode d'utiliser l'appareil appelé *Viscosimètre à chute de bille*. Le principe de cet appareil est de faire tomber une sphère de rayon  $r$  dans un tube vertical transparent contenant le liquide à étudier (de masse volumique  $\rho$ ). Lorsqu'on laisse tomber la sphère, elle atteint très vite une vitesse limite  $V_L$  (lorsque les forces de frottement compensent la résultante du poids et de la poussée d'Archimède). On mesure alors le temps que mets la sphère pour parcourir à vitesse constante la distance entre deux points A et B. (voir figure suivante)





Finalement avec un simple calcul, la viscosité dynamique (elle est dite dynamique car elle est calculée pendant un mouvement) du liquide à étudier est donnée par :

$$\mu = k \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{V} = k \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{L} \Delta t$$

Où :  $k$  est un coefficient déterminé par un calcul ou par un étalonnage.

$\rho_s$  est la masse volumique de la sphère.

Remarque :

On note ici, que la force de frottement que subit la sphère lors de son mouvement est donnée par la relation de Stokes:  $F = 6\pi\mu rV$

Avec  $r$  est le rayon de la sphère,  $V$  sa vitesse et  $\mu$  la viscosité dynamique du liquide.

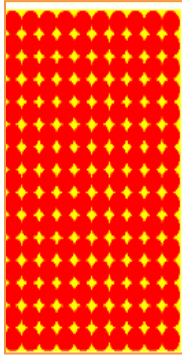
### III. Mécanique des fluides

Au niveau microscopique, le fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres qui se déplacent les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler facilement. Afin de déterminer le type et l'état d'un fluide, il est très utile de connaître les trois états fondamentaux de la matière pour un corps simple :

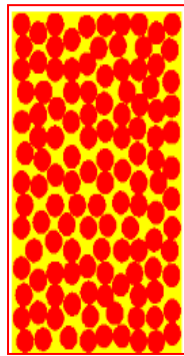
1. *Etat solide*: dans le matériau à faible température, les particules sont rapprochées, liées par des forces très importantes.
2. *Etat liquide*: dans le matériau à température moyenne et pression suffisamment élevée, les particules sont désordonnées, rapprochées et faiblement liées.
3. *Etat gazeux*: dans le matériau à température suffisamment élevée et à faible pression ; les particules sont désordonnées, espacées et presque non-liées.

On note ici, que l'état solide est un état organisé de la matière, c.-à-d., les arrangements entre les molécules présentent un ordre partiellement stable dans le temps.

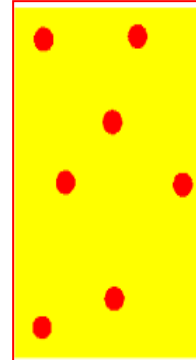
Par contre les états gazeux et liquide représentent des états désordonnés de la matière, c.-à-d., il n'existe pas un ordre qui favorise l'agencement des molécules, car ces molécules sont constamment en mouvement.



Solide



Liquide



Gaz

En d'autres termes, les fluides peuvent être classés en deux grandes familles selon leur viscosité: La famille des fluides "newtoniens" (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) ayant une viscosité constante et qui ne peut varier qu'en fonction de la température. La deuxième est la famille des fluides "non newtoniens" (quasiment tout le reste: le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions) qui ont la particularité d'avoir une viscosité variable en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent durant leur écoulement.

Nous pouvons aussi différencier les types de fluides, par analogie avec celles des gaz, tels que:

- *Fluide parfait* : Un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement.
- *Fluide réel* : Dans un fluide, réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches du fluide sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

On peut aussi utiliser une autre classification selon la réaction à la pression :

- *Fluide compressible*: Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Tels que: l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux...etc.
- *Fluide incompressible*: Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure (masse volumique

constante). Exemple, les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

### 1- Les Propriétés des Fluides

#### a- La Densité

La Densité d'une substance est la quantité de matière contenue dans une unité de volume de cette substance :  $\rho = \frac{M}{V}$  ;  $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$

#### b- Densité relative :

La densité relative représente la masse spécifique d'un corps exprimée par rapport à celle d'un corps de référence :  $D = \frac{\rho}{\rho_{\text{référence}}}$  ; (sans unité )

#### c- Pression des fluides :

À l'échelle moléculaire, on a vu qu'un fluide au repos est composé de molécules qui, si leur vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  est nulle, sont animées d'une vitesse aléatoire  $V_{\text{aléatoire}}$  résultant des interactions entre elles (collisions, répulsions de Van der Waals, etc.).

Pour comprendre la notion de pression au sein d'un fluide au repos, il faut examiner de plus près le comportement des molécules qui composent ce fluide. La vitesse des particules est fluctuante au gré des interactions et elle est d'autant plus grande que la température est grande. En fait, du point de vue thermodynamique, la température n'est qu'une mesure de cette agitation moléculaire. Lorsqu'on place une paroi solide, les molécules vont entrer en collision avec cette paroi et donc, si on calcule la moyenne au cours du temps de ces différentes impulsions, il en résulte une force moyenne dite force de pression.

#### d- Théorème de Pascal :

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

#### e- Théorème D'Archimède:

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale  $\pi_A$  vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps):  $\pi_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot V_{\text{corps}}$

#### Exemple

Une particule de diamètre  $10 \mu m$  et de masse volumique  $\rho = 8,5 \text{ Kg/l}$  descend (mouvement uniforme) dans un tube contenant de la glycérine.

- Calculer sa vitesse limite?

- Si on suppose que la longueur du tube  $l=10\text{cm}$  déterminer le temps parcouru par la molécule? On donne: masse volumique de la glycérine  $\rho_0 = 1,32 \text{ Kg/l}$ , viscosité de la glycérine  $\eta = 0,83 \text{ poise}$ ,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ . ( $1 \text{ poise} = 10^{-1} \text{ Pa.s}$ ).

- D'après la deuxième loi de Newton:  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ .

Pour un mouvement uniforme cette loi devient :  $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$ .

Qui nous donne :  $\vec{p} + \vec{F}_s + \vec{\pi}_A = \vec{0}$

Avec une simple projection sur l'axe YY', on obtient

$$p - F_s - \pi_A = 0 \Rightarrow mg - 6\pi\eta rV - m_{\text{fluide}}g = 0$$

$$m = \rho_{\text{bille}} V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{bille}}.$$

Où :

$$m_{\text{fluide}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{fluide déplacé}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{fluide}}.$$

Par substitution, on a donc :  $V = \frac{2r^2 g (\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{fluide}})}{9\eta}$  loi de Stokes.

$$\text{Application numérique : } V = \frac{2(5 \cdot 10^{-6})^2 9,8(8,5 - 1,32) \cdot 10^3}{9 \cdot 0,83 \cdot 10^{-1}} = 4,71 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}.$$

Si on suppose que  $l=10\text{cm}$ , le temps de parcours pour la molécule est :

$$x = Vt \Rightarrow t = \frac{x}{V} = \frac{0,1}{4,7 \cdot 10^{-6}} = 354,61 \text{ min}.$$

### 2- Statique des fluides

On dit qu'un fluide est en équilibre, si quel que soit le volume de fluide considéré, la résultante des forces agissant sur ce volume est nulle. Ces forces sont :

- ✓ Les forces de pression.
- ✓ Le poids du volume du fluide étudié.

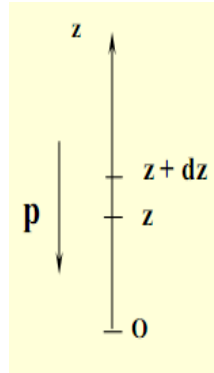
Donc on conclut que la statique des fluides est basée principalement sur les résultats suivants:

- La différence de pression entre deux points est proportionnelle à leur différence d'hauteur ; cette condition doit être vraie pour tout volume infinitésimal  $dv$  autour d'un point M. On va appliquer le principe fondamental de la dynamique à une particule fluide (référentiel galiléen, il n'y a pas de forces d'inertie). Ainsi, comme la particule fluide est au repos:

$$\overrightarrow{dF}_{\text{poids}} + \overrightarrow{dF}_{\text{pression}} = \vec{0}$$

$$\rho g d\vec{v}k - \frac{dp}{dz} d\vec{v}k = \vec{0}$$

On projette les vecteurs sur l'axe (Oz) orienté vers la verticale montante et on obtient:



La loi de la statique des fluides

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

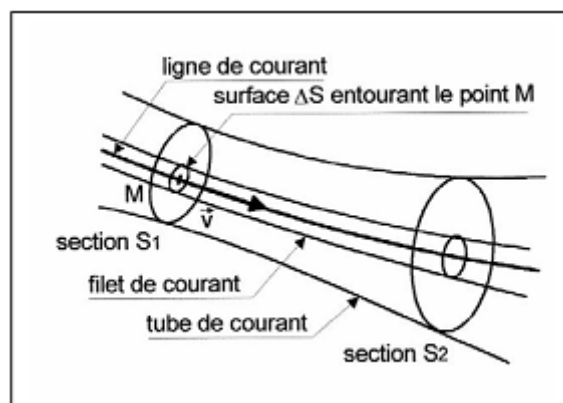
Comme la masse volumique est constante, il est facile d'intégrer la prédite relation et d'obtenir la loi finale de la statique des fluides incompressibles et homogènes comme [7][8][9][10][11]:

$$\rho g z + p = \text{constante}$$

### 3- Dynamique des fluides incompressibles

#### 1- Définitions :

Le principe de continuité exprime la conservation de masse, ce qui signifie qu'aucune matière de fluide ne peut être créée ni disparaître dans un volume donné :



➤ *Le Débit* : est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.

- *Débit masse* : Si  $dm$  est la masse élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps  $dt$ , le débit-masse s'écrit :

$$q_m = \frac{dm}{dt} \quad [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$$

- *Débit volume* : Si  $dV$  est le volume élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps  $dt$ , le débit-volume s'écrit :

$$q_v = \frac{dV}{dt} \quad [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$$

- *Relation entre  $q_m$  et  $q_v$*  : La masse volumique  $\rho$  est donnée par la relation :  $\rho = \frac{dm}{dV}$ . De

cela on tire que :  $q_m = \rho q_v$

Etant donné que le débit d'écoulement reste toujours constant dans un régime permanent), l'équation de continuité s'écrit comme suit:

$$Q = S_1 V_1 = S_2 V_2$$

### Remarques :

- Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'écoulements iso-volumes.
- Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes, on retrouve le cas d'un écoulement iso-volume (vérifiant l'équation de continuité).

### Exemple

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile ( $\rho_1 = 850 \text{ kg/m}^3$ ) sur une hauteur  $h_1 = 6 \text{ m}$
- de l'eau ( $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) sur une hauteur  $h_2 = 5 \text{ m}$

1- Calculer la pression  $P_B$  (en bar) au point B.

En déduire le niveau de l'huile  $Z_E$ .

2- Déterminer la pression  $P_C$  au point C.

En déduire le niveau de l'eau  $Z_D$ .

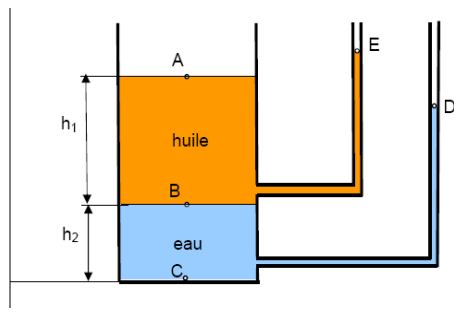
1- Appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points B et A, on

aura:  $p_B - p_A = \rho_1 g (Z_A - Z_B)$

Or :  $Z_A - Z_B = h_1$  et  $p_A = p_{atm}$ .

Donc :  $p_B = p_{atm} + \rho_1 g h_1$

Application numérique :  $p_B = 10^5 + 850 \cdot 9,81 \cdot 6 = 150031 \text{ Pa} = 1,5 \text{ bar}$ .



- Appliquant la RFH entre les points A et E,

$$p_A - p_E = \rho_1 g (Z_E - Z_A) \text{ or } p_A = p_E = p_{atm}$$

$$\text{Donc : } Z_E = Z_A = h_1 + h_2 = 5 + 6 = 11m.$$

2- Appliquant la RFH entre les points C et B, on aura:  $p_C - p_B = \rho_2 g (Z_B - Z_C)$

$$\text{Or : } Z_B - Z_C = h_2$$

$$\text{Donc : } p_C = p_B + \rho_2 g h_2 = 150031 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 199081 Pa = 2 bar$$

- Appliquant la RFH entre les points C et D,

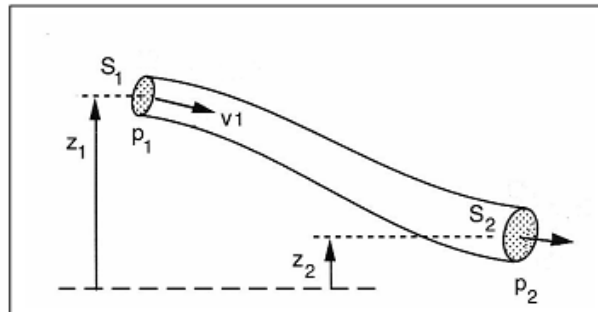
$$p_C - p_D = \rho_2 g (Z_D - Z_C) \text{ or } p_D = p_{atm} \text{ et } Z_C = 0.$$

$$\text{Donc : } Z_D = \frac{p_C - p_D}{\rho_2 g} = \frac{199081 + 10^5}{10^3 \cdot 9,81} = 10,1m.$$

### 2- Equation Générale d'Écoulement ou Equation de Bernoulli

Un régime d'écoulement est dit permanent ou stationnaire si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ..), ont des valeurs constantes au cours du temps[7][8][9][10][11]:

#### a- Cas des Fluides Parfaits (non visqueux)



L'équation de Bernoulli exprime que, tout le long d'un filet fluide en mouvement permanent (stationnaire), l'énergie totale par unité de poids du fluide reste constante, elle s'écrit :

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = \text{constante}$$

#### b- Cas des Fluides réels (visqueux)

Dans le cas des fluides réels, l'énergie diminue dans la direction de l'écoulement. Ceci est dû à la nature visqueuse du fluide qui dissipe une partie de l'énergie: cette perte d'énergie est appelée *Perte de charge* et l'équation s'écrit :

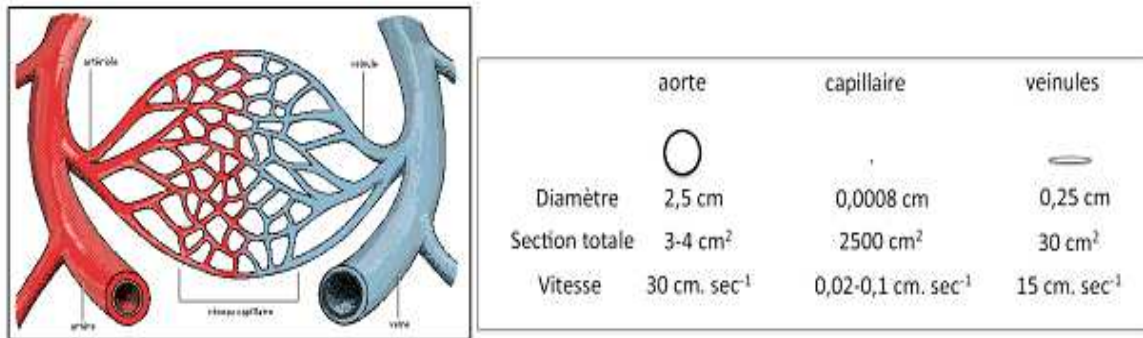
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h$$

$h$  : est du fait de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois de la section d'écoulement.

### 3- Application biologique de la mécanique des fluides: Vitesse de circulation sanguine

Le système circulatoire est composé de vaisseau de différents diamètres. D'après l'équation de continuité, le débit sanguin restera constant dans tout le réseau ce qui implique un changement de vitesse de circulation du sang.

D'après l'équation de continuité lorsque le sang passe de la veine de l'aorte à la veine puis au capillaire, la vitesse du sang devrait augmenter. Or lorsque l'on se coupe au bout du doigt, le sang coule plutôt lentement alors qu'un capillaire a été touché. Ce paradoxe s'explique par le fait que l'équation de continuité s'applique à l'ensemble des capillaires et non pas à chacun d'entre eux. Ainsi la somme des sections de surfaces de tous les capillaires est supérieure à celui de l'aorte, si bien que le sang y circulera plus lentement.



Lorsqu'un vaisseau sanguin se bouche, son diamètre diminue. En fonction de cette diminution, un médecin prendra la décision d'intervenir ou non. La question est donc de pouvoir mesurer la taille du rétrécissement sans avoir à ouvrir chaque vaisseau sanguin.

Pour mesurer le diamètre du vaisseau bouché, on mesure la vitesse de circulation. L'échographie permet de mesurer la taille du vaisseau en amont du rétrécissement. Le Doppler permet de mesurer la vitesse du sang. Grâce à l'équation de continuité, il devient alors facile de déterminer le diamètre du rétrécissement.

Le théorème de Bernoulli permet de calculer la différence de pression à l'endroit du rétrécissement. La pression totale étant constante, on a:

$$h + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1}{2g} = h + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2}{2g}$$

En réorganisant cette équation on obtient :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$



D'après cette équation, on déduit que plus la sténose n'est pas serrée, plus la vitesse du sang à cet endroit sera élevée et plus la pression artérielle ne sera pas grande. C'est cela qui déclenchera la décision d'opérer ou non.

TD N°04- Viscosité & Mécanique des fluides-

**Exercice 01:**

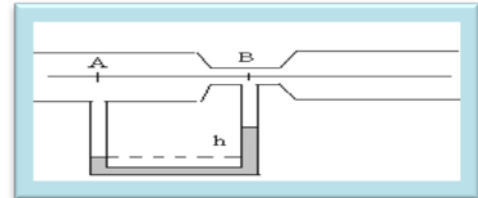
Une bille métallique de masse volumique  $7,8 \text{ g.cm}^{-3}$  et de  $4 \text{ mm}$  de diamètre descend d'une hauteur de  $1 \text{ m}$  à travers une huile de densité  $1,12$  sous l'effet de la pesanteur pendant  $55 \text{ s}$ . Calculer la viscosité de l'huile?

**Exercice 02:**

Une bille métallique de  $7,5 \text{ g.cm}^{-3}$  de masse volumique descend à travers de l'eau dans un tube et met  $2 \text{ s}$  pour atteindre le fond. La bille met  $9 \text{ s}$  lorsque le tube est rempli de sang. Calculer la viscosité du sang si sa densité est de  $1,06$  et la viscosité de l'eau  $10^{-2} \text{ poise}$ ?

**Exercice 03:**

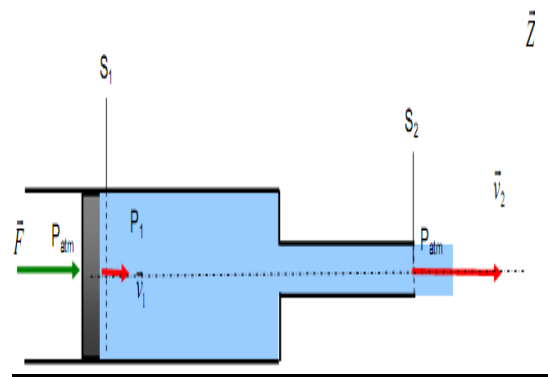
Dans une canalisation de diamètre  $D = 9 \text{ cm}$ , on veut mesurer le débit d'eau. On intercale un tube de Venturi ( $D = 9 \text{ cm}$ ,  $d = 3 \text{ cm}$ ). La dénivellation du mercure dans un tube en U peut être mesurée avec précision. On lit  $4,0 \text{ mm}$  de mercure.



- 1) Montrer que la vitesse dans le col est supérieure à la vitesse dans le convergent ?
- 2) En faisant l'hypothèse que l'eau est un fluide parfait, calculer la différence de pression entre les points A et B. En déduire le sens de la dénivellation de mercure dans le tube en U ?
- 3) Calculer le débit d'eau, en déduire la vitesse à l'arrivée sur le convergent ?

**Exercice 04:**

La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section  $S_1$  et de diamètre  $d_1 = 4 \text{ cm}$  rempli d'un fluide parfait de masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Le piston est poussé par une force  $F$  d'intensité  $62,84 \text{ N}$  à une vitesse  $V_1$  constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section  $S_2$  et de diamètre  $d_2 = 1 \text{ cm}$  à une vitesse  $V_2$  et une pression  $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$



- 1- En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au piston, déterminer la pression  $P_1$  du fluide au niveau de la section  $S_1$  en fonction de  $F$ ,  $P_{\text{atm}}$  et  $d$  ?
- 2- Ecrire l'équation de continuité et déterminer la vitesse  $V_1$  en fonction de  $V_2$  ?
- 3- En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement  $V_2$  en fonction de  $P_1$ ,  $P_{\text{atm}}$  et  $\rho$  ? On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale ( $Z_1 = Z_2$ )

### TD N°04- Réponses des exercices-

#### Exercice 01:

L'expression de la viscosité d'huile est donnée par  $\eta_{\text{huile}}$  :

$$\eta_{\text{sang}} = \frac{2g \cdot r^2 (\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{sang}}) t}{9x} = 3,26 \text{ pa.s.}$$

#### Exercice 02:

L'équation de mesure de la viscosité de sang  $\eta_{\text{sang}}$  :

$$\eta_{\text{sang}} = \eta_{\text{eau}} \cdot \frac{(\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{sang}}) t_{\text{sang}}}{(\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{eau}}) t_{\text{eau}}} = 4,45 \cdot 10^{-2} \text{ poise.}$$

#### Exercice 03:

1- La conservation du débit massique, nous donne :  $v_B = v_A \frac{D^2}{d^2} \Rightarrow v_B \gg v_A$ .

2- L'application du théorème de Bernoulli entre les points A et B nous permet d'écrire :

$$p_B < p_A \text{ puisque } v_B \gg v_A.$$

$$\text{Posant } \beta = \frac{d}{D} \Rightarrow p_A - p_B = 2\rho_e v_B^2 (1 - \beta^4).$$

$$3- \text{ Le débit d'eau } Q_v = \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho_e (1 - \beta^4)}}.$$

#### Exercice 04:

1- Appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient :

$$p_1 = \frac{4F}{\pi d_1^2} + p_{\text{atm}} = 1,5 \text{ bar.}$$

2- L'équation de continuité :  $V_1 = \frac{1}{16} V_2$ .

$$3- \text{ D'après l'équation Bernoulli } V_2 = \sqrt{\frac{512 (p_1 - p_{\text{atm}})}{\rho}} = 10 \text{ m/s.}$$

# *Références*

# *Bibliographiques*

---

**Références Bibliographiques**

- [1]- R Atlani ; Cahiers du PCEM, PCEM Pharmacie 1<sup>er</sup> cycle universitaire ; Editions Robert Atlani (2000) Boulogne.
- [2]- J. Mendham, R.C. Denney, J.D.Barnes et M. Thomas, « *Analyse chimique quantitative de Vogel* », Traduction et révision scientifique de la 6<sup>ème</sup> édition américaine Mai 2005.
- [3]- Aurengo André, Petitclerc Thierry, Kas Aurélie, « *Biophysique de la PACES à l'ECN* », Médecine sciences 4<sup>ème</sup> édition 2013. Paris, Lavoisier SAS.
- [4]- Pierre-François Thomas, « *Précis de physique-chimie: cours et exercices* », Editions Breal 2006.
- [5]- Jean Briant, « *Phénomènes d'interface. Agents de surface: principes et modes d'action* », Editions, Technip. 1929, Paris.
- [6]- François Rothen, « *Physique générale: la physique des sciences de la nature et de la vie* », Presses polytechniques et universitaires romandes 1999, Lausanne.
- [7] Riadh Ben Hamouda « *NOTIONS DE MECANIQUE DES FLUIDES* », cours et exercices corrigés, Centre de Publication Universitaire, Octobre 2008.
- [8] Henri Broch " Cours de Physique, *MECANIQUE DES FLUIDES* " université Sophia antipolis" Licence Sciences de la Vie", 1<sup>ère</sup> année.
- [9] Dr. Saïd Bouabdallah "*Initiation aux écoulements dynamique des fluides parfaits*, Cours & Exercices Résolus" Editions Al-Djazair.
- [10] N. Lidgi-Guigui " *Mécanique des fluides* " Université Paris 13, polycopie DUT Génie Biologique 2014.
- [11] Christophe Ancey, "*Notes de cours, Mécanique des fluides*" Laboratoire Hydraulique Environnementale (LHE) École Polytechnique Fédérale de Lausanne Écublens, version 10.1 du 19 décembre 2014
-