

1) Question de Cours:

-1) - Valeur Moyenne de $v_1(t)$:

$$V_{1\text{ moy}} = \frac{1}{T'} \int_0^{T'} V_{\text{max}} \sin \omega t \, dt = \frac{V_{\text{max}}}{\pi} (-\cos \theta)$$

$$V_{1\text{ moy}} = \frac{2V_{\text{max}}}{\pi} \rightarrow (2 \text{ pts})$$

2) - Valeur efficace de $v_e(t)$:

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T V_{\text{max}}^2 \sin^2 \omega t \, dt \text{ avec } \sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$$

$$\Rightarrow V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{4\pi} \int_0^\pi (1 - \cos 2\theta) \, d\theta = \frac{V_m^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{max}}}{2} \rightarrow (2 \text{ pts})$$

EX01 (6 pt): (2 pt + 2 pt + 2 pt)

V_T	φ°	$I(A)$	$R(\Omega)$	$X_L(\Omega)$	$X_C(\Omega)$	$Z(\Omega)$	$V_R(V)$	$V_L(V)$	$V_C(V)$	$P(W)$	$\varphi(\text{VAR})$	$S(VA)$
5	53,1°	1	3	8	4	5	3	8	4	3	3,99	5
110	0°	5	22	18	18	22	110	90	90	550	0	550
42,1	45°	2	15	30	15	21,2	30	60	30	60	60	84,15



$$v(t) = 100 \sin(5000t + 45^\circ), \quad \omega = 5000$$

$$\underline{V} = 100 e^{j45^\circ} \quad (\text{phasor de } v(t)).$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{I}_R &= \frac{\underline{V}}{R} = \frac{100 e^{j45^\circ}}{25} = 4 e^{j45^\circ} \Rightarrow i_R(t) = I_m (4 e^{j45^\circ} e^{j\omega t}) \\ &= I_m (4 (\cos(\omega t + 45^\circ) + j \sin(\omega t + 45^\circ))) \\ &= 4 \sin(\omega t + 45^\circ) \rightarrow \text{1 pt} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{V}}{L\omega e^{j90^\circ}} = \frac{100 e^{-j45^\circ}}{10} = 10 e^{-j45^\circ} \Rightarrow i_L(t) = I_m (10 e^{-j45^\circ} e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= I_m [10 (\cos(\omega t - 45^\circ) + j \sin(\omega t - 45^\circ))] \\ &= 10 \sin(\omega t - 45^\circ) \rightarrow \text{1 pt} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{V}}{\frac{1}{C\omega} e^{-j90^\circ}} = \frac{100 \cdot C\omega e^{j45^\circ}}{e^{-j90^\circ}} = 15 e^{j135^\circ}$$

$$\begin{aligned} i_C(t) &= I_m (15 e^{j135^\circ} e^{j\omega t}) \\ &= I_m [15 (\cos(\omega t + 135^\circ) + j \sin(\omega t + 135^\circ))] \\ &= 15 \sin(\omega t + 135^\circ) \rightarrow \text{1 pt} \end{aligned}$$

(2) Le courant total $i_T(t)$

$$\underline{I}_T = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

(2)



$$I = 4e^{j45^\circ} + 10e^{-j45^\circ} + 15e^{j135^\circ}$$

$$\Rightarrow \underline{I}_t = 4 \cos 45^\circ + j4 \sin 45^\circ + 10 \cos 45^\circ - j10 \sin 45^\circ + 15 \cos 135^\circ + j15 \sin 135^\circ$$

$$= -0,71 + j6,35 \Rightarrow \underline{I}_t = I_t \cdot e^{j\theta}$$

$$\text{tq: } I_t = \sqrt{(0,71)^2 + (6,35)^2} = 6,39 \text{ A}$$

$$\theta = \text{Arctg} \frac{6,35}{0,71} = 96,37^\circ \quad \text{--- (1 pt)}$$

③ L'impédance équivalente:

$$Z_{eq} = R \parallel jL\omega \parallel \frac{-j}{C\omega}$$

$$Z_{eq} = \frac{25}{1 + j1,25} = \frac{25(1 - j1,25)}{1 + 1,56} = 9,76 - j9,48$$

→ 1 pt

④ La puissance dissipée:

$$P_T = P_R + P_L + P_C \quad \left\{ \begin{array}{l} P_L = P_C = 0 \end{array} \right.$$

$$P_T = P_R = R I_{R\text{eff}}^2 = 25(2,8^2) = 200 \text{ W}$$

→ 1 pt

③

1/ La tension simple : $V_s = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} \approx 220V$ (0,5 pt)

2/ L'impédance de chaque branche :

$$Z = R + jL\omega = 12 + j8,9 \quad (0,5 \text{ pt})$$

3 $|Z| = \sqrt{(12)^2 + (8,9)^2} = 14,96 \Omega$

3/ Le courant de ligne = courant par phase.

$$I_L = \frac{V_{\text{simple}}}{|Z|} = \frac{220}{14,96} = 14,70 \text{ A} \quad (1 \text{ pt})$$

4) Le déphasage :

$$\phi = \text{Arctg} \frac{L\omega}{R} = 36,71^\circ \quad (1 \text{ pt})$$

5/ facteur de puissance et P et Q.

$$\text{PF} = \cos \phi = 0,80 \quad (1 \text{ pt})$$

$$P_a = 3 V_{\text{simple}} I_L \cos \phi = 3 \times 220 \times 14,70 \times 0,8$$
$$P_a = 7761,6 \text{ W}$$

$$Q = 3 V_{\text{simple}} I_L \sin \phi = 3 \times 220 \times 14,70 \times$$

$$Q = 5799,51 \text{ VAR}$$

(4)