EMD - Corrigé

S3 - Master Géotechnique

Cours : (04 points)

Le modèle de variogramme qui permet un ajustement adéquat au variogramme expérimental est du type sphérique avec les paramètres suivants :

- Effet de pépite $C_0=3\%^2$
- Seuil partiel $C_1=7\%^2$
- Seuil total $C=10\%^2$
- Et portée a=10Heures

Nom du type : 1pt
C_0 : 0.5pt
C : 0.5pt
Unités : 1pt

Exercice 01 : (06 points)

8 6 4 3 6 5 7 2 8 9 5 6 3

Calcul de la valeur du variogramme empirique :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{N(h)} [Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2$$

- Pour h=5m, on a N(h)= 12

(8,6) ; (6,4) ; (4,3) ; (3,6) ; (6,5) ; (5,7) ; (7,2) ; (2,8) ; (8,9) ; (9,5) ; (5,6) ; (6,3)

γ(h=5)=0.5x111/12=4.625

- Pour h=10m, on a N(h)= 11

(8,4) ; (6,3) ; (4,6) ; (3,5) ; (6,7) ; (5,2) ; (7,8) ; (2,9) ; (8,5) ; (9,6) ; (5,3)

γ(h=10)=0.5x115/11=5.23

Paires de points : 3x1pt
Calcul de γ(h) : 3x1pt

- Pour h=15m, on a N(h)= 10

(8,3) ; (6,6) ; (4,5) ; (3,7) ; (6,2) ; (5,8) ; (7,9) ; (2,5) ; (8,6) ; (9,3)

γ(h=15)=0.5x115/10=5.75

Exercice 02 : (10 points)

Les points mesurés : $x_1 = (1; 0)$; $x_2 = (0; 0)$; $x_3 = (3; 0)$ avec $Z_1 = 9$; $Z_2 = 3$; $Z_3 = 4$

On estime le point x_0 situé à (0; 1), par un modèle sphérique, avec effet de pépite $C_0=1$, palier $C_0+C_1=11$ et portée a=3.

1. On calcule d'abord les distances entre toutes les paires de points.

	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	0	1.4	1	3.2
x_1	1.4	0	1	2
x_2	1	1	0	3
x_3	3.2	2	3	0

2. On évalue le variogramme sphérique à chacune de ces distances avec la formule.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 \quad si\ h = 0 \\ 1 + 10\left[1.5\frac{h}{3} - 0.5(\frac{h}{3})^3\right] \quad si\ 0 < h < 3 \\ 11 \quad si\ \ h \geq 3 \end{cases}$$

	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	0	7.55	5.81	11
x_1	7.55	0	5.81	9.52
x_2	5.81	5.81	0	11
x_3	11	9.52	11	0

3. On déduit la covariance correspondante : $C(h) = \sigma^2 - \gamma(h) = (C_0+C_1) - \gamma(h)$

Soit pour notre cas : $C(h) = 11 - \gamma(h)$

	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	0	3.45	5.19	0
x_1	3.45	11	5.19	1.48
x_2	5.19	5.19	11	0
x_3	0	1.48	0	11

Le vecteur k_0 :

$$K_0 = C(0) = \begin{vmatrix} 3.45 \\ 5.19 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

4. Ceci permet de construire le système de krigeage $C.\lambda = C(0)$

$$11 \times \lambda_1 + 5.19 \times \lambda_2 + 1.48 \times \lambda_3 + \mu = 3.45$$
$$5.19 \times \lambda_1 + 11 \times \lambda_2 + \mu = 5.19$$
$$1.48 \times \lambda_1 + 11 \times \lambda_3 + \mu = 0$$
$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

4. Dont la solution est : $\lambda_1=0.23$, $\lambda_2=0.58$, $\lambda_3=0.19$, $\mu=-2.40$

$$\text{Donc} \quad \Lambda = \begin{vmatrix} 0.23 \\ 0.58 \\ 0.19 \\ -2.40 \end{vmatrix}$$

5. **L'estimation** est alors :

$\hat{Z}_{x0} = \sum \lambda_i Z_i$ d'où $\hat{Z}_{x0} = 0.23 \times 9 + 0.58 \times 3 + 0.19 \times 4 = 4.59$

6. La **variance** de **krigeage** est donnée par :

$$\sigma^2_{k0} = Var(\hat{Z}_{x0}) - \Lambda \times K_0 = 11 - [0.23 \times 3.45 + 0.58 \times 5.19 + 0.19 \times 1.48 - 2.40 \times 1]$$

$$\sigma^2_{k0} = 11 - \begin{vmatrix} 0.23 \\ 0.58 \\ 0.19 \\ -2.40 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 3.45 \\ 5.19 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = 11 - [0.23 \times 3.45 + 0.58 \times 5.19 + 0.19 \times 1.48 - 2.40 \times 1] = 9.5963$$

Les distances : 2pts
Calcul des $\gamma(h)$: 2pts
Calcul des C(h) : 2pts
Matrice : 2pts
Solutions : 4x0.5pts=2pts
$\hat{Z}_{x0}$ et Variance de krigeage : 2pts