

TD de Cristallographie Géométrique
SMC5 parcours CMM et CAQ

I – On considère les opérations de symétrie suivante :

- 1°) un plan miroir confondu avec le plan YOZ.
- 2°) un plan miroir confondu avec le plan XOZ.
- 3°) un axe d'ordre 2 bissectrice de l'angle YOZ.
- 4°) un axe d'ordre 2 bissectrice de l'angle XOZ.
- 5°) un axe d'ordre 4 parallèle à l'axe OX.
- 6°) un axe d'ordre 4 parallèle à l'axe OY.
- 7°) un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire (111).
- 8°) $(1\bar{1}1)$.
- 9°) $(11\bar{1})$.
- 10°) un centre de symétrie et un plan miroir confondu avec (XOY).

Déterminer dans chaque cas la représentation matricielle (groupes cubiques)

II – Soient les combinaisons d'opérations suivantes :

- a) un plan miroir (XOZ) plus un centre de symétrie
- b) un axe d'ordre 2 bissectrice de l'angle XOZ plus un centre de symétrie
- c) un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire (111) plus un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire $(\bar{1}11)$
- d) un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire (111) plus un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire $(1\bar{1}1)$
- e) un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire (111) plus un axe d'ordre 3 perpendiculaire au plan réticulaire $(11\bar{1})$

Quel est dans chaque combinaison l'élément de symétrie correspondant ? Représenter dans chaque cas cet élément de symétrie (groupes cubiques)

III – Donner les représentations stéréographiques suivantes :

- a) addition d'un centre de symétrie (situé sur l'axe) à un axe de rotation d'ordre 1, 2, 3, 4, 6.
- b) Addition d'un plan miroir (perpendiculaire à l'axe) à un axe de rotation d'ordre 1, 2, 3, 4, 6.

IV - Montrer, à l'aide de la projection stéréographique, que lorsqu'un axe d'ordre n est dans un plan de symétrie, il existe n plans de symétrie formant entre eux des angles de π/n .

TD de Cristallographie Géométrique

Série N° : 1

► EXERCICE I :

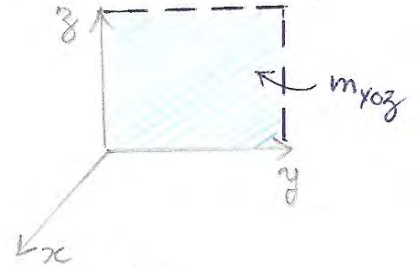
la représentation matricielle (groupe cubique) $\Rightarrow \begin{cases} a=b=c \\ \alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2} \end{cases}$

1) un plan miroir confondu avec le plan YOZ :

$$P(x, y, z) \xrightarrow{m_{YOZ}} P'(x', y', z')$$

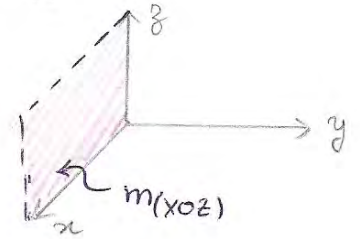
$$\begin{aligned} x' &= \bar{x} \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \Rightarrow \text{d'où } M = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ x & y & z \end{matrix}$



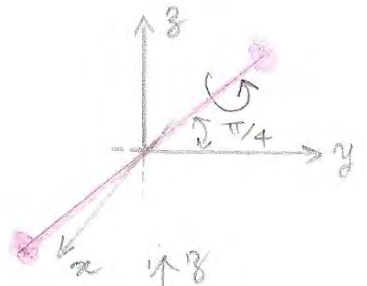
2) un plan miroir confondu avec XOZ :

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= \bar{y} \\ z' &= z \end{aligned} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



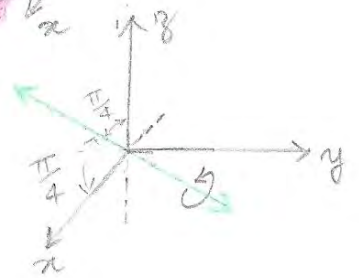
3) A_2 bissectrice de l'angle YOZ :

$$\begin{aligned} x' &= \bar{x} \\ y' &= z \\ z' &= y \end{aligned} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



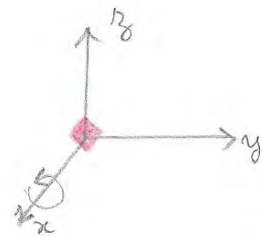
4) A_2 bissectrice de l'angle XOZ :

$$\begin{aligned} x' &= z \\ y' &= \bar{y} \\ z' &= x \end{aligned} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



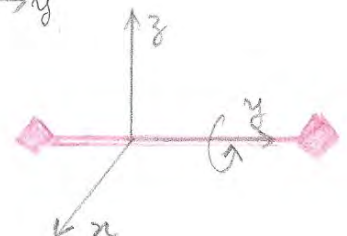
5) un axe d'ordre 4 // (Ox) :

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= z \\ z' &= \bar{y} \end{aligned} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix}$$



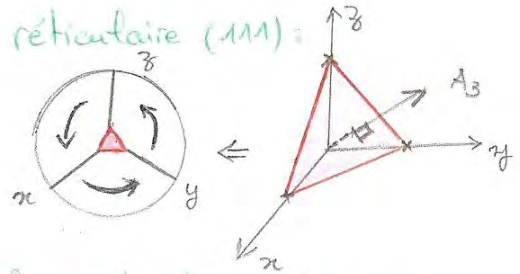
6) un axe d'ordre 4 // (Oy) :

$$\begin{aligned} x' &= \bar{z} \\ y' &= y \\ z' &= x \end{aligned} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



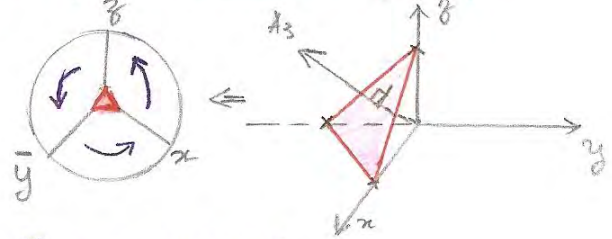
7) Un axe d'ordre 3 $\perp$ au plan réticulaire (111):

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = z \\ z' = x \end{cases} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



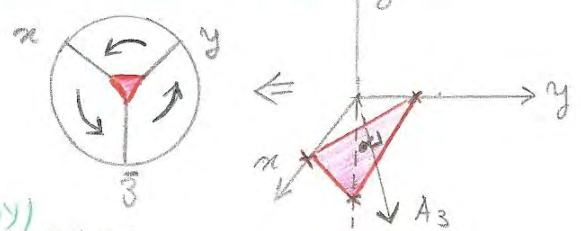
8) Un axe d'ordre 3 $\perp$ au plan réticulaire (1 $\bar{1}$ 1):

$$\begin{cases} x' = z \\ y' = \bar{x} \\ z' = y \end{cases} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix}$$



9) Un axe d'ordre 3 $\perp$ au plan réticulaire (11 $\bar{1}$):

$$\begin{cases} x' = \bar{z} \\ y' = x \\ z' = \bar{y} \end{cases} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix}$$



10) Un centre de symétrie et $m(xoy)$

C = Centre de symétrie $\Rightarrow M_c = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix}$

et $M_{(m(xoy))} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} \Leftrightarrow M = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A_2 // 0z$$

► Exercice 02 :

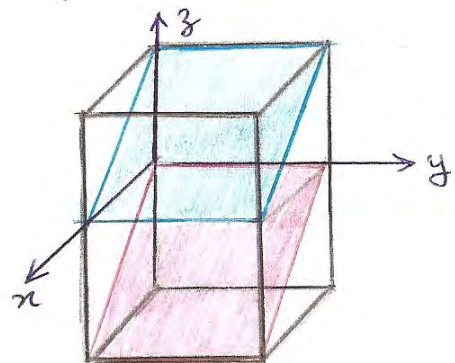
a) $m(xoz) + C$

$$M = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} \quad (A_2 // oy)$$

b) A_2 bissectrice ($\hat{x}\hat{o}\hat{z}$) + C :

$$M = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 0 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad m // (101)$$

$$\begin{cases} x \rightarrow \bar{z} \\ y \rightarrow y \quad (// \text{à l'axe } oy) \\ z \rightarrow \bar{x} \end{cases}$$



$$c) A_3 \perp (111) + A_3 \perp (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) :$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : (A_2 \parallel 0z)$$

$$d) A_3 \perp (111) + A_3 \perp (1\bar{1}\bar{1}) :$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} : (A_2 \parallel 0x)$$

$$e) A_3 \perp (111) + A_3 \perp (11\bar{1}) :$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} : (A_2 \parallel 0y)$$



لا تنسونا من صالح دعائكم

في امان الله

--