Université de M'sila
Faculté des Technologies
Département de Génie Electrique

2019/2020
Année d'étude : 3ére année ELM
Transfert Thermique

Corrigé Type (1[ier] Semestre)

Exercice 1: (04 points)

1- Etablir l'équation générale de la chaleur en coordonnées cartésienne, conduction vive et régime permanent.

1 1

$$\lambda \Delta T + \dot{q} = \cancel{\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}} = 0 \rightarrow \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \dot{q} = 0$$

2- Etablir l'équation générale de la chaleur en coordonnées cylindrique, conduction morte et régime variable.

1 1

$$\lambda \Delta T + \cancel{\dot{q}} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{r \partial r} + \frac{\partial^2 T}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Exercice 2: (08 points)

La paroi plane d'un four est composée de trois couches successives de briques :

- Une couche de 15 cm de briques réfractaires, et conductivité thermique $\lambda_1 = 1.50\ W/m.°C$.
- Une couche de briques isolantes d'épaisseur **e2**, et conductivité thermique $\lambda_2 = 0.20\ W/m.°C$.
- une couche de 30 cm de briques ordinaires, et conductivité thermique $\lambda_3 = 1.50\ W/m.°C$.

La température des briques réfractaires des faces intérieures du four est de $T_1 = 978\ °C$. La température de la surface de contact des couches de briques réfractaires et isolantes est de $T_2 = 938\ °C$. La température de la surface de contact des couches de briques isolantes et ordinaires est de $T_3 = 138\ °C$, comme le montre dans la figure 01.

Calculer :

1. L'épaisseur **e2** de la couche de briques isolantes.
2. La température de la surface extérieure du four T_4

Les résistances thermiques superficielles interne et externe de paroi ont respectivement pour valeur : hi = 10 W/ m^2. $°C$ et he = 20 W/ m^2. $°C$. S=1m²

3. Donner le circuit thermique.
4. Calculer les températures ambiantes extérieure T_{int} et intérieure T_{ext}.
5. Tracer la courbe de variation de température T = f(e) à travers le mur, de paroi intérieure à paroi extérieure.

Exercice 3:(08 points) Une sphères creuse, de conductivité thermique λ, dont les surfaces sphériques sont isothermes, est chauffé dans sa partie intérieure. On peut pas mesurer les températures intérieure T_1 sur R_1 et extérieure T_2 sur R_2, on connait la température T au rayon $r = 1m$, ainsi que la densité de flux φ en $r = 1\ m$.

1. Etablir l'expression de la fonction de la température T en fonction de r.
2. Déduire l'expression de la densité de flux thermique φ en fonction de r.
3. Utiliser les réponse des questions **1)** et **2)** pour Calculer les températures T_1 sur R_1 et T_2 sur R_2.
4. Tracer la courbe de variation de température $T = f(r)$ à travers la sphères, de paroi intérieure à paroi extérieure.

Donnée : $R_1 = 0.5\ m, R_2 = 2\ m, \lambda = 1\ W/(m.°C), \varphi(r = 1) = 100\ W/m^2, T(r = 1) = 100\ °C$.

Réponse :

1. L'expression de la fonction de la température T : 0,5

On utilise l'équation générale de la chaleur : $\lambda\Delta T + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$ (la conduction est morte $\dot{q} = 0$, le régime est permanent $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$), alors $\lambda\Delta T = 0 \rightarrow \Delta T = 0 = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial T}{\partial r})$ 0,5, on intègre deux fois on obtient $T(r) = \frac{A}{r} + B$ 0,5, on utilise les conditions de frontière pour déterminer A et B

$$\begin{cases} \text{à } r = R_1, T(R_1) = T_1 = \frac{A}{R_1} + B \\ \text{à } r = R_2, T(R_2) = T_2 = \frac{A}{R_2} + B \end{cases}, \quad donc \begin{cases} A = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \\ B = T_1 - \left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\right)\frac{1}{R_1} \end{cases} \text{ alors}$$

0,5 0,5

$$T(r) = \left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\right)\frac{1}{r} + T_1 - \left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\right)\frac{1}{R_1} = T_1 + (T_1 - T_2)\frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$ 0,5

2. L'expression de la densité de flux thermique φ : d'après la loi de FOURIER

$$\boldsymbol{\varphi} = -\lambda gradT = -\lambda\frac{\partial T}{\partial r} = \lambda\left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\right)\frac{1}{r^2}$$ 0,5 0,5

3. Calcule des températures T_1 sur R_1 et T_2 sur R_2:

Nous avons $T(r = 1) = 100°C$ et $\varphi(r = 1) = 100W/m^2$ deux équations avec deux inconnus

$$\begin{cases} T(r = 1) = 100°C = T_1 + (T_1 - T_2)\frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{0.5}}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{2}} \\ \varphi(r = 1) = 100 = 1\left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{0,5} - \frac{1}{2}}\right)\frac{1}{1^2} \end{cases}$$ 0,5 0,5

$$\begin{cases} -\dfrac{2}{3}(T_1 - T_2) + T_1 = 100°C \\ \dfrac{2}{3}(T_1 - T_2) = 100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 + 2T_2 = 300°C \\ 2T_1 - 2T_2 = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 = 200°C \\ T_2 = 50°C \end{cases}$$

0,5 0,5 0,5 0,5

4. La courbe de variation de température $T = f(r)$: