EPROUVE DU 3ème SEMESTRE

Questions de cours : (3 pts) 3/3

a) Donne la formule de le coefficient de corrélation d'une série statistique double r =.......... → 1
b) Si $r^2 = 1$ On dit quoi sur l'ajustement affine ? → 1
c) Si l'ajustement affine ne se justifie pas , Quelle est l'angle entre les deux droites D et D' ? → 1

Exercice N°01 : (7 pts) 7/7
Les mesures du nombre X de jours de pluie et de la hauteur Y (en mm) de pluie tous les 5 ans entre 1960 et 1995

sont récapitulées dans le tableau suivant.

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
X	198	196	169	164	170	163	149	162
Y	739	880	631	658	690	501	501	670

a) Représenter graphiquement le nuage de points. → 0,5
b) Calculer le coefficient de corrélation.
$\bar{x}$ → 0,5
$\bar{y}$ → 0,5
σ_x → 1
σ_y → 1
cov(x,y) → 1
r(x,y) → 1
c) Y a-t-il une relation de liaison entre les variables X et Y ? → 1,5

Exercice N°02 : (3 pts) 3/3

Etablir les identités : a) $\binom{n}{p}\binom{p}{m} = \binom{n}{m}\binom{n-m}{n-p}$. 1 b) $\sum_{p=0}^{n}\binom{n}{p}(-1)^p = 0$. 1 c) $\sum_{j=0}^{n}\binom{n}{2j} = \sum_{j=0}^{n}\binom{n}{2j+1} = 2^{n-1}$. 1

$\left\{ \textit{Note : On a le Binome de Newton : } (a+b)^n = \sum_{p=0}^{n}\binom{n}{p}(a)^p(b)^{n-p}. \text{ et la Combinaison } \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \right\}$

Exercice N°03 : (2.5 pts) 2,5/2,5
Combien existe-il de grilles de mots croisées 10 X 12 ? 2,5

Exercice N°04 : (4.5 pts) 4,5 4,5
Un dé est jeté 3 fois successivement et les résultats des 3 expériences sont tous différents. Quelle est la Probabilité qu'il y ait un as ?
P(B) → 1,5
P(A∩B) → 1,5
P(A/B) → 1,5

<u>التمرين 03</u>: كم يوجد من شبكة للكلمات المتقاطعة المستطيلة : 12X10؟

<u>التمرين 04</u> : نرمي زهرة نرد ثلاث مرات متتالية علما أن النتائج الثلاثة المتحصل عليها مختلفة تماما .

ماهو إحتمال الحصول على الرقم 1 ؟

ملاحظة 1- زهرة النرد هي عبارة عن مكعب سداسي الوجوه يحمل كل وجه رقم واحد من 1 الى 6 .

2- شبكة الكلمات المتقاطعة المستطيلة 12X10 هي جدول مستطيل من 120 خانة منها عدد من الخانات السود.

Corrigé de l'épreuve de (Stat et Proba) S3 (2015/2016)

Questions de Cours (3 pts).

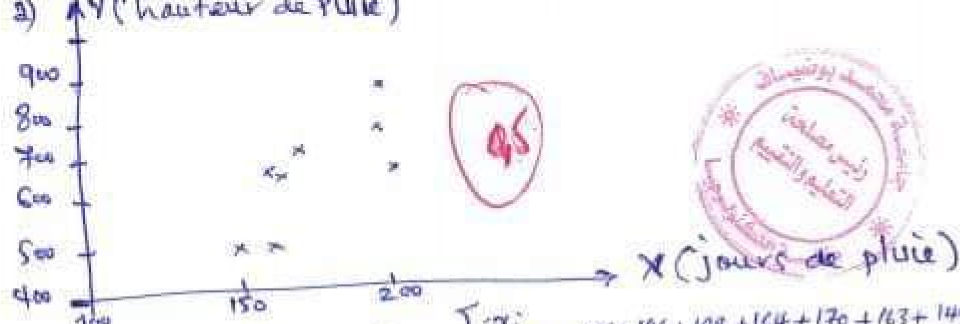
a) $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ 1

b) l'ajustement affine est <u>parfait</u> 1

c) Supérieur à $45°$. 1

Exercice N° 01 (7 pts).

a)



0,5

b) Moyenne de X : On a $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{198+196+199+164+170+163+149+162}{8} = \dfrac{1401}{8} = \boxed{175{,}125}$ 1

Moyenne de Y : On a $\bar{y} = \dfrac{\sum y_i}{N} = \dfrac{739+880+631+658+690+501+501+670}{8} = \dfrac{5270}{8} = \boxed{658{,}750}$

Ecart-type de X : On a $\sigma_x = \left(\dfrac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2\right)^{1/2} = \sqrt{\dfrac{198^2+196^2+199^2+164^2+170^2+163^2+149^2+162^2}{8} - 175{,}125^2}$

$= \sqrt{\dfrac{248031}{8} - 30\,668{,}766} = \sqrt{31003{,}875 - 30\,668{,}766} = \sqrt{335{,}109}$

$\boxed{= 18{,}306}$. 1

Ecart-type de Y : On a $\sigma_y = \left(\dfrac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2\right)^{1/2} = \sqrt{\dfrac{739^2+880^2+631^2+658^2+690^2+501^2+501^2+670^2}{8} - 658{,}75^2}$

$= \sqrt{\dfrac{3578648}{8} - 433951{,}562} = \sqrt{447331 - 433951{,}562}$

$= \sqrt{13\,379{,}438} = \boxed{115{,}670}$ 1

Covariance de X et Y On a :

$Cov(X.Y) = \dfrac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x}\bar{y} = \dfrac{198 \times 739 + 196 \times 880 + \dots + 162 \times 670}{8} - 175{,}125 \times 658{,}75$

$= \dfrac{934435}{8} - 115\,363{,}594 = 116\,804{,}375 - 115\,363{,}594 = \boxed{1440{,}781}$ 1

Coeficient de Corrélation de X et Y On a

$r(X.Y) = \dfrac{Cov(X.Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \dfrac{1440{,}781}{18{,}306 \times 115{,}670} = \dfrac{1440{,}781}{2117{,}455} = \boxed{0{,}680}$ 1

c) $r(X.Y)$ est <u>proche de 0,7</u> donc On peut considérer que les Variables Sont assez fortement liées. 1,5

Exercice N° 02 (3 pts)

a) $\binom{n}{p}\binom{p}{m} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \cdot \frac{p!}{m!(p-m)!} = \frac{n!}{(n-p)!\,m!\,(p-m)!}$ ——— (1)

et $\binom{n}{m}\binom{n-m}{n-p} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \cdot \frac{(n-m)!}{(n-p)!\,(p-m)!} = \frac{n!}{(n-p)!\,m!\,(p-m)!}$ ——— (2)

1

$(1) = (2)$

b) En appliquant la formule du binôme au développement de $(1-1)^n$ on trouve la relation b).

$$\sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} (-1)^p = 0 .$$

1

c) En séparant dans cette relation les indices paires et les indices impaires :

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} - \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 0$$

; Mais en développant $(1+1)^n$ et en séparant

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} + \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 2^n$$

On déduit donc que :

1

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 2^{n-1}$$

Exercice N° 03 (2,5 pts)

2,5

$2^{(10\times12)} = 2^{120}$.

Exercice N° 04 (4,5)

Soit A : "On tire un as" ; B "les résultats sont tous différents"

On cherche $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ où $A\cap B$ "On tire des dés de hauteurs différentes dont l'as" ; On a alors $P(B) = \frac{C_6^3 \times 3!}{6^3}$ 1,5

(On choisit 3 numéros, mais l'ordre a de l'importance) et $P(A\cap B) = \frac{C_5^2 \times 3!}{6^3}$

(On choisit les deux autres numéros, toujours en tenant compte de l'ordre) 1,5

On a donc $P(A/B) = \frac{C_5^2}{C_6^3} = \frac{10}{20}$ Soit $\boxed{P(A/B) = 1/2}$

1,5

le 13/01/2016

Djerad Abd Elkader

(page 02)

Exercice N° 02 (3pts)

a) $\binom{n}{p}\binom{p}{m} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \cdot \frac{p!}{m!(p-m)!} = \frac{n!}{(n-p)!\,m!\,(p-m)!}$ ——— (1)   1

et $\binom{n}{m}\binom{n-m}{n-p} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \cdot \frac{(n-m)!}{(n-p)!\,(p-m)!} = \frac{n!}{(n-p)!\,m!\,(p-m)!}$ ——— (2)

$(1) = (2)$

b) En appliquant la formule du binôme au développement de $(1-1)^n$ on trouve la relation b). 1

$$\sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} (-1)^p = 0 .$$

c) En séparant dans cette relation les indices paires et les indices impaires :

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} - \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 0$$

; Mais en développant $(1+1)^n$ et en séparant

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} + \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 2^n$$

On déduit donc que : 1

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j} = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{2j+1} = 2^{n-1}$$

Exercice N° 03 (2,5pts)

$2^{(10\times 12)} = 2^{120}$.   2,5

Exercice N° 04 (4,5)

Soit A : "On tire un as" ; B "les résultats sont tous différents"

On cherche $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ où $A\cap B$ "On tire des dés à hauteurs différentes dont l'as" ; On a alors $P(B) = \frac{C_6^3 \times 3!}{6^3}$ 1,5

(On choisit 3 numéros, mais l'ordre a de l'importance) et $P(A\cap B) = \frac{C_5^2 \times 3!}{6^3}$

(On choisit les deux autres numéros, toujours en tenant compte de l'ordre) 1,5

On a donc $P(A/B) = \frac{C_5^2}{C_6^3} = \frac{10}{20}$ Soit $\boxed{P(A/B) = 1/2}$

1,5

le 13/01/2016

Djerad Abd Elkader

(page 02)