جامعة باتنة 1
كلية علوم المادة - قسم الفيزياء
السنة الأولى ماستر
شعبة الفيزياء
مسار الفيزياء النظرية

الإختبار النهائي في مقياس
الميكانيك الكمي المعمق 1

مدة الإختبار: ساعة و نصف
الأربعاء 18 جانفي 2017

المعادلات الأساسية: بإمكانك استخدام المعادلات التالية بدون برهان حسب الحاجة:

الهزاز التوافقي:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{x_0} + i\frac{x_0}{\hbar}\hat{p}_x\right), \qquad \hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{x_0} - i\frac{x_0}{\hbar}\hat{p}_x\right), \qquad x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \qquad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$$

الدوال الذاتية الثلاث الأولى للهزاز التوافقي:

$$\psi_n(x) = N_n H_n(x/x_0)e^{-x^2/2x_0^2}$$

$$H_0(x/x_0) = 1\,, H_1(x/x_0) = 2x/x_0\,, H_2(x/x_0) = 4x^2/x_0^2 - 2\,, \qquad N_n = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}2^n n! x_0}}$$

تكاملات خاصة: من أجل a عدد حقيقي موجب و b عدد حقيقي و n عدد طبيعي:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x/a}\,\mathrm{d}x = n!a^{n+1}\,, \qquad \int_{-\infty}^\infty e^{-ax^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\,, \qquad \int_{-\infty}^\infty e^{-ax^2+2ibx}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-b^2/a}$$

$$\int_{-\infty}^\infty x^{2n} e^{-ax^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1\times 3\times 5\times\cdots\times(2n-1)}{2^n a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}, \qquad n \neq 0$$

نظرية الإضطراب المستقلة عن الزمن: في الترميز المعتاد:

$$E_n^{(1)} = \langle n^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle, \qquad |n^{(1)}\rangle = \sum_{k\neq n}\frac{\langle k^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}|k^{(0)}\rangle, \qquad E_n^{(2)} = \sum_{k\neq n}\frac{\left|\langle k^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$$

نظرية الإضطراب المرتبطة بالزمن: إذا كانت الجملة في اللحظة t_0 في الحالة $|i\rangle$، في الدرجة الأولى فإن احتمال أن توجد الجملة في الحالة $|f\rangle$ في اللحظة t بفعل الهاملتوني المضطرب $\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{pert}}(t)$ هي $|C_f^{(1)}(t)|^2$، حيث:

$$C_f^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^t e^{-i(E_i-E_f)t'/\hbar}\langle f|\hat{H}_{\text{pert}}(t')|i\rangle dt'$$

التمرين الأول:

- أذكر الشرط الذي يجب أن يحققه مؤثر الإضطراب من أجل أن تكون نظرية الإضطراب صالحة للتطبيق في حالة وجود توالد في الحالات الذاتية للطاقة.
- يتحرك جسيم كتلته m في كمون أحادي البعد:

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + V_0 e^{-\beta^2 x^2}$$

حيث ω_0، V_0 و β ثوابت. بمعاملة الطرف $V_0 e^{-\beta^2 x^2}$ كاضطراب صغير، أحسب التصحيح للطاقة من المرتبة الأولى في نظرية الإضطراب لطاقة الحالة الأرضية.

- أذكر كيف يمكننا إيجاد تقريب لطاقة الحالة الأرضية باستخدام الطريقة التغيرية.

التمرين الثاني:

نعتبر جسيما كتلته m يتحرك في كمون هزاز توافقي بسيط أحادي البعد، حيث التردد الزاوي له يعتمد على الزمن بالشكل:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \Omega_0^2\, e^{-t^2/\tau^2}$$

حيث ω_0، Ω و τ ثوابت و لدينا $\Omega_0 \ll \omega_0$. في البداية عند $t \to -\infty$، فإن الجسيم موجود في الحالة الأرضية للهزاز التوافقي.

- بين أنه في الدرجة الأولى من نظرية الإضطراب، الجسيم لا يمكن أن يصعد إلى الحالة المثارة الأولى.
- أحسب احتمال أن يكون الجسيم في الحالة المثارة الثانية عند $t \to \infty$.