Grandeurs Electriques & Electrostatique

Mr. K. Louzazna.
Univ. A.Mira de Béjaia. ALGERIE.

22 mai 2020

Document destiné aux étudiants de 1ére année (MI)

Sommaire

1 Section no.1

*/ Grandeur électrique.

*/ Charge électrique.

*/ force électrique.

*/ Champs électrique.

*/ Potentiel (tension) électrique.

*/ énergie électrique.

Grandeurs Electriques

Par définition, une grandeur électrique A est une grandeur physique de dimension [A] décrite par l'équation dimensionelle générale suivante :

$$[A] = [M]^{\alpha}.[L]^{\beta}.[T]^{\gamma}.[I]^{\delta}$$

tels que : $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ des entiers $= \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3...\}$

$$grandeur \ electrique \ A = (valeur, a)[dimension, A]$$

avec

$[M]$ étant la dimension d'une masse,
$[L]$ la dimension d'une longueur,
$[T]$ la dimension d'un temps,
$[I]$ la dimension d'une intensité du courant électrique.

Grandeurs Electriques

En unités du système international (SI), l'équation correspondante est donnée par :

$$[A]_{SI} = [Kg]_{SI}^{\alpha}.[m]_{SI}^{\beta}.[sec]_{SI}^{\gamma}.[A]^{\delta}$$

avec :

$[Kg]_{SI}$ étant l'unité-SI du Kilogramme,
$[m]$ l'unité-SI de la masse,
$[sec]$ l'unité-SI de la seconde,
$[A]$ l'unité-SI de l'Ampère.

Concept de la charge électrique

Par définition, la grandeur de la charge électrique est l'entité physique de base de la branche de l'électricité. Par analogie, cette grandeur est l'équivalent électrique de la grandeur de la masse (grandeur mécanique) qui va manifester une interaction de nature électrique décrite par une force électrosatatique[1] d'expression :

$$\vec{F}_{1/2}^{elec} = K.\frac{Q_1\ .\ Q_2}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|^{+2}}\hat{u}_{12}$$

K décrivant la constante de *Coulomb*[2] : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} = 8.99 \times 10^{+9}$

1. le mot Electrostatique est divisé en deux parties : "Electro" synonyme de charges électriques et "Statiques" synonyme d'immobiles ou fixes. L'électrostatique est une branche traitant des interations entre charges électrique immobiles
2. la graudeur ϵ_o étant la permittivité électrique (constante diélectrique) du vide.

Concept de la charge électrique

$F_{1/2}$ la grandeur de la force exercÃ©e par la charge Q_1 sur la charge Q_2.
$\{Q_1$ et $Q_2\}$ les deux charges électriques en interation.
$\{\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2\}$ les vecteurs positions respectifs aux deux charges Q_1 et Q_2.
$\hat{u}$ un vecteur unitaire indiquant la direction spatiale du vecteur $\vec{R}_{12}$, tel que :

$$\hat{u}_{12} = \frac{\vec{R}_{12}}{|\vec{R}_{12}|} = \frac{\vec{R}_1 - \vec{R}_2}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|}$$

avec

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_1 - \vec{R}_2$$

en unité-SI, cette grandeur de la force électrique est définie par :

$$[F]_{SI} = \left[\frac{Kg.m}{sec^{+2}}\right] = 01[Newton]$$

Concept de la charge électrique

Dans le système des unités-SI, l'unitè de la grandeur de la charge èlectrique est dèduite de l'èquation aux unitès de la grandeur de l'intensitè du courant èlectrique :

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

cette défnition va donnée lieu à une charge électrique d'unité :

$$[Q]_{SI} = [A.sec]$$

En unité-SI, la grandeur de constante de *Coulomb* est exprimée en unite du

$$[K]_{SI} = \left[\frac{kg.m^{+3}}{A^{+2}.sec^{+2}}\right]$$

Concept du champ électrique

En général, toute particule chargée (positive ou négative) Q_1 et placée dans l'espace va créer autour d'elle une région d'espace oû va agir un champ électrique $\vec{\xi_1}$ propre a la particule en question. Ainsi l'amplitude (module) du champ électrique mesurée en un point M de l'espace est ainsi définie par la grandeur suivante :

$$|\vec{\xi_1}| = K.\frac{Q_1}{|\vec{R}_{1M}|} = K.\frac{Q_1}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_M|} \quad (en\ module)$$

en vecteur, le champ électrique résultant :

$$\vec{\xi_1} = |\vec{\xi_1}|\ \hat{u}_1 \quad avec \quad \vec{u}_1 = \frac{\vec{R}_{1M}}{|\vec{R}_{1M}|}$$

$\hat{u}_1$ étant un vecteur unitaire sortant de la charge Q_1 et orienté vers le point de mesure M, de module égale à l'unité :

$$|\hat{u}_1| = +1\ (vecteur\ unite)$$

Concept du champ électrique

En pratique, toute autre particule chargée Q_2 (positive ou négative) rentant dans la région d'espace de la premiére particule chargée Q_1 va subir l'action du champ électrique de cette dernière charge. Cette interaction de nature èlectrostatique entre les deux charges Q_1 et Q_2 est ainsi décrite en terne de la force électrique :

$$\vec{F}_{1/2}^{elec} = Q_2.\vec{\xi}_1$$

en unité-SI, cette grandeur du champ électrique est dcrite par :

$$[\xi]_{SI} = \left[\frac{Kg.m}{A.sec^{+3}}\right]$$

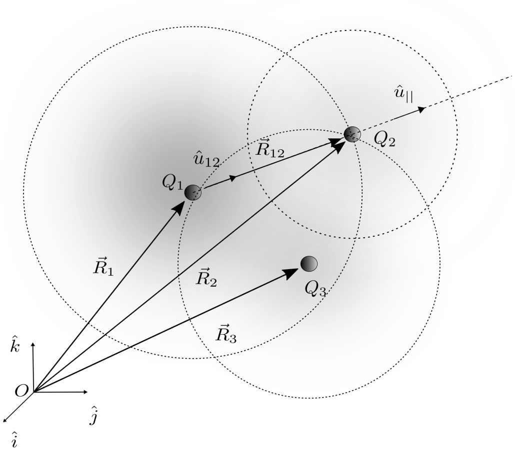

FIGURE – Schéma représentatif des trois charges Q_1, Q_2, Q_3 de calculs. La zone d'action du champs électrique propre à chacune des trois charges est délimitée par un cercle en pointillé et centré sur la charge en question.

Concept du champ électrique

Par réciprocité, la seconde particule chargée Q_2 est à son tour source d'un champ électrique propre $\vec{\xi}_2$ qui va agir sur la première charge Q_1 á travers une force électrique [3] :

$$\vec{F}_{2/1} = Q_1.\vec{\xi}_2 \quad avec \quad \vec{\xi}_2 = K.\frac{Q_2}{|\vec{R}_{21}|} = K.\frac{Q_2}{|\vec{R}_2 - \vec{R}_1|}\hat{u}_{21}$$

avec

$$\hat{u}_{21} = -\hat{u}_{12} \quad et \quad |\hat{u}_{21}| = +1 \ (vecteur \ \ unite)$$

3. la notation du champ électrique $\vec{\xi}$ (au lieu de $\vec{E}$) pour la grandeur du champ électrique est adoptée de manière Ã éviter tout risque de sa confusion avec la grandeur de l'énergie électrique $E\left[\frac{Kg.m^{+2}}{sec^{+2}}\right]$

Interactions entre plusieurs charges électiques

Pour le cas d'un système à N charges électriques $\{Q_i\}_{i=\{1,2...N\}}$ de nombre fini, la force électrique totale agissant sur une charge électrique Q_i sous l'effet du reste des $(N-1)$ autres charges électriques $Q_{i'}$ ($avec\ i' \neq i$) est dcrite comme une sommation de toutes les force individuelles agissants sur la charge cible Q_i [4] :

$$\vec{F}^{elec}_{tot/i} = \frac{1}{2} \sum_{i'=\{1,2,...N\}} \vec{F}_{i'/i} = \frac{1}{2} \sum_{i'=\{1,2,...N\}} \frac{K.Q_i.Q_{i'}}{|\vec{R}_{ii'}|^{+2}} \hat{u}_{i'}$$

$$avec \quad \vec{F}^{elec}_{tot/i} = Q_i \ . \ \vec{\xi}_{tot}$$

le champ électrique total correspondant étant donné par :

$$\vec{\xi}_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{i'=\{1,2,...N\}} \frac{K.Q_{i'}}{|\vec{R}_{ii'}|^{+2}} \hat{u}_{i'}$$

4. le facteur $\frac{1}{2}$ est ajouté de manière Ã éviter un double comptage des mêmes interactions mutuelles $(i-i')$ et $(i'-i)$

Concept du potentiel (tension) électrique

par définition, le potentiel électrique $V_M(\vec{r})$ mesuré en un point M de vecteur position $\vec{r} = \vec{OM}$ dans l'espace est une grandeur scalaire correpondant Ã l'opposé du gradient du vecteur du champ électrique agissant sur le point M en question :

$$\vec{\xi}_M(\vec{r}) = -\vec{\nabla}_{\vec{r}} V_M(\vec{r}) = -\frac{dV_M(\vec{r})}{d\vec{r}} \quad \rightarrow \quad V_M(\vec{r}) = -\int \vec{\xi}_M(\vec{r}) \bullet d\vec{r}$$

$$avec \quad V_M(\vec{r}) = V_M(x, y, z)$$

$\vec{r}$ étant le vecteur position propre au point M (de mesure) :

$$\vec{r} = \vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{matrix} \quad [m]_{SI}$$

Concept du potentiel (tension) électrique

Pour le cas de la charge électrique Q_i, le potentiel électrique généré en un point M de l'espace est donné :

$$V_{i(M)} = K \frac{Q_i}{|\vec{R}_{iM}|} \quad avec \quad \vec{R}_{iM} = \vec{R}_i - \vec{R}_M$$

Le système à N charges électriques $\{Q_i\}_{i=\{1,2,...N\}}$ en interactions mutuelles :

$$V_{tot(M)} = \frac{1}{2} \sum_{i'=\{1,2,...N\}} V_{i'(M)} = \frac{1}{2} \sum_{i'=\{1,2,...N\}} \frac{K.Q_{i'}}{|\vec{R}_{i'M}|}$$

en unité-SI, la grandeur du potentiel (tension) électrique est définie par :

$$[V]_{SI} = \left[\frac{Kg.n^{+2}}{A.sec^{+3}}\right] = 01[Volt]$$

Concept de l'énergie électrique

La grandeur de l'énergie potentielle électrique itrinseque propre á une charge électrique Q_i est définie par le produit de cette charge par son propre champ électique[5] :

$$E_{P_i} = Q_i . V_i$$

en unité-SI, cette grandeur de l'énergie électrique est définie par :

$$[E_P]_{SI} = \left[\frac{Kg.m^+2}{sec^{+2}} \right] = 01[Joule]$$

5. la gradeur de l'énergie potentielle est aussi notée U :

$$U_i = E_{P_i}$$

Concept de l'énergie électrique

Pour le cas de deux charges électriques Q_1 et Q_2 de vecteurs positions respectif $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$ dans l'espace direct, le travail de la force électrique $F_{1/2}$ exercée par Q_1 sur Q_2 pour la faire déplacer de la position d'équilibre R_12 vers une position lointaine (l'infini) est défini par l'expression intégrale suivante :

$$W_{R_{12}\to+\infty} = \int_{\substack{direction\\ \mathrm{int}erch\arg es}} \vec{F}_{1/2} \bullet d\vec{\ell} = \int_{R_{12}}^{+\infty} \left|\vec{F}_{1/2}\right| d\ell_{||}$$

dans la base de calcul $\{\hat{u}_{||}, \hat{u}\perp\}$, les deux vecteurs sont dèfinis par

$$\vec{F}_{1/2} = |\vec{F}_{1/2}|\hat{u}_{||} + 0.\hat{u}_{\perp} \quad et \quad d\vec{\ell} = d\ell_{||}\hat{u}_{||} + 0.\hat{u}_{\perp}$$

avec

$$|\vec{F}_{1/2}| = K.\frac{Q_1.Q_2}{r_{12}^{+2}} \quad et \quad d\ell_{||} = dr_{12}$$

Concept de l'énergie électrique

Aprés substitution, la grandeur du travail résultante est donné par :

$$W_{R_{12}\to+\infty} = K.Q_1.Q_2 \int_{R_{12}}^{+\infty} \frac{1}{r_{12}^{+2}} \quad dr_{12} = K.Q_1.Q_2.\left[-\frac{1}{r_{12}}\right]_{R_{12}}^{+\infty}$$

$$= K.Q_1.Q_2.\left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_{12}}\right]$$

$$= Q_2.\left[-\frac{K.Q_1}{\infty} + \frac{K.Q_1.}{R_{12}}\right]$$

$$= Q_2.\left[V_1(R_{12}) - V_1(\infty)\right]$$

Concept de l'énergie électrique

De par sa nature, la force électrique est une force conservative, l'ènergie totale (mécanique) des charges électriques est ainsi conservée entre la position initiale et la position finale :

$$\Delta E_T = E_T^{fin}(+\infty) - E_T^{ini}(R_{12}) = 0$$

avec

$$E_T(r_{12}) = E_C(r_{12}) + E_P(r_{12})$$

après substitution :

$$\Delta E_T = \Delta E_C + \Delta E_P = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_C = -\Delta E_P$$

Concept de l'énergie électrique

Pour le cas de la charge électrique Q_2, la grandeur du travail réalisé par la force électrique $\vec{F}_{1/2}$ est ainsi définie comme :

$$W_{R_{12}\to+\infty} = -\Delta E_{P2} = -\left[E_{P2}^{fin}(+\infty) - E_{P2}^{ini}(R_{12})\right]$$

avec

$$W_{R_{12}\to+\infty} = Q_2.\left[V_1(R_{12}) - V_1(\infty)\right]$$

En pratique, le potentiel (tension) électrique $V_1(\infty)$ généré(e) par la charge Q_1 à des distances lointaines (l'infini) est nul de manière à donner lieu à une énergie potentielle nulle $E_{P2}^{fin}(+\infty)$ à l'infini :

$$V_1(\infty) = 0 \quad \to \quad E_{P2}^{fin}(+\infty) = Q_2.V_1(\infty) = 0$$

Concept de l'énergie électrique

D'un point de vue énerg'etique, pour le système à deux charges Q_1 et Q_2 de même signes (like signs), les énergies potentielles électriques propres aux deux charges sont positives (effet de répulsion).

Au cours de son éloignement de la charge Q_1, la charge Q_2 va ainsi perdre de l'énergie potentielle électrique convertie en énergie cinétique de manière à conserver son énergie totale. Ainsi, le travail de la force électrique $\vec{F}_{1/2}$ correspondant est positif :

$$W_{1/2} = -\Delta E_P 2 = -\left[E_P^{fin} 2 - E_P^{ini} 2\right] > 0 \quad avec \quad E_P^{ini} 2 > E_P^{fin} 2$$

Eb pratique, le travail externe à fournir à la charge Q_2 pour la rapprocher de la charge Q_1 est nègatif :

$$W_o = -W_{1/2} < 0$$

Concept de l'énergie électrique

Ainsi, pour rapprocher les deux charges Q_1 et Q_2 á une distance d'équilibre R_{12} constante (fixe) l'une de l'autre, la force externe $\vec{F}_o$ à appliquer sur la charge Q_2 va s'opposer à la force électrique $\vec{F}_{1/2}$ (exercée par la charge Q_1) et va réaliser un travail négatif. Sur la base d'une application de la loi de la dynamique (2^{eme} loi de Newton) à la charge Q_2 en mouvement à vitesses lentes :

$$\vec{F}_o + \vec{F}_{1/2} = m_2.\vec{a}_2 \quad avec \quad \vec{a}_2 \approx \vec{0} \quad \rightarrow \quad \vec{F}_o = -\vec{F}_{1/2}$$

tel que :

$$W_o = -\int \vec{F}_o \bullet d\vec{r} < 0$$

Concept de l'énergie électrique

En général, pour la cas d'un système à deux charges de mêmes signes (like signs), les forces de leurs interactions électriques mutuelles sont répulsives (énergies potentielles positives) et leurs travaux sont positifs, le travail de la force externe à fournir au système en question est négatif comme les deux charges ont tendence à s'éloigner l'une de l'autre.

La grandeur de l'énergie potentielle électrique de chacune des charges va diminuer avec leur éloignement l'une de l'autre. A l'opposé, leur rapprochement va faire augmenter cette énergie potentielle électrique.

A la différence, pour le cas d'un système à deux charges de signes opposés (unlike signs), les forces de leurs interactions électriques mutuelles sont attractives (énergies potentielles négatives) de manière à ce que leurs énergies potentielles électriques vont augmenter lors de leur éloignement et vont diminuer avec leur rapprochement.

Concept de l'énergie électrique

Pour le cas d'un système à trois charges électriques $\{Q_1, Q_2, Q_3\}$, chaque charge électrique sera soumise au potentiel total des deux autres charges, tel que :

$$E_{P1} = Q_1.V_{tot(1)} = Q_1.\left[V_{2(1)} + V_{3(1)}\right] = Q_1.\left[\frac{K.Q_2}{R_{21}} + \frac{K.Q_3}{R_{31}}\right]$$

$$E_{P2} = Q_2.V_{tot(2)} = Q_2.\left[V_{3(2)} + V_{1(2)}\right] = Q_2.\left[\frac{K.Q_3}{R_{32}} + \frac{K.Q_1}{R_{12}}\right]$$

$$E_{P3} = Q_3.V_{tot(3)} = Q_3.\left[V_{1(3)} + V_{2(3)}\right] = Q_3.\left[\frac{K.Q_1}{R_{13}} + \frac{K.Q_2}{R_{23}}\right]$$

L'ènergie interne totale de ce système à trois charges est ainsi défini par :

$$U = \frac{1}{2}\left[E_{P1} + E_{P2} + E_{P3}\right]$$

Concept de l'énergie électrique

Note :
*/ le facteur 1/2 est introduit de manière à éviter de comptabiliser deux fois des interactions identiques : (12) et (21), (13) et (31), (23) et (32).

* la self-interaction d'une charge électrique avec son propre potentiel électrique ne va induire aucun dépalacement de la charge en question, donc sa conrtibution à l'énergie interne (emmagasinée) du système est ignorée.

*/ L'Ã©nergie interne propre Ã un systÃ¨me de N charges Ã©lectriques est donnÃ©e par :

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=\{1,2...N\}} E_{P(i)} = \frac{1}{2}\sum_{i=\{1,2...N\}} Q_i.V_{tot(i)}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=\{1,2...N\}} Q_i\left[\sum_{i'=\{1,2...N\}}\frac{K.Q_{i'}}{|\vec{R}_{ii'}|}\right] = \frac{1}{2}\sum_{i=\{1,2...N\}}\sum_{i'=\{1,2...N\}}\frac{K.Q_i.Q_{i'}}{|\vec{R}_{ii'}|}$$

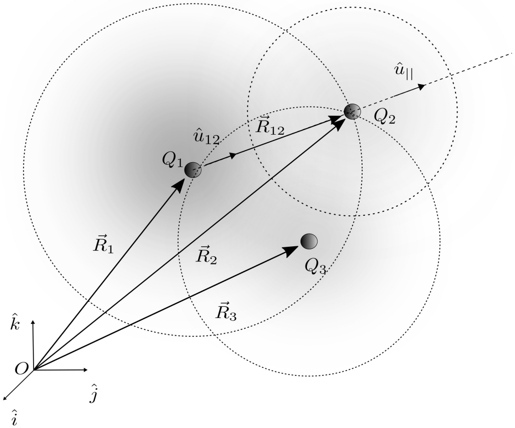

FIGURE – Schéma représentatif des trois charges Q_1, Q_2, Q_3 de calculs.