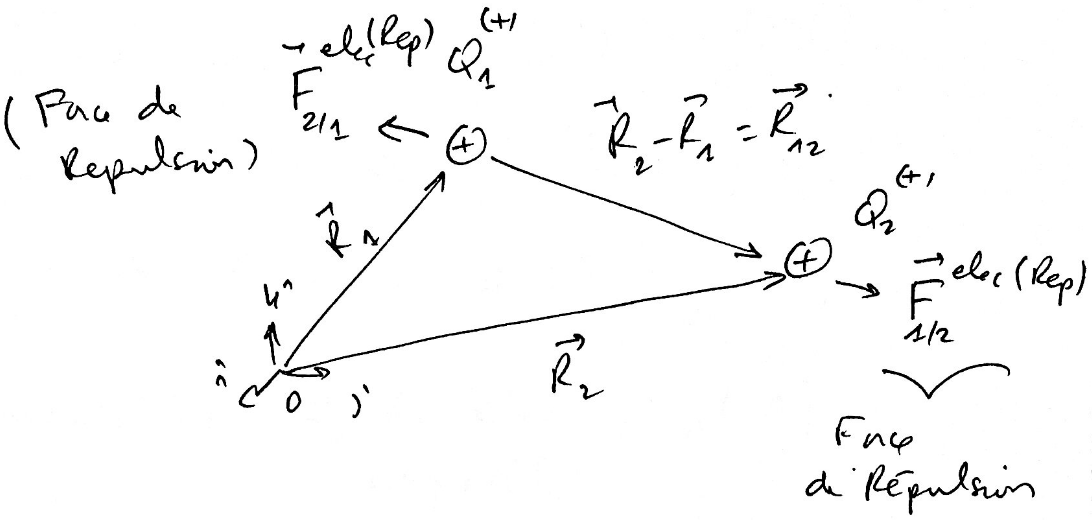
demo 1

(02) charges electriques positives $\begin{cases} Q_1 = +0.1[C] = +10^{-1}[C] \\ Q_2 = +0.1[C] = +10^{-1}[C] \end{cases}$ SI

placées à (01) distance $R_{12} = 10[m]$ SI l'une de l'autre



(1) Modules (intensités) des Forces electriques s'appliquant entre les (02) charges $Q_1^{(+)}$ et $Q_2^{(+)}$

(*) la Force electrique $\vec F_{1/2}$ exercée par la charge $Q_1^{(+)}$ sur la charge $Q_2^{(+)}$ est définie par :

Module

$$|\vec F^{elec}_{1/2}| = K \frac{Q_1 Q_2}{R_{12}^{+2}} \quad (1)$$

carré

générée par Q_1 — exercée sur Q_2

(K) étant la Constante de Coulomb : $K = 9\times10^{+9}\left[\frac{Kg.m^{+3}}{A^{+2}.Sec^{+3}}\right]$ $\boxed{1}$

Note :

la constante de Coulomb (K) est une constante physique d'unité : SI (Système International MKSA) :

$$[K]_{SI} = \left[\frac{Kg \cdot m^{+3}}{A^{+2} \cdot sec^{+2}} \right].$$

$[Kg]_{SI}$: l'unité du Kilogramme. (Masse)

$[m]_{SI}$: l'unité du Mètre (Longueur)

$[sec]_{SI}$: l'unité de la Seconde (Temps)

$[A]_{SI}$: l'unité de (l'intensité du courant électrique) l'Ampère

après substitution :

$$|\vec{F}^{elec}_{1/2}| = 9 \times 10^{+9} \cdot \frac{(10^{-1})(10^{-1})}{(10)^{+2}} = \frac{9 \times 10^{+9} \times 10^{-2}}{10^{+4}}$$

$$= 9 \times 10^{+5} \times 10^{-2} = 9 \times 10^{+3} = 9000\,[N].$$

2

$[N]$: l'unité du Newton (Force) :

$$01\,[N] = 01 \left[Kg \cdot \frac{m}{sec^{+2}} \right]_{SI}.$$

|*| par analogie, la Force électrique $\vec{F}_{2/1}^{elec}$ que va applique la charge $Q_2^{(+)}$ sur la charge $Q_1^{(+)}$ est donnée par :

$$\begin{cases} \vec{F}_{2/1}^{elec} = - \vec{F}_{1/2}^{elec} & \text{(en Vecteur)} \\ |\vec{F}_{2/1}^{elec}| = + |\vec{F}_{1/2}^{elec}| & \text{(en Module)} \end{cases}$$

Ainsi, la Force électrique Résultante (en Module) :

$$|\vec{F}_{2/1}^{elec}| = + |\vec{F}_{1/2}^{elec}| = + 9000 \left[\frac{Kg \cdot m}{sec^{+2}} \right]_{SI} = + 9000 \,[N]$$

|*| la masse équivalente à cette Force électrique est déduite de la définition de la grandeur du poids :

$$P = m \cdot g$$

[P] : étant le poids

[m] : la masse

[g] : l'accélération de la gravitation Terrestre

$$g = 9.87 \simeq 10 \left[\frac{m}{sec^{+2}} \right].$$

en posant : $\qquad P = |\vec{F}^{elec}_{1/2}|$

↳ $m.g = |\vec{F}^{elec}_{1/2}|$

↳ $m \times 10 \left[\frac{m}{sec^2}\right] = +9000 \left[kg \cdot \frac{m}{sec^2}\right]$

↳ $m = \frac{9000}{10} [kg] = 900 [kg]_{SI}$.

Note :

En fait, l'unité_SI de la charge électrique est l'Ampère par seconde :

coulomb

$01 [C] = 01 [A \times sec]_{SI}$

---

demo 2

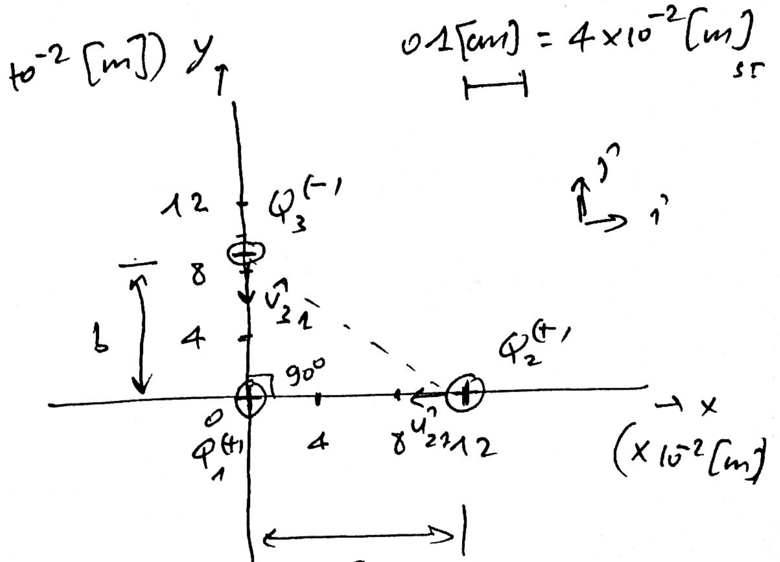
milli [mC]

(03) charges électriques
$$\begin{cases} Q_1^{(+)} = +1 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \\ Q_2^{(+)} = +2 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \\ Q_3^{(-)} = -3 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \end{cases}$$

placés sur les (03) sommets d'1 Triangle Rectangle

(à angle droit : 90°) de cotés centimètre [cm]

$$\begin{cases} \overline{AB} = a = 12 \times 10^{-2}\,[m]_{SI} \\ \overline{AC} = b = 9 \times 10^{-2}\,[m]_{SI} \end{cases}$$



I*| Force totale appliquée sur la charge $Q_1^{(+)}$

par définition :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} = \vec{F}^{\,elec}_{2/1} + \vec{F}^{\,elec}_{3/1} \quad \text{(en Vecteur)} \quad (1)$$

avec :

$$\begin{cases} \vec{F}^{\,elec}_{2/1} = K \cdot \dfrac{Q_2 \cdot Q_1}{R_{21}^{+2}}\, \hat{u}_{21} \\ \vec{F}^{\,elec}_{3/1} = K\, \dfrac{Q_3 \cdot Q_1}{R_{31}^{+2}}\, \hat{u}_{31} \end{cases} \quad (2)$$

(milli) $[mC]$

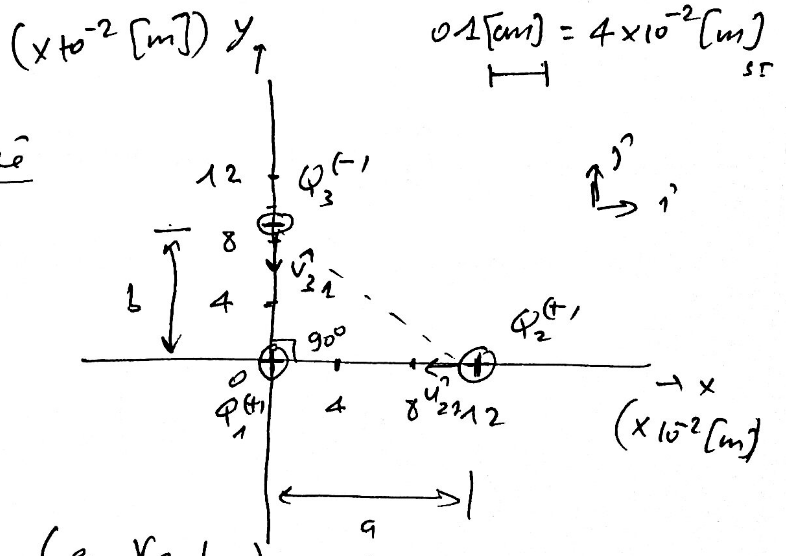
demo 2

(03) charges électriques $\begin{cases} Q_1^{(+)} = +1.2 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \\ Q_2^{(+)} = +2.5 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \\ Q_3^{(-)} = -3 \times 10^{-3}\,[C]_{SI} \end{cases}$

placés sur les (03) sommet d'1 Triangle Rectangle ($\overset{\Delta}{ABC}$)

(ā angle droit : 90°) de cotés (centimètre) $[cm]$

$$\begin{cases} \overline{AB} = a = 12 \times 10^{-2}\,[m]_{SI} \\ \overline{AC} = b = 9 \times 10^{-2}\,[m]_{SI} \end{cases}$$



(*) **Force totale appliquée sur la charge $Q_1^{(+)}$**

par définition :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} = \vec{F}^{\,elec}_{2/1} + \vec{F}^{\,elec}_{3/1} \quad \text{(en Vecteur)} \qquad (1)$$

avec :

$$\begin{cases} \vec{F}^{\,elec}_{2/1} = K \cdot \dfrac{Q_2 \cdot Q_1}{R_{21}^{+2}}\,\hat{u}_{21} \\ \vec{F}^{\,elec}_{3/1} = K\,\dfrac{Q_3 \cdot Q_1}{R_{31}^{+2}}\,\hat{u}_{31} \end{cases} \qquad (2)$$

tels que : $\begin{cases} R_{21} = a \\ R_{31} = b \end{cases}$ ③

$(\hat{u}_{21})$ est un vecteur unité (noté aussi : $\hat{e}_{21}$), ses composants dans la Base cartésienne $\{\hat{\imath}, \hat{\jmath}\}$ sont :

$$\begin{cases} \hat{u}_{21} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\hat{\imath}, \hat{\jmath}} = (-1)\,\hat{\imath} + (0)\,\hat{\jmath} = -\hat{\imath} \\ |\hat{u}_{21}| = +1 \quad \text{(vecteur unité)} \end{cases}$$ ④

avec

c'est un vecteur sortant de la charge $Q_2^{(+)}$ et dirigé vers la charge $Q_1^{(+)}$.

de même, $(\hat{U}_{31})$ est un vecteur unité sortant de la charge $Q_3^{(-)}$ et dirigé vers la charge $Q_1^{(+)}$:

$$\begin{cases} \hat{u}_{21} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}_{\hat{\imath}, \hat{\jmath}} = (0)\,\hat{\imath} + (-1)\,\hat{\jmath} \\ \qquad = -\hat{\jmath} \quad \text{(en vecteur)} \\ \underbrace{|\hat{U}_{31}|}_{\text{module}} = \sqrt{(0)^{+2} + (-1)^{+2}} = +1 \quad \text{(vecteur unité)} \end{cases}$$ ④

avec

<u>Note</u> : les vecteurs unité (unitaire) ont par Module l'unité.

après Remplacement des équations ③ et ④ dans ② :

$$\vec{F}^{elec}_{2/1} = K \frac{Q_2 \cdot Q_1}{a^{+2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} = \begin{pmatrix} -K\dfrac{Q_2 Q_1}{a^{+2}} \\ 0 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} \quad [N]$$

Base cartésienne $\{\vec{i}; \vec{j}\}$

<u>de même :</u>

$$\vec{F}^{elec}_{3/1} = K \frac{Q_3 \cdot Q_1}{b^{+2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} = \begin{pmatrix} 0 \\ -K\dfrac{Q_3 \cdot Q_1}{b^{+2}} \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} \quad [N] \qquad ⑤$$

à partir de l'équation ①, la Force électrostatique totale agissant sur la charge électrique $Q_1^{(+)}$ est:

$$\vec{F}^{elec}_{tot/1} = \vec{F}^{elec}_{2/1} + \vec{F}^{elec}_{3/1}$$

$$= \begin{pmatrix} -K\dfrac{Q_2 Q_1}{a^{+2}} \\ 0 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} + \begin{pmatrix} 0 \\ -K\dfrac{Q_3 Q_1}{b^{+2}} \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array}$$

$$= \begin{pmatrix} -K\dfrac{Q_2 Q_1}{a^{+2}} \\ -K\dfrac{Q_3 Q_1}{b^{+2}} \end{pmatrix}\begin{array}{l} \vec{i} \\ \vec{j} \end{array} \quad [N]_{SI}$$

4

App. Num :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} = \begin{pmatrix} -\dfrac{(9\times10^{+9})(+2.5\times10^{-3})(+1.2\times10^{-3})}{(1.2\times10^{-2})^{+2}} \\[2ex] -\dfrac{(9\times10^{+9})(-3\times10^{-3})(+1.2\times10^{-3})}{(3\times10^{-2})^{+2}} \end{pmatrix} \begin{matrix}\vec{\imath} \\[4ex] \vec{\jmath}\end{matrix} \quad [N]_{SI}$$

$$= \begin{pmatrix} -\dfrac{(9)(2.5)(1.2)\times10^{+3}}{(12)^{+2}\times10^{-4}} \\[2ex] +\dfrac{(9)(3)(1.2)\times10^{+3}}{(3)^{+2}\times10^{-4}} \end{pmatrix} \begin{matrix}\vec{\imath} \\[4ex] \vec{\jmath}\end{matrix} \quad [N]_{SI}$$

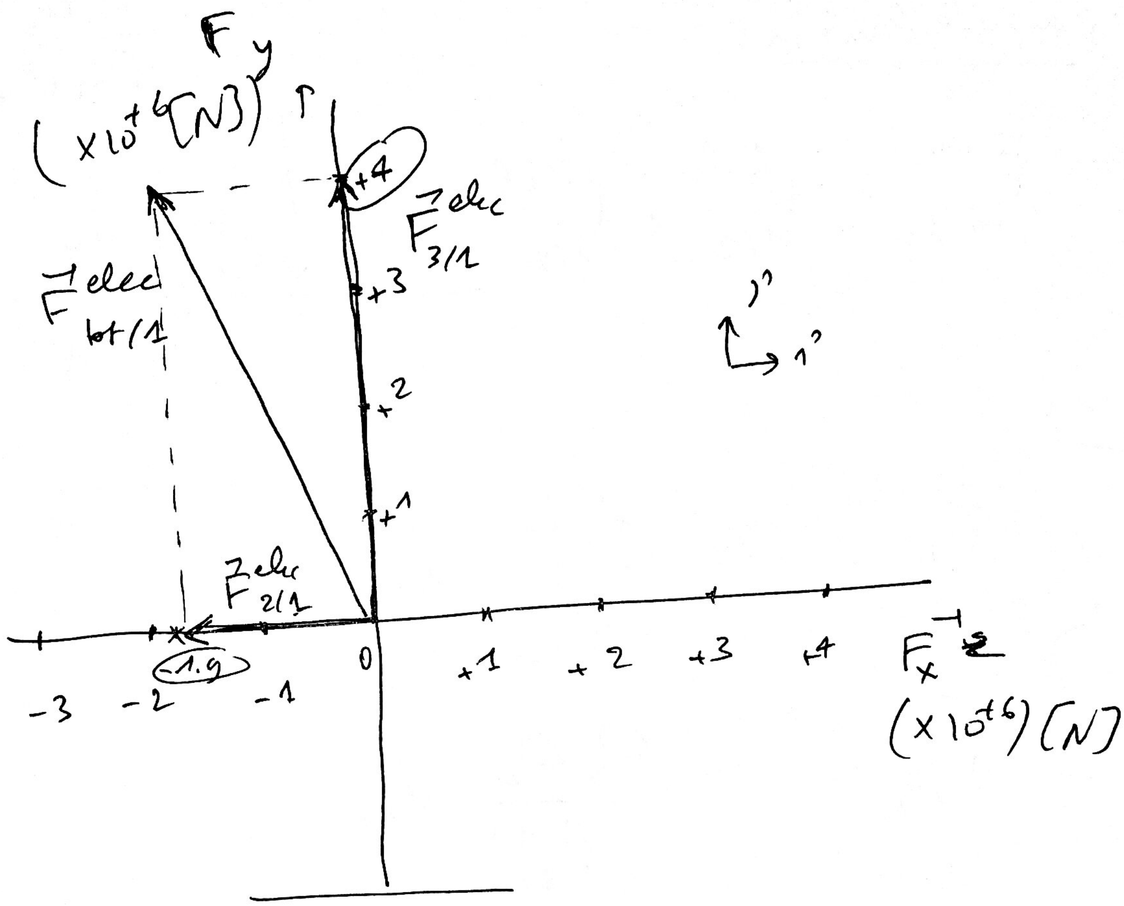
$$= \begin{pmatrix} -\ 0.19\ \times10^{+7} \\[2ex] +\ 0.40\ \times10^{+7} \end{pmatrix} \begin{matrix}\vec{\imath} \\[2ex] \vec{\jmath}\end{matrix} \quad [N]$$

$$= \begin{pmatrix} -\ 1.9\times10^{+6} \\ +\ 4.0\times10^{+6} \end{pmatrix} \begin{matrix}\vec{\imath} \\ \vec{\jmath}\end{matrix}.$$

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} = (-1.9\times10^{+6})\,\vec{\imath} + (4.0\times10^{+6})\,\vec{\jmath}.$$

pour la représentation des vecteurs des Forces électriques,

l'échelle adoptée : 1 [cm] = 10^{+6} [N]$_{SI}$

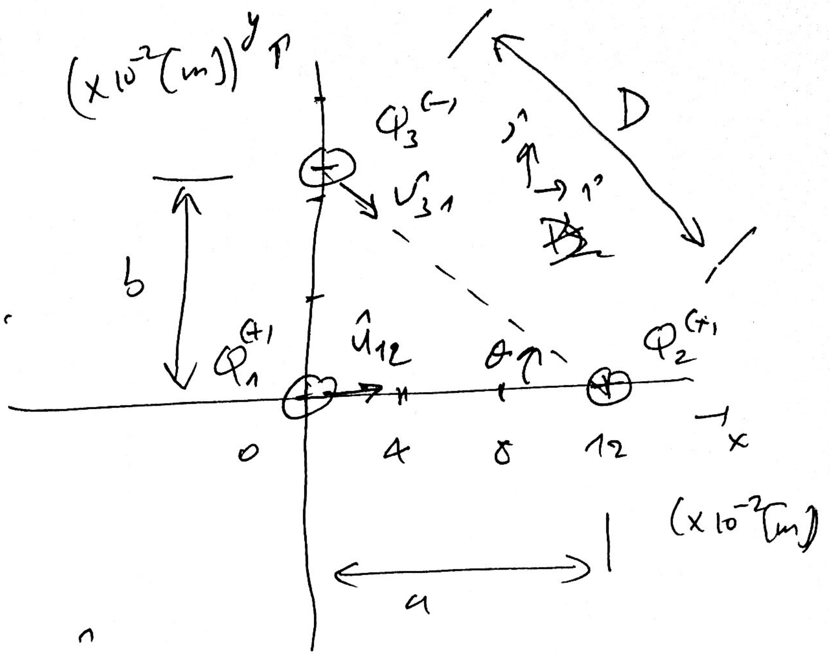


en Module (intensité) :

$$\left|\vec{F}^{\,elec}_{tot/1}\right| = \sqrt{(-1.9\times 10^{+6})^{+2} + (+4\times 10^{+6})^{+2}}$$

$$= \sqrt{(1.9)^{+2} + (4)^{+2}} \times 10^{+6} = 4.43 \times 10^{+6} \text{ [N]}.$$

b) Force totale agissant sur la charge $Q_2^{(+)}$



par définition :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/2} = \vec{F}^{\,elec}_{1/2} + \vec{F}^{\,elec}_{3/2}$$

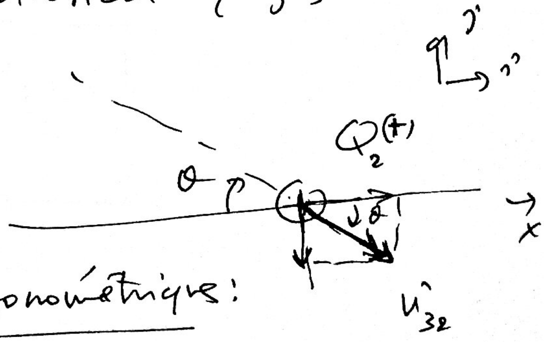
avec :

$$\begin{cases} \vec{F}^{\,elec}_{1/2} = K \dfrac{Q_1 Q_2}{R_{12}^{+2}} \hat{u}_{12} \\ \vec{F}_{3/2} = K \dfrac{Q_3 Q_2}{R_{32}^{+2}} \hat{u}_{32} \end{cases}$$

tels que : $R_{12} = a$ et $R_{32} = D = \sqrt{a^{+2} + b^{+2}}$ (pythagore)

$$\begin{cases} \hat{u}_{12} = \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{\imath} \\ \hat{\jmath} \end{matrix} \\ \hat{u}_{32} = \begin{pmatrix} +\cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{\imath} \\ \hat{\jmath} \end{matrix} \end{cases}$$

Base cartésienne $\{\hat{\imath}, \hat{\jmath}\}$



l'application des Relations trigonométriques :

$$\begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{a}{D} = \dfrac{a}{\sqrt{a^{+2} + b^{+2}}} \\ \sin(\theta) = \dfrac{b}{D} = \dfrac{b}{\sqrt{a^{+2} + b^{+2}}} \end{cases}$$

après Remplacement; la Force électrique totale Resultante :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/2} = K\,\frac{Q_1 Q_2}{a^{+2}}\begin{pmatrix}+1\\0\end{pmatrix}_{\vec{i}\,\vec{j}} + K\,\frac{Q_3 Q_2}{\underbrace{(a^{+2}+b^{+2})}_{D^{+2}}}\begin{pmatrix}+\frac{a}{\sqrt{a^{+2}+b^{+2}}}\\-\frac{b}{\sqrt{a^{+2}+b^{+2}}}\end{pmatrix}_{\vec{i}\,\vec{j}}$$

$$= \begin{pmatrix}+\frac{K Q_1 Q_2}{a^{+2}} + K\,\frac{Q_3 Q_2 \cdot a}{(a^{+2}+b^{+2})^{+3/2}}\\[2ex] -K\,\frac{Q_3 Q_2 \cdot b}{(a^{+2}+b^{+2})^{+3/2}}\end{pmatrix}_{\vec{i}\,\vec{j}} \quad [N]_{SI}$$

(*) App. Num :

$$K\,\frac{Q_1 Q_2}{a^{+2}} = \frac{(9\times 10^{+9})(1.2\times 10^{-3})(2.5\times 10^{-3})}{(12\times 10^{-2})^{+2}}$$

$$= \frac{(9)(1,2)(2,5)}{(12)^{+2}}\times 10^{+7} = 0,19\times 10^{+7}\ [N].$$

$$= +1,9\times 10^{+6}\ [N].$$

$$\begin{cases}(a^{+2}+b^{+2}) = \left[(12\times 10^{-2})^{+2} + (9\times 10^{-2})^{+2}\right] = 225\times 10^{-4}\ [m^{+2}]_{SI}\\ \sqrt{(a^{+2}+b^{+2})} = \sqrt{225\times 10^{-4}} = 15\times 10^{-2}\ [m]_{SI}\end{cases}$$

donc :

$$(a^{+2}+b^{+2})^{+3/2} = (225\times 10^{-4})(15\times 10^{-2}) = 3375\times 10^{-6}\ [m^{+3/2}]$$

$\boxed{6}$

$$K \frac{Q_3 Q_2 \cdot a}{(a^{+2}+b^{+2})^{3/2}} = \frac{(9\times10^{+9})(-3\times10^{-3})(2.5\times10^{-3})(12\times10^{-2})}{3375\times10^{-6}}$$

$$= \frac{(9)(-3)(2.5)(12)\times10^{+1}}{3375\times10^{-6}}$$

$$= -\left(\frac{810}{3375}\right) \times 10^{+7}$$

$$= -0.24\times10^{+7} = -2.4\times10^{+6}\ [N]_{SI}$$

$$K \frac{Q_3 Q_2 \cdot b}{(a^{+2}+b^{+2})^{+3/2}} = \frac{(9\times10^{+9})(-3\times10^{-3})(2.5\times10^{-3})(9\times10^{-2})}{3375\times10^{-6}}$$

$$= -\frac{(9)(3)(2.5)(9)\times10^{+1}}{3375\times10^{-6}}$$

$$= -\left(\frac{607.5}{3375}\right) \times 10^{+7} = -0.18\times10^{+7}$$

$$= -1.8\times10^{+6}\ [N]_{SI}$$

---

après Remplacement :

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/2} = \begin{pmatrix} +1.9\times10^{+6} - 2.4\times10^{+6} \\ \\ -(+1.8\times10^{+6}) \end{pmatrix}\begin{array}{c} \vec{\imath} \\ \\ \vec{\jmath} \end{array} = \begin{pmatrix} -0.5\times10^{+6} \\ \\ +1.8\times10^{+6}. \end{pmatrix}\begin{array}{c} \vec{\imath} \\ \\ \vec{\jmath} \end{array}$$

$[N]_{SI}$

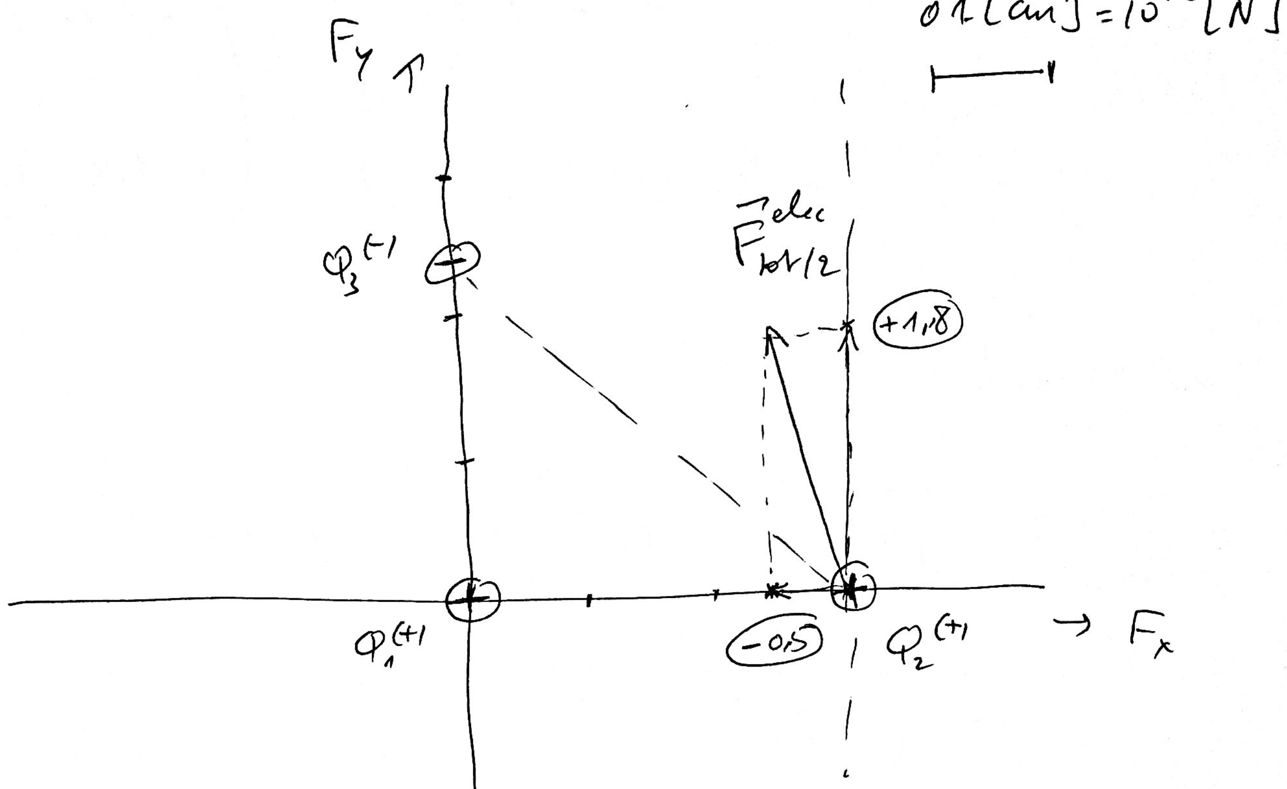
<u>en Module :</u>

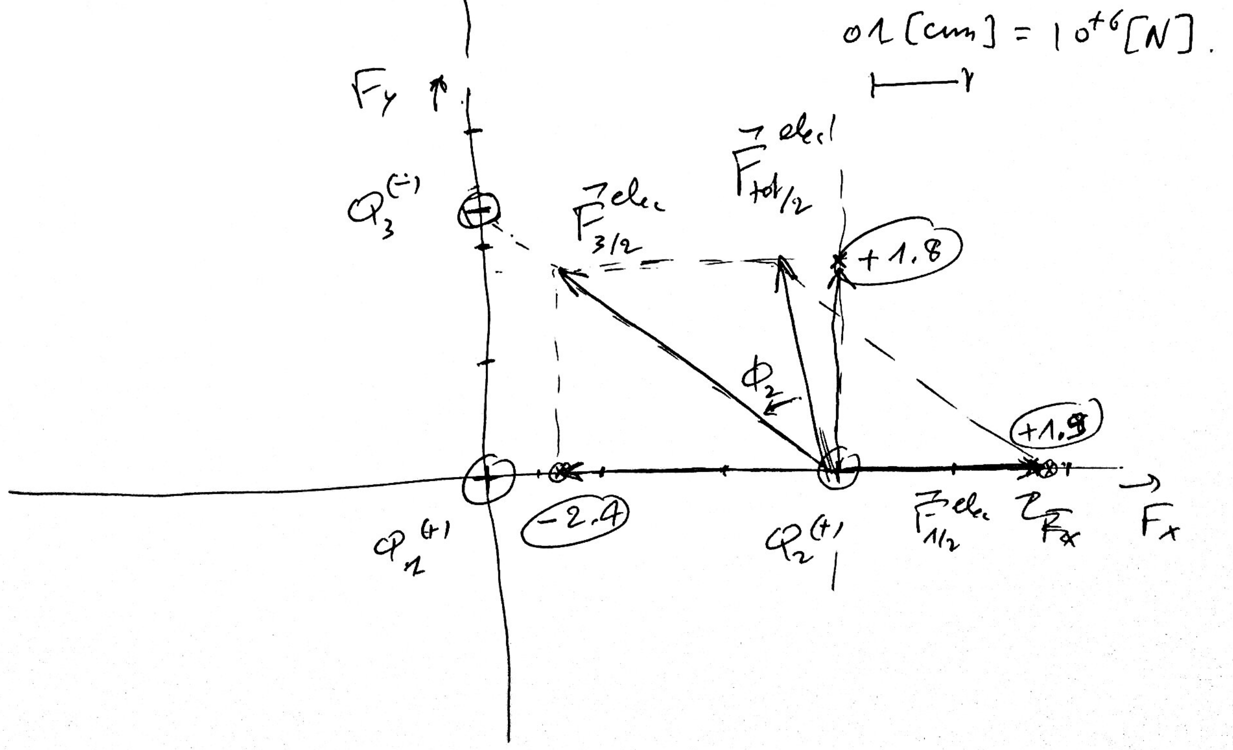
$$\left|\vec{F}^{\,elec}_{tot/2}\right| = \sqrt{(-0.5\times10^{+6})^{+2} + (+1.8\times10^{+6})^{+2}}$$

$$= \sqrt{(0.5)^{+2}+(1.8)^{+2}} \times 10^{+6}$$

$$= \sqrt{3.49}\times10^{+6} = +1.86\times10^{+6}\ [N].$$

pour la représentation des Forces électriques, l'échelle adoptée : 0,1 [cm] = 10^{+6} [N].





(4) l'angle (Φ_2) entre ~~la~~ cette Force electrique $\vec{F}^{elec}_{tot/2}$ et la direction spatiale ($\overline{BC}$) est déterminée à partir du Produit scalaire des Forces $\vec{F}^{elec}_{tot/2}$ et $\vec{F}^{elec}_{3/2}$:

<u>par définition :</u>

$$\vec{F}^{elec}_{tot/2} \overset{scal}{\cdot} \vec{F}^{elec}_{3/2} = |\vec{F}^{elec}_{tot/2}| \cdot |\vec{F}^{elec}_{3/2}| \cdot \cos(\Phi_2)$$

$$\hookrightarrow \cos(\Phi_2) = \frac{(\vec{F}_{tot/2} \cdot \vec{F}^{elec}_{3/2})}{|\vec{F}^{elec}_{tot/2}||\vec{F}^{elec}_{3/2}|}$$

$$\hookrightarrow \Phi_2 = a\cos\left[\frac{(\vec{F}_{tot/2} \cdot \vec{F}^{elec}_{3/2})}{|\vec{F}^{elec}_{tot/2}|\,|\vec{F}^{elec}_{3/2}|}\right].$$

<u>App. Num :</u>

à partir des Resultats précédents :

$$
\begin{cases}
\vec{F}^{el,}_{tot/2} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \times 10^{+6} \\ \\ +1{,}8 \times 10^{+6} \end{pmatrix}\begin{matrix} i' \\ \\ j' \end{matrix} \\
\\
\vec{F}^{tot}_{3/2} = \begin{pmatrix} -2.4 \times 10^{+6} \\ \\ +1{,}8 \times 10^{+6} \end{pmatrix}\begin{matrix} i' \\ \\ j' \end{matrix}
\end{cases}
$$

en modules:

$$
\begin{cases}
\left|\vec{F}^{el}_{tot/2}\right| = \sqrt{(-0{,}5)^{+2} + (1{,}8)^{+2}} \times 10^{+6} \\
\qquad = 1{,}86 \times 10^{+6} \\
\left|\vec{F}^{el}_{3/2}\right| = \sqrt{(-2{,}4)^{+2} + (1{,}8)^{+2}} \times 10^{+6} \\
\qquad = 3{,}0 \times 10^{+6}.
\end{cases}
$$

après substitution:

$$
\cos(\Phi_2) = \frac{(-0{,}5 \times \cancel{10^{+6}})(-2{,}4 \times \cancel{10^{+6}}) + (1{,}8 \times \cancel{10^{+6}})(1{,}8 \times \cancel{10^{+6}})}{(1{,}86 \times \cancel{10^{+6}})(3{,}0 \times \cancel{10^{+6}})}
$$

$$
= \frac{(-0{,}5)(-2{,}4) + (1{,}8)(1{,}8)}{(1{,}86)(3{,}0)} = \frac{4.44}{5.58}
$$

$$
= 0{,}795
$$

l'angle (Φ_2) Résultant :

↳ $\cos(\Phi_2) = 0,795$

↳ $\Phi_2 = a\cos(0,795) = 37,27°$.

Note :

pour l'angle (Φ_1) entre la première Force électrique totale :

$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1}$ et la direction ($\overline{BC}$), il est déterminé

à partir du produit scalaire suivant :

$$\left(\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} \overset{\text{scal}}{\cdot} \vec{F}^{\,elec}_{3/2}\right) = |\vec{F}^{\,elec}_{tot/1}|\,|\vec{F}^{\,elec}_{3/2}| \cdot \cos(\Phi_1)$$

$$\hookrightarrow \cos(\Phi_1) = \frac{\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} \cdot \vec{F}^{\,elec}_{3/2}}{|\vec{F}^{\,elec}_{tot/1}|\,|\vec{F}^{\,elec}_{3/2}|} \rightarrow \Phi_1 = a\cos\left[\frac{\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} \cdot \vec{F}^{\,elec}_{3/2}}{|\vec{F}^{\,elec}_{tot/1}|\,|\vec{F}^{\,elec}_{3/2}|}\right]$$

avec

$$\vec{F}^{\,elec}_{tot/1} = \begin{pmatrix} -1.9\times10^{+6} \\ +4.0\times10^{+6} \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{i}\\ \vec{j}\end{matrix} \quad \text{et} \quad \vec{F}^{\,elec}_{3/2} = \begin{pmatrix} -2.4\times10^{+6} \\ +1.8\times10^{+6} \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{i}\\ \vec{j}\end{matrix}$$

en Modules :

$$\left\{ \begin{aligned} \left|\vec{F}^{elec}_{tot/1}\right| &= \sqrt{(-1.9)^{+2} + (+4.0)^{+2}} \times 10^{+6} \\ &= 4.43 \times 10^{+6} \\ \left|\vec{F}^{elec}_{3/2}\right| &= 3.0 \times 10^{+6} \quad \text{(calculée avant)} \end{aligned} \right.$$

$$\cos(\Phi_1) = \frac{(-1.9 \times \cancel{10^{+6}})(-2.4 \times \cancel{10^{+6}})}{(4.43 \times \cancel{10^{+6}})(3.0 \times \cancel{10^{+6}})} = +0.343.$$

$$= \frac{4.56}{13.29} = +0.343.$$

$$\hookrightarrow \Phi_1 = \operatorname{acos}(0.343) = 69.94°.$$