EXAMEN : COMMANDE NON LINEAIRES ET MULTIVARIABLE

Exercice 1: (04 Pts)

Soit le système non linéaire : $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2^3 \end{cases}$

1) Déterminer les points d'équilibre de ce système.
2) En utilisant la première méthode de Lyapunov, étudier la stabilité locale de chaque point d'équilibre.
3) En utilisant la fonction de Lyapunov candidate suivante : $V(x) = a\,x_1^2 + b\,x_1x_2 + c\,x_2^2$, avec un choix approprié des paramètres a, b et c, montrer que l'origine de ce système est globalement asymptotiquement stable.

Exercice 2: (04 Pts)

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{3}x_1^3 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{\beta(x)}\left(x_1x_2 + x_2^2 - u\right) \end{cases} \qquad \text{où, } \beta(x) \neq 0, \forall x \in R^2$$

En utilisant la méthode du backstepping, trouver une loi de commande pour stabiliser x_1 à 0 (Choisir tous les paramètres de synthèse égaux à 5).

Exercice 3 : (05 Pts)

Soit le système linéaire MIMO suivant :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} U$$

1. Décomposer le système en r (r < m, m est le nombre d'entrées) sous systèmes commandables (choix par colonne).
2. Calculer le retour d'état imposant en boucle fermée les pôles suivants : -1, -2, -3 et ...

Exercice 4 : (03 Pts)

On considère les équations linéarisées d'un satellite au voisinage d'une orbite circulaire parcourue à vitesse ω constante :

$$\begin{cases} \ddot{r} = 2\omega^2 r + 2\omega\dot{\theta} + u_r \\ \ddot{\theta} = -2\omega\,\dot{r} + u_\theta \end{cases}$$

avec θ est la position angulaire, r est la position radiale. Le satellite est commandé par deux moteurs. Le premier fournit une force radiale u_r et le second une force tangentielle u_θ. La sortie mesurée y est la position radiale r.

Suite à un problème technique, vous devez couper un des deux moteurs. Lequel choisiriez vous? Justifier votre réponse (vous prenez $x_1 = r, x_2 = \theta, x_3 = \dot{r}, x_4 = \dot{\theta}$ pour la représentation d'état).

Exercice 5 : (04 Pts)

1. Construire un modèle d'état observable mais non commandable de fonction de transfert :

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

2. Construire un observateur pour ce système en justifiant le choix des gains.

UNIVERSITE DE JIJEL
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

كليــة العلـوم و التكنولوجيــا
قسم الآليات

03 Octobre 2015

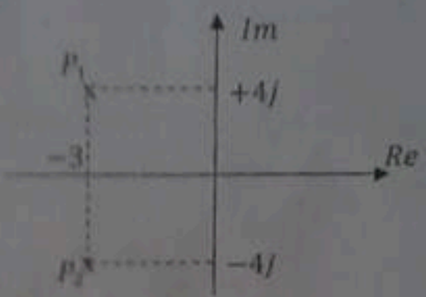
Concours d'entrée en Doctorat 3ème Cycle (LMD) en Automatique

Année 2015/2016

Matière : Traitement du Signal et Asservissement Linéaire

Exercice 1 (5 points)

On considère un système fondamental du 2ème ordre avec un gain statique $K = 10$ et avec un emplacement des pôles dans le plan complexe donné par la figure ci-dessous.



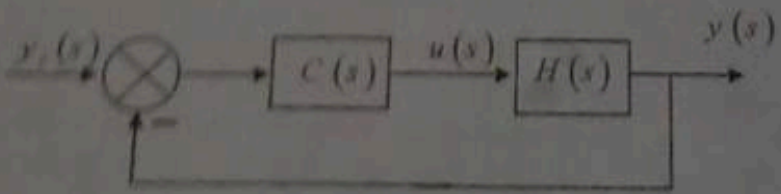
1. Donner la fonction de transfert $G(s)$ du système.
2. Donner la pulsation propre non amortie ω_n et le coefficient d'amortissement ξ.
3. Donner le signal de sortie $y(t)$ lorsque le système est en régime harmonique avec le signal d'entrée $u(t) = 3sin(5t)$.
4. Calculer la réponse impulsionnelle du système.

Exercice 2 (05 points)

Soit le système donné par sa fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$H(s) = \frac{e^{-4s}}{1 + 10s}$$

Ce système est mis dans un asservissement à retour unitaire comme le montre le schéma boc suivant



1. Régulateur Proportionnel (P): $C(s) = K_p$
   - 1.1. Calculer la valeur de K_p qui assure au système une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$
   - 1.2. Calculer le gain statique en boucle fermée, puis calculer l'erreur en position.
   - 1.3. Quelles conclusions en tirez-vous ?
2. Régulateur Proportionnel-Intégral (PI) : $C(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$
   - 2.1. Déterminer les paramètres du régulateur PI pour obtenir une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$.
   - 2.2. Quelles améliorations apportent le régulateur PI par rapport au régulateur P ?

Exercice 3 (05 points)

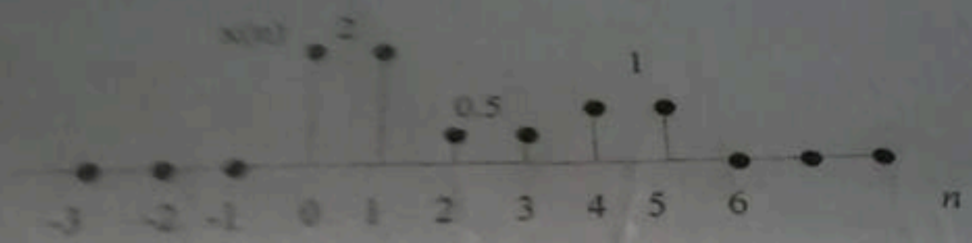
Considérons le processus de fonction de transfert

$$H(s) = \frac{1}{s(s+5)^2}$$

1. On veut réaliser une régulation proportionnelle à retour unitaire de gain K_p
   1.1. Indiquer la valeur de l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne.
   1.2. On veut obtenir une erreur en vitesse égale à 0.1.
      - Quelle est la valeur de K_p
      - Quelle la marge de phase ainsi obtenue
2. On désire une marge de phase supérieure ou égale à 45°. Concevoir un correcteur à retard de phase permettant de répondre au cahier de charge.

Exercice 4 (05 points)

1. Soit la séquence discrète $x(n)$ de durée $N=6$ représentée sur la figure suivante



1.1. Représenter les séquence $x(n+2)$ et $x(-n-2)$

1.2. Calculer la convolution entre $x(n)$ et $y(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$, avec $\delta(n)$ désignant la séquence l'impulsion unité.

2.1. Calculer la période fondamentale de la séquence $x(n) = cos(3\pi n/7)$.

2.2. On forme la séquence $y(n) = a^n\, u(n)$ avec $0 < a < 1$ et $u(n)$ désigne la séquence échelon unité. Ce signal est-il à puissance finie ou à énergie finie ? Calculer son énergie ou sa puissance.

3. Soit le système causal décrit par l'équation de récurrence suivante :

$$y(n) - ay(n-1) = -x(n) \quad avec\ 0 < a < 1$$

3.1. Parmi les propriétés suivantes :

(i) sans mémoire (ii) temps-invariant (iii) linéaire

Indiquer celles qui sont satisfaites et celles qui ne sont pas satisfaites par ce système.

3.2. Ce système est-il à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?

3.3. Sachant que le système est causal, calculer sa réponse impulsionnelle.