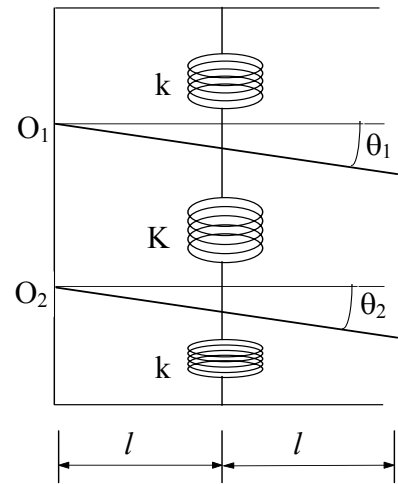


**Université des Sciences et de la Technologie
Houari Boumedienne**

Sujets d'Examens

Exercice 1 : (/14 points)

Le système ci-contre est constitué de deux tiges rectilignes identiques , homogènes de masse m et de longueur $2l$. Ces deux tiges sont reliées, en leur milieu, à deux bâtis fixes par deux ressorts identiques de raideur k . De plus elles sont couplées par un ressort de raideur K . A l'équilibre les tiges sont horizontales. Elles oscillent dans un plan vertical, autour de leurs extrémités respectives O_1 et O_2 en effectuant des oscillations de faible amplitude représentées par les angles θ_1 et θ_2 .On pose $y_1 = l \theta_1$, $y_2 = l \theta_2$ et $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.



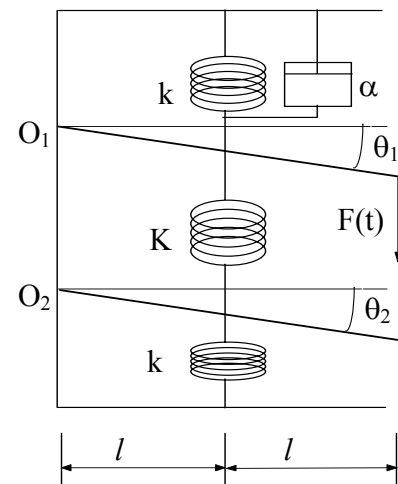
1°) Calculer le lagrangien de ce système. Pour quelle valeur du rapport k/K , le lagrangien s'écrit :

$$L = \frac{2m}{3} \left[\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2 - \omega_0^2 y_1^2 - \omega_0^2 y_2^2 + \frac{\omega_0^2}{2} y_1 y_2 \right] + A$$

où A est une constante. Dans toute la suite du problème on utilisera cette expression du lagrangien.

2°) Etablir les équations différentielles du mouvement et en déduire les pulsations propres ω_1 et ω_2 en fonction de ω_0 .

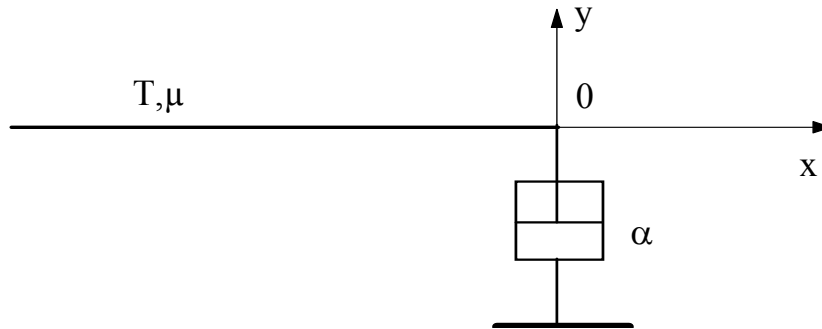
3°) Le système précédent, dans lequel les différents frottements supposés faibles sont représentés par un amortisseur de coefficient de frottement α , est soumis à une force extérieure sinusoïdale d'amplitude F_0 et de pulsation ω . Cette force verticale agit sur l'extrémité de la première tige. Etablir les équations différentielles du mouvement pour y_1 et y_2 .



4°) En utilisant l'analogie force-tension, donner les équations intégro-différentielles qui régissent le système électrique analogue au système mécanique étudié. On précisera soigneusement toutes les grandeurs mécaniques et électriques respectivement analogues. En déduire le schéma électrique analogue.

5°) Exprimer la pulsation ω_0 en fonction des éléments du système électrique. Calculer l'impédance d'entrée du système électrique lorsque la pulsation d'excitation ω est telle que $\omega = \omega_0$.

Exercice 2 : (/ 6 points)



On considère une corde homogène de masse par unité de longueur μ tendue horizontalement avec une tension T très grande devant le poids de la corde.. La corde de longueur infinie est terminée en $x = 0$ par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α . Une onde incidente transversale arrive de $-\infty$ et se propage dans la corde dans le sens des x croissants. Cette onde correspond à un déplacement transversal donné par:

$$u_i(x, t) = U_i e^{j(\omega t - kx)}$$

où k représente le module du vecteur d'onde.

1°) Donner l'expression du coefficient de réflexion r en amplitude de déplacement en $x = 0$. Quel est le module et l'argument de r dans le cas particulier où $\alpha \leq \sqrt{\mu T}$?

2°) Ecrire l'expression du déplacement résultant $u(x, t)$, en chaque point de la corde, en fonction des données du problème et du coefficient de réflexion, r .

3°) Montrer que le déplacement résultant en chaque point de la corde peut alors s'écrire sous la forme de la somme d'une onde progressive et d'une onde stationnaire et qu'il s'écrit sous la forme :

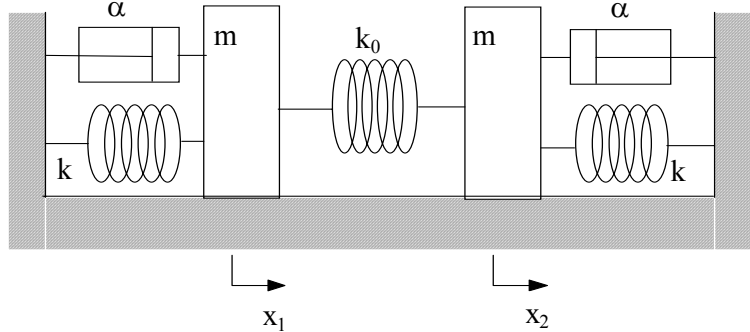
$$u(x, t) = U_p e^{j(\omega t - kx)} + U(x) e^{j\omega t}$$

U_p et $U(x)$ sont deux nombres réels qui représentent respectivement l'amplitude de l'onde progressive et l'amplitude de l'onde stationnaire. Calculer l'amplitude U_p en fonction de r et U_i , ainsi que l'amplitude $U(x)$ en fonction de r, U_i, k et x .

4°) Que devient $u(x, t)$ dans les cas particuliers suivants : a) $\alpha = \sqrt{\mu T}$, b) $\alpha = 0$.

Exercice 1: (/≅10 points)

Le système ci-contre est constitué de deux masses identiques reliées à deux bâtis fixes par deux ressorts identiques de raideur k . Les deux masses, reliées entre elles par un ressort de raideur k_0 , glissent sur un plan horizontal et les différentes forces de frottement sont symbolisées par les deux amortisseurs de même coefficient de frottement visqueux α . La position de chacune des masses est repérée par rapport à la position d'équilibre par chacune des coordonnées respectives x_1 et x_2 .



1. Etablir les équations différentielles qui régissent les variations de x_1 et x_2 en fonction du temps.

2. On pose $p_1 = x_1 + x_2$ et $p_2 = x_1 - x_2$. Montrer, à partir des résultats de la première question, que p_1 et p_2 satisfont deux équations différentielles découplées, du second ordre et à coefficients constants :

$$\begin{cases} \ddot{p}_1 + 2\delta \dot{p}_1 + \omega_1^2 p_1 = 0 \\ \ddot{p}_2 + 2\delta \dot{p}_2 + \omega_2^2 p_2 = 0 \end{cases}$$

Donner les expressions du facteur d'amortissement δ ainsi que des pulsations propres ω_1 et ω_2 en fonction des données du problème.

3. Le système est faiblement amorti ($\delta < \omega_1$ et $\delta < \omega_2$), et les conditions initiales sont telles que $x_1(0) = x_0$, $x_2(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$.

a) Dans ces conditions, calculer p_1 et p_2 en fonction du temps.

b) Montrer que dans le cas où le système est très faiblement amorti ($\delta \ll \omega_1$ et $\delta \ll \omega_2$), les expressions suivantes constituent une bonne approximation de p_1 et p_2 :

$$p_1 = A e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t) \quad \text{et} \quad p_2 = A e^{-\delta t} \cos(\omega_2 t)$$

Déterminer l'expression de A et représenter sur deux graphes séparés l'allure des variations au cours du temps de p_1 et p_2 .

4. a) Exprimer x_1 et x_2 en fonction de p_1 et p_2 puis déduire des résultats du b) de la question précédente les expressions de x_1 et x_2 en fonction du temps.

b) Dans le cas où $k_0 \ll k$, montrer que $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$; donner l'expression de $\Delta\omega$. Montrer que l'on obtient un phénomène de battement d'amplitude décroissante et représenter sur deux graphes séparés l'allure des variations au cours du temps de x_1 et x_2 . Quelles sont les expressions de la pulsation des battements et de la pulsation des oscillations en fonction de m , k et k_0 ?

Exercice 2 : (/≅5points)

Une corde de masse linéique $\mu=0.01\text{kg/m}$ est soumise à une tension $T=5\text{N}$ entre un support fixe et un vibreur qui exerce une force sinusoïdale sur la corde et la fait vibrer

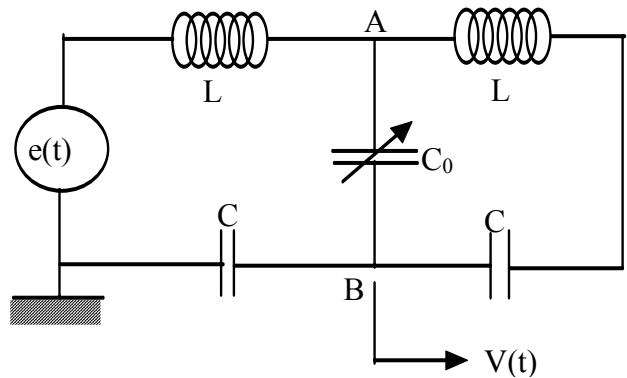
transversalement. La longueur de la corde est $l = 0.4\text{m}$. Pour une fréquence d'oscillation donnée, on observe des noeuds de vibration séparés par une distance $d=0.1\text{m}$, l'amplitude au niveau des maxima de vibration (ventres) étant $a=0.02\text{m}$. Calculer la fréquence et l'amplitude de la force transversale exercée par le vibreur sur la corde.

U.S.T.H.B	Institut de Physique	D.E.P.B	1996-1997
Epreuve de Rattrapage - Septembre 1997			
Durée (2 heures)			

Exercice 1 : Partie Travaux Pratiques (/5 points)

Le circuit symétrique ci-contre est alimenté par un signal sinusoïdal $e(t)$. On donne $L=0.1\text{H}$. Les fréquences propres sont F_1 et F_2 . Elles sont assimilables aux fréquences de résonance, car l'amortissement est supposé faible.

En faisant varier C_0 , $(F_2)^2$ évolue selon le graphe représenté par la figure 1 de la page 3.



1°) Donner, à partir du graphe, la loi de variation de $(F_2)^2$ en fonction de $\frac{1}{C_0}$.

2°) Soit K le coefficient de couplage du circuit .

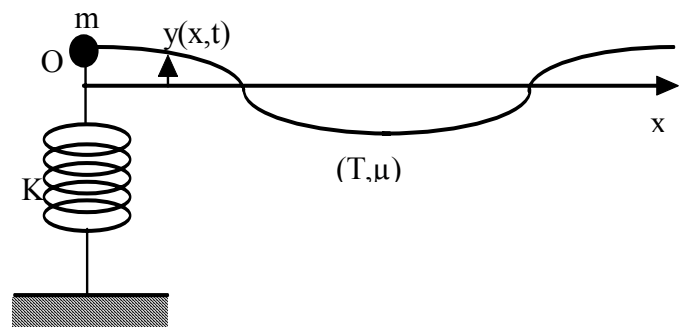
a) Expliquer ce que signifie $K=0$ et $K=1$ pour ce circuit.

b) En déduire la fréquence propre F_1 et la valeur de C (à 1nF près).

3°) Sachant que $K = \frac{C}{C + C_0}$, écrire $(F_2)^2$ en fonction des paramètres F_1 et K en utilisant les questions 1°) et 2°).b.

Exercice 2 : (/8 points)

Une corde semi-infinie de masse linéique μ a une tension T . Elle est terminée à son extrémité O par un système masse ressort (m, K). Le mouvement de la masse m entraîne l'apparition d'une onde transversale progressive sur la corde. On désigne par $y(x,t)$ le déplacement d'un point de la corde d'abscisse x à l'instant t (voir schéma ci-contre).



La masse et le ressort sont disposés sur un guide avec un frottement négligeable. On s'intéresse aux faibles déformations de la corde.

1°) Etablir la relation valable en tout point de la corde : $\frac{\partial y}{\partial x}(x, t) = -\frac{1}{V} \frac{\partial y}{\partial t}(x, t)$. On précisera l'expression de la vitesse de propagation V .

2°) Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à la masse m et en déduire l'équation du mouvement $y(0,t) = y_0(t)$ de la masse m sachant qu'à l'équilibre $y_0(0) = 0$.

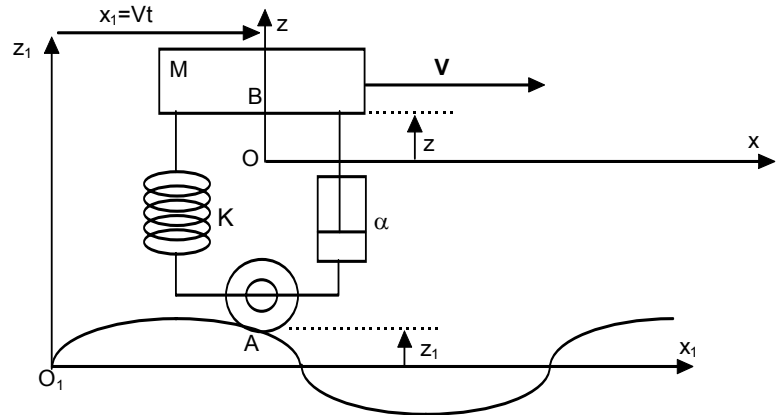
3°) On lance la masse m à l'instant $t=0$ avec une vitesse $\dot{y}_0(0) = 1 \text{ m/s}$ vers le haut. Représenter graphiquement la fonction $y_0(t)$ en fonction du temps sur la feuille graduée ci-jointe (Figure 2 page 3).

On donne : $m=10\text{g}$; $K=10^2 \text{ N/m}$; $T=40\text{N}$ et $\mu=1\text{g/m}$.

Exercice 3 : (/ 7points)

Une remorque de masse totale M est tirée par un véhicule roulant à vitesse constante \vec{V} et qui n'exerce sur elle aucune force verticale.

Elle repose sur une roulette A de dimensions et de masse négligeables, par l'intermédiaire d'une suspension verticale AB , de masse négligeable devant M , constituée d'un ressort de rigidité K et d'un amortisseur dont le coefficient de frottement de viscosité est α . On suppose que la suspension reste toujours verticale et que la remorque peut être assimilée à une masse ponctuelle située en B .



On choisit un référentiel $O_1x_1y_1z_1$, supposé galiléen, lié au sol et dont l'axe O_1z_1 est vertical ascendant tandis que l'axe O_1x_1 est horizontal et parallèle à \vec{V} . Pour étudier les mouvements verticaux du point B de la remorque, on utilise un second référentiel $Oxyz$ galiléen, animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme de vitesse \vec{V} par rapport à $O_1x_1y_1z_1$. L'axe Oz du repère $Oxyz$ coïncide avec la droite AB et son axe horizontal Ox est parallèle à O_1x_1 et de même sens. L'altitude de O dans le repère $O_1x_1y_1z_1$ correspond à la position de B à l'équilibre sur une route plate et horizontale telle que $z_1=0$. Le mouvement de B dans le référentiel $Oxyz$ est décrit par une fonction $z=z(t)$ où t est le temps.

1°) Donner les composantes du vecteur \vec{OB} dans $Oxyz$ et en déduire les composantes de la vitesse de B dans ce repère. Quelle est alors l'énergie cinétique de la remorque?

2°) Calculer en fonction de z et z_1 l'énergie potentielle du système.

3°) Quelle est la vitesse relative de B par rapport à A ? En déduire la force de frottement exercée par l'amortisseur sur la masse M .

4°) Le profil sinusoïdal de la route, de type "tôle ondulée", peut alors être décrit par une fonction $z_1 = A_0 \sin(2\pi \frac{x_1}{L})$ où la longueur L correspond à la périodicité spatiale du profil.

La coordonnée x_1 est telle que $x_1=Vt$. Etablir alors l'équation différentielle du mouvement et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme suivante :

$$\ddot{z} + 2\delta\dot{z} + \omega_0^2 z = F(\Omega) \cos(\Omega t + \psi)$$

Donner les expressions de δ , ω_0^2 , Ω , ψ et $F(\Omega)$ en fonction des données du problème.

5°) Sachant que α correspond à la valeur critique $\alpha = 2\sqrt{MK}$, déterminer l'expression de l'amplitude de z en fonction de A_0 et de $u=\Omega/\omega_0$ en régime permanent.

6°) Pour quelle valeur de V , l'amplitude de z est maximale? Quelle est la valeur maximale de z ? Application numérique : $M=100\text{kg}$; $K=6,10 \times 10^3 \text{ N/m}$; $A_0=5,0\text{cm}$; $L=50\text{cm}$.

Exercice (/ 6 points)

1. On considère le champ électrique \vec{E} , dans le vide, défini par ses coordonnées dans un repère cartésien Oxyz :

$$E_x = 0; \quad E_y = E_0 \cos \frac{\pi y}{a} \exp[j(\omega t - kz)]; \quad E_z = \alpha E_0 \sin \frac{\pi y}{a} \exp[j(\omega t - kz)]$$

E_0 est réel et α peut être complexe. Quelles relations doivent vérifier α , k , a d'une part et k , ω et c d'autre part pour que \vec{E} soit le champ électrique d'une onde électromagnétique dans le vide? Quelle est alors l'expression de la vitesse de phase V_ϕ en fonction de α ? (c est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide).

2. a. Dans quels plans le champ électrique est-il polarisé transversalement?

b. Dans quels plans le champ électrique est-il polarisé longitudinalement?

3. Montrer qu'une telle onde satisfait aux conditions aux limites si l'espace est limité par deux plans conducteurs parfaits, parallèles à xOz et situés en $y_1 = pa$ et $y_2 = -pa$ (p entier).

Problème (/ 14 points)

Première partie :

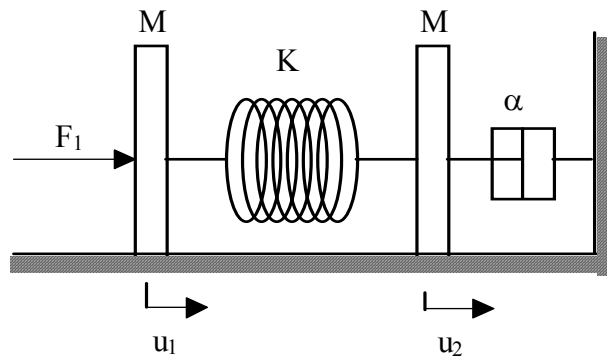


Figure 1

On considère le système à deux degrés de liberté représenté par la figure 1. Il est constitué par deux masses identiques M reliées par un ressort de raideur K . La seconde masse est reliée à un bâti fixe par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α , tandis que la première masse est soumise à une force sinusoïdale F_1 de pulsation ω . Les deux masses glissent sans frottement sur le plan horizontal. u_1 et u_2 représentent les positions respectives de chacune des masses par rapport à l'équilibre.

I.1. Etablir les équations différentielles du mouvement pour les coordonnées u_1 et u_2 .

I.2. Dans le cas où α est négligeable devant $M\omega - \frac{K}{\omega}$, calculer en régime permanent sinusoïdal l'amplitude complexe \bar{V}_2 de la vitesse de la seconde masse en fonction de l'amplitude de F_1 .

I.3. En déduire l'amplitude complexe \bar{F}_2 de la force transmise à l'amortisseur.

I.4. Calculer le coefficient de transmission $\beta = \left| \frac{\bar{F}_2}{\bar{F}_1} \right|$.

I.5. Si $\omega \gg \sqrt{\frac{K}{M}}$, montrer que le coefficient de transmission β s'écrit sous la forme :

$$\beta = \frac{a}{M^2 \omega^3}; \text{ donner l'expression de } a \text{ en fonction de } \alpha \text{ et } K.$$

Deuxième partie :

Le système décrit ci-dessus symbolise un dispositif d'isolation acoustique par une double paroi. Un tel dispositif peut être représenté par deux masses rigides M , de section S , séparées, à l'équilibre, par une distance e (figure 2.a). On suppose qu'à l'équilibre, la pression est égale à P_0 dans chacune des trois régions. La première masse M se met en mouvement lorsqu'elle est soumise à l'action d'une onde de pression. Ce mouvement entraîne la compression de l'air compris entre les deux masses, ce qui met en mouvement la seconde masse. Une partie de l'onde acoustique est ainsi transmise vers la droite.. Lorsque une onde acoustique arrive de la gauche vers la droite, la pression acoustique résultante dans le milieu de gauche est égale à p_1 , la pression acoustique transmise est égale à p_2 ; la pression acoustique entre les deux parois est supposée uniforme et est notée p (figure 2b). On supposera que la succession de compressions et de détentes de la tranche de fluide limitée par les deux masses, est un processus adiabatique. ρ est la masse volumique de l'air et C la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans l'air

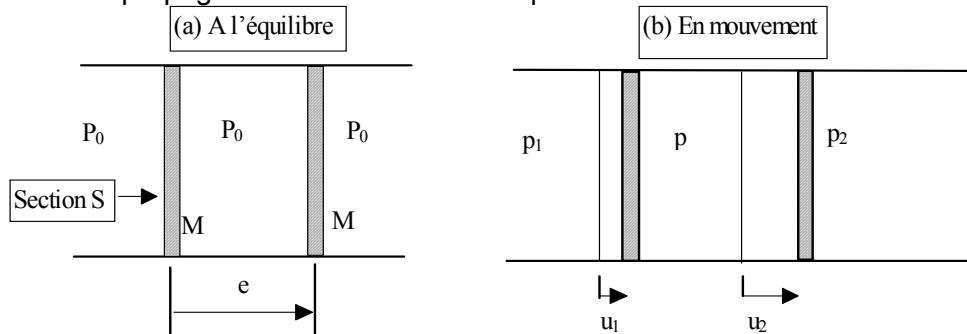


Figure 2

II.1. Si l'onde acoustique incidente de pulsation ω , est supposée progressive harmonique et plane, quelle est la nature de l'onde acoustique transmise au troisième milieu supposé infini? Montrer qu'en chaque point de ce milieu l'impédance acoustique est réelle. Préciser la valeur de cette impédance.

II.2. Calculer le volume v_0 de la tranche de fluide limitée par les deux masses, à l'équilibre. Calculer le volume v occupé par cette tranche de fluide en fonction de u_1 et u_2 , lorsqu'elle est en mouvement. En déduire la dilatation volumique $\theta = \frac{v - v_0}{v_0}$.

II.3. Sachant que $p = -\gamma P_0 \theta$, montrer que la force exercée par le fluide intermédiaire sur chacune des masses M s'écrit $F = -K(u_2 - u_1)$. Donner l'expression de K en fonction de P_0 , S , e et de γ qui représente le rapport des chaleurs spécifiques de l'air.

II.4. Montrer alors que la figure 2.b. est équivalente à la configuration donnée par la figure 1. Donner l'expression de $F_1 = F_1(p_1, S)$, de $K = K(\gamma, P_0, S, e)$ et de $\alpha = \alpha(\rho, C, S)$.

II.5. En tenant compte des résultats de la première partie, calculer le coefficient de transmission en pression $\beta = \left| \frac{P_2}{P_1} \right|$ où P_2 représente l'amplitude de la pression transmise par la paroi.

II.6. Application numérique : On donne les valeurs numériques suivantes :

$$P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho = 1.21 \text{ kg/m}^3, C = 340 \text{ m/s}, \gamma = 1.4, M = 10 \text{ kg}, S = 4 \text{ m}^2, e = 0.2 \text{ m}, f = 1000 \text{ Hz et } 5000 \text{ Hz}.$$

- a. Pour chacune de ces fréquences, comparer α et $M\omega$, puis comparer ω et $\sqrt{\frac{K}{M}}$. Les approximations faites plus haut sont-elles valables ?
- b. Calculer β pour chacune de ces fréquences. Conclusion.

Corrigé

Exercice (/6 points)

1. $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{a} + jk\alpha = 0$
 $\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}} = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}$
 $V_\phi = c\sqrt{1 - \alpha^2}$
2. Polarisation transversale dans les plans : $y = na$
 Polarisation longitudinale dans les plans : $y = (2n + 1)\frac{a}{2}$
3. Continuité de la composante E_y en $y = \pm a$

Problème (/14 points)

Première partie :

$$I.1. \begin{cases} M\ddot{u}_1 + Ku_1 - Ku_2 = F_1 \\ -Ku_1 + M\ddot{u}_2 + \alpha\dot{u}_2 + Ku_2 = 0 \end{cases}$$

$$I.2. \bar{V}_2 = \frac{jKF_1}{M^2\omega \left(\frac{2K}{M} - \omega^2 \right)}$$

$$I.3. \bar{F}_2 = \frac{j\alpha KF_1}{M^2\omega \left(\frac{2K}{M} - \omega^2 \right)}$$

$$I.4. \beta = \frac{\alpha K}{M^2\omega \left| \frac{2K}{M} - \omega^2 \right|}$$

$$I.5. \beta = \frac{\alpha K}{M^2\omega^3} \Rightarrow a = \alpha K$$

Deuxième partie :

II.1. L'onde acoustique transmise est une onde progressive, plane harmonique.

$$\rho \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = - \frac{\partial p_2}{\partial x} \Rightarrow Z = \frac{p_2}{\dot{u}} = \rho C \text{ (réel)} \quad [x: \text{direction de propagation}]$$

$$II.2. v_0 = Se$$

$$v = v_0 \left[1 + \frac{u_2 - u_1}{e} \right]$$

$$\theta = \frac{u_2 - u_1}{e}$$

$$II.3. F = pS = - \frac{\gamma P_0 S}{e} (u_2 - u_1) \Rightarrow K = \frac{\gamma P_0 S}{e}$$

$$II.4. F_1 = p_1 S$$

$$K = \frac{\gamma P_0 S}{e}$$

$$\alpha = \rho CS$$

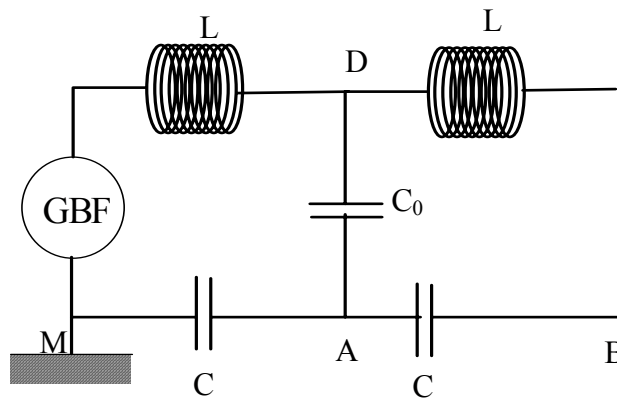
II.5. $\beta = \frac{\rho C \gamma P_0 S^2}{e M^2 \omega^3}$

II.6.

f=1000 Hz	$\omega=6280$ rad/s	M $\omega=62800$ kg/s	$\alpha=1646$ kg/s	$\sqrt{K / M}=529$ rad/s	$\beta=1.9 \cdot 10^{-4}$
f=5000 Hz	$\omega=31400$ rad/s	M $\omega=314000$ kg/s	$\alpha=1646$ kg/s	$\sqrt{K / M}=529$ rad/s	$\beta=1.5 \cdot 10^{-6}$

U.S.T.H.B Institut de Physique D.E.P.B
 Epreuve de rattrapage 9/1998
 Durée 2 heures

Partie Travaux Pratiques (/5 points)



Le système symétrique à deux degrés de liberté représenté ci-dessus est faiblement amorti. On donne L=12 mH.

1°) Donner, en précisant la nature du signal délivré par le générateur (GBF), une méthode pour visualiser les deux modes propres. (M étant la référence commune au générateur et à l'oscilloscope).

2°) Décrire la forme des signaux observés.

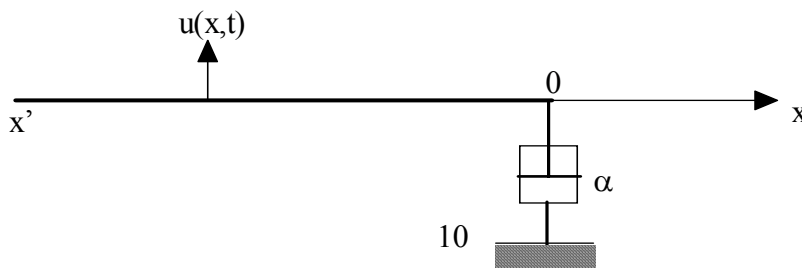
3°) Les fréquences propres mesurées sont :

$$F_1=8000 \text{ Hz et } F_2=10200 \text{ Hz.}$$

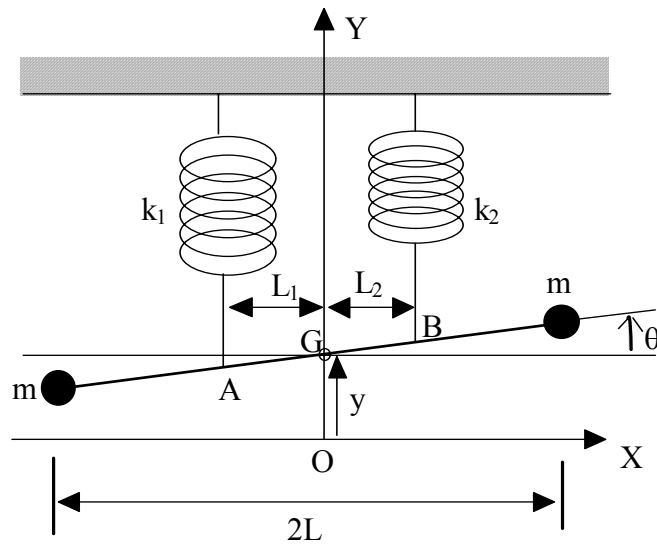
En déduire la capacité C₀ du condensateur de couplage.

Exercice : (/ 5 points)

On considère une corde homogène, de longueur semi-infinie, de masse par unité de longueur μ et tendue avec une tension T. Cette corde est terminée en x=0 par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α . Un onde incidente transversale sinusoïdale de fréquence f=100Hz et d'amplitude U₀=3cm, se propage dans cette corde dans le sens des x croissants et se réfléchit en x=0.



- 1°) Calculer le coefficient de réflexion en $x=0$. Application numérique : $\mu=10^{-2}\text{kg/m}$, $T=50\text{N}$, $\alpha=0.35\text{kg/s}$.
- 2°) Calculer la position des minima et des maxima de vibration. Quelle est l'amplitude du déplacement de particules en ces points?
- 3°) Calculer le taux d'ondes stationnaires.



Le système représenté sur la figure ci-dessus est assujéti à se déplacer, sans frottement, sur un plan horizontal. La tige de longueur $2L$ est sans masse. Le mouvement du système peut être décrit par les coordonnées généralisées θ et y . θ représente l'angle de rotation de la tige autour du centre de masse G ; y est le déplacement du centre de masse par rapport à la position d'équilibre. On considère les mouvements de faible amplitude et on suppose qu'à l'équilibre $\theta=0$ et $y=0$. Au point G on applique une force sinusoïdale de pulsation ω , d'amplitude F_0 et dirigée selon OY.

- 1°) Donner les coordonnées dans le repère XOY , des points A et B ainsi que celle de chacune des masses ponctuelles m .
- 2°) Etablir les équations différentielles du mouvement de θ et y .
- 3°) Montrer qu'il existe une valeur de la pulsation ω pour laquelle le centre de masse G reste immobile. Quelle est la nature du mouvement dans ce cas?
- 4°) On suppose maintenant que $k_1L_1 = k_2L_2$. Calculer, en régime permanent sinusoïdal, les expressions de θ et y en fonction du temps. Quelle est la nature du mouvement dans ce cas?

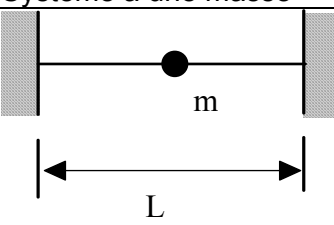
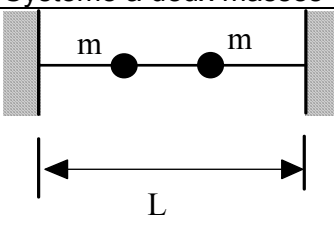
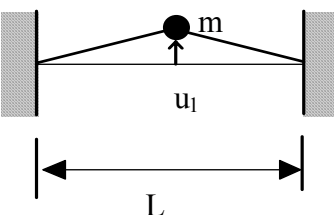
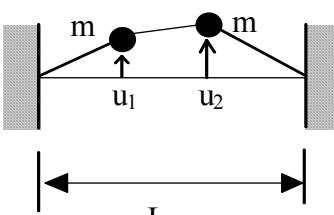
A. PREMIERE PARTIE : CORDE DE MASSE NEGLIGEABLE

I. QUESTION PRELIMINAIRE

On considère une corde de longueur L et de masse négligeable dont l'une des extrémités est fixée à un bâti fixe, l'autre étant tendue horizontalement avec une tension T supposée constante. Sous l'action de cette tension la corde s'allonge et sa longueur devient L' . Montrer que l'énergie potentielle emmagasinée dans la déformation de la corde est donnée par : $U = T(L' - L)$.

II. CORDE LIBRE

On considère une corde de longueur L , de masse négligeable, tendue horizontalement avec une tension T . On colle sur cette corde des masses identiques m régulièrement espacées. Ces masses peuvent glisser sur un plan horizontal avec un frottement très faible. On considère les petites oscillations transversales des masses.

	Système à une masse	Système à deux masses
Position des masses à l'équilibre		
Position des masses en mouvement		

1°) Corde à une masse:

a) Montrer que dans le cas des oscillations de faible amplitude l'énergie potentielle se met sous la forme : $U = \frac{1}{2} Ku_1^2$. Préciser l'expression de K en fonction de T et L .

b) Montrer que la pulsation propre des oscillations vaut: $\omega_0 = 2\sqrt{\frac{T}{mL}}$

2°) Corde à deux masses:

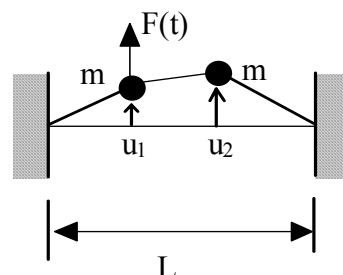
- a) Etablir les équations différentielles satisfaites par u_1 et u_2 .
- b) Déterminer les pulsations propres et les modes propres.
- c) Dessiner l'aspect de la corde pour chaque mode propre.

II. CORDE EXCITEE PAR UNE FORCE

On applique une force sinusoïdale d'amplitude F_0 et de pulsation ω sur la première masse du système à deux masses. On suppose que l'on a atteint le régime permanent.

1°) Calculer les solutions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ en régime permanent.

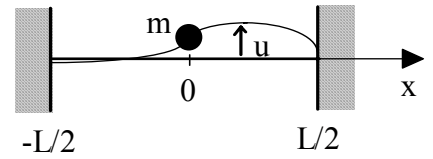
2°) Quelles sont les pulsations de résonance et



d'antirésonance? Décrire le comportement du système à chacune de ces pulsations.

B. SECONDE PARTIE : CORDE DE MASSE NON NEGLIGEABLE

On reprend l'étude des oscillations transversales du système à une masse pour lequel on suppose que la masse de la corde ne peut plus être négligée. On appellera μ la masse par unité de longueur de la corde. Le déplacement transversal de chaque point de la corde est noté $u(x,t)$.



1°) En régime sinusoïdal le déplacement transversal peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} u(x,t) = u_1 = A_1 \exp[j(\omega t - kx)] + A_2 \exp[j(\omega t + kx)] & \text{pour } x \leq 0 \\ u(x,t) = u_2 = B_1 \exp[j(\omega t - kx)] + B_2 \exp[j(\omega t + kx)] & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}$$

Que représentent les différents termes de cette expression ?

2°) Ecrire les conditions aux limites pour le déplacement $u(x,t)$ en $x=0$, $x=+L/2$ et $x=-L/2$, ainsi que la relation fondamentale de la dynamique appliquée à la masse m .

3°) En déduire l'équation aux pulsations propres de ce système.

4°) Quelle relation satisfait la pulsation du mode fondamental. Vérifier que lorsque $\mu \rightarrow 0$, on retrouve la pulsation ω_0 définie dans la première partie. Conclusion.

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne
 Institut de Physique - D.E.P.B - Année Universitaire 1998-1999
 TP.10

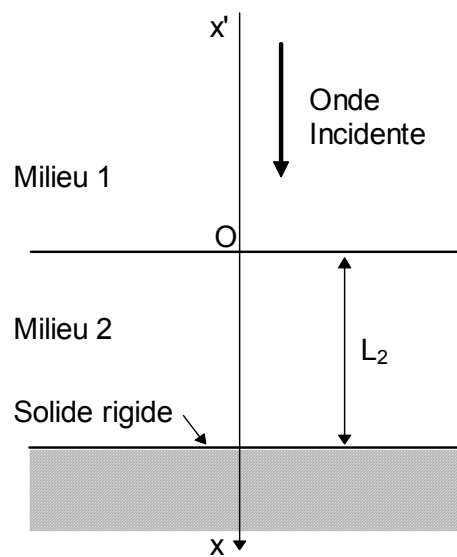
Troisième Epreuve de Moyenne Durée
 Durée 1h30mn

Exercice 1 : (/15 points)

Une onde acoustique plane, sinusoïdale de pulsation ω , d'amplitude A_1 , se propage suivant la direction Ox dans un milieu fluide de masse volumique ρ_1 . Elle arrive sous incidence normale sur un second milieu fluide de masse volumique ρ_2 et d'épaisseur L_2 , déposé sur un solide parfaitement rigide (voir figure). On notera V_1 et V_2 les vitesses de propagation respectives dans chacun des deux milieux fluides. Les vecteurs d'onde correspondants seront notés respectivement k_1 et k_2 .

Dans chacun des deux milieux, la pression acoustique s'écrit respectivement

$$\begin{aligned} p_1(x,t) &= A_1 \exp[j(\omega t - k_1 x)] + A'_1 \exp[j(\omega t + k_1 x)] \\ p_2(x,t) &= A_2 \exp[j(\omega t - k_2 x)] + A'_2 \exp[j(\omega t + k_2 x)] \end{aligned}$$



1°) Ecrire les expressions respectives, $\dot{u}_1(x,t)$ et $\dot{u}_2(x,t)$, des vitesses de particule dans le milieu 1 et dans le milieu 2.

2°) Ecrire les relations de continuité pour la pression acoustique et pour la vitesse de particule en $x=0$. En déduire deux relations entre les coefficients A_1 , A'_1 , A_2 et A'_2 .

3°) Ecrire la relation de continuité pour la vitesse de particule en $x=L_2$. En déduire une relation entre les coefficients A_2 et A'_2

4°) En déduire le coefficient de réflexion $R = \frac{A'_1}{A_1}$. En donner le module et la phase.

5°) Mesure de la vitesse V_2

(a). Quelle est la condition pour que, dans le milieu 2, la pression possède un nœud en $x=0$ et un seul ventre?

(b). Sachant que le premier nœud de pression dans le milieu 1 se situe en $x = -L_1$, calculer la vitesse de propagation V_2 en fonction de V_1 , L_1 et L_2 .

(c). L'expérience est réalisée, dans les conditions ci-dessus, avec de l'eau comme milieu 1 ($V_1 = 1500$ m/s) et de la glycérine comme milieu 2. On mesure $L_1 = 7.5$ mm et $L_2 = 4.95$ mm. Quelle est la vitesse de propagation V_2 des ondes acoustiques dans la glycérine ?

Exercice 2 : (/ 5 points)

Une onde électromagnétique plane sinusoïdale et linéairement polarisée, se propage dans le vide. Sa direction de propagation se trouve dans le plan xOy et fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'axe Ox . Le champ électrique de cette onde est parallèle à l'axe Oz et son module est égal à E_0 .

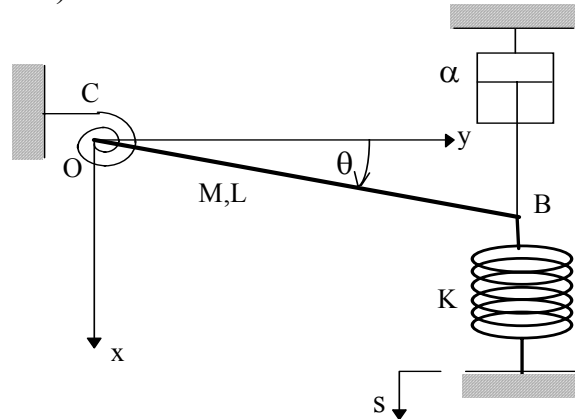
1°) Ecrire les expressions littérales du champ électrique \vec{E} , du champ magnétique \vec{B} et du vecteur de Poynting \vec{P} . Faire un dessin représentant les vecteurs \vec{E} , \vec{B} et \vec{P} .

2°) L'intensité moyenne de l'onde est $I = 0.1$ W.m⁻². Calculer la puissance moyenne traversant un cadre carré de 1 cm de côté perpendiculaire à la direction de propagation.

Epreuve de synthèse

Durée (2 heures)

Problème 1 : (/12 points)



Soit le système ci-dessus constitué d'une barre homogène de masse M et de longueur L , en rotation dans le plan xOy autour de son extrémité fixe O . Un ressort spirale fixé en O exerce sur la barre un moment de rappel $\vec{\tau} = -C\theta\vec{e}_z$ où \vec{e}_z est le vecteur unitaire de Oz . θ étant l'écart angulaire par rapport à l'horizontale. L'extrémité B de la barre est reliée à un bâti par une ressort de raideur K . Les différentes forces de frottement peuvent être représentées par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α , fixé en B . Le point de fixation du ressort peut subir un déplacement vertical s .

A l'équilibre, la barre est horizontale. On étudiera les oscillations de faible amplitude. On donne le moment d'inertie de la barre par rapport à un axe perpendiculaire à son extrémité

$$I = \frac{1}{3}ML^2.$$

I. Première partie : On suppose que les frottements sont négligeables ($\alpha = 0$) et que le point de fixation du ressort est immobile ($s=0$).

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2°) Calculer la pulsation propre des oscillations de faible amplitude en fonction de K , M , L et C .

II. Deuxième partie : Les frottements ne sont plus négligeables ($\alpha \neq 0$) et le point de fixation du ressort est immobile ($s=0$).

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2°) En déduire l'expression de l'amortissement critique α_c .

III. Troisième partie : Les frottements ne sont plus négligeables ($\alpha \neq 0$) et le point de fixation du ressort subit un déplacement vertical $s = S_0 \cos(\Omega t)$

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2°) Calculer θ en régime permanent (stationnaire).

3°) Sachant que la valeur de α est très petite devant la valeur critique α_c , calculer l'amplitude de θ à la résonance.

Exercice 2 : (/ 8 points)

Une onde acoustique sinusoïdale plane se propage dans un milieu fluide, semi-infini, de masse volumique ρ_1 avec une vitesse de propagation C_1 . Elle arrive en incidence normale à la surface de séparation avec un second milieu fluide, semi-infini, de masse volumique ρ_2 dans lequel elle se propage avec une vitesse C_2 . Calculer, en fonction des données précédentes les rapports suivants :

- P_R/P_i
- P_T/P_i
- U_R/U_i
- U_T/U_i
- \dot{U}_R/\dot{U}_i
- \dot{U}_T/\dot{U}_i
- I_R/I_i
- I_T/I_i

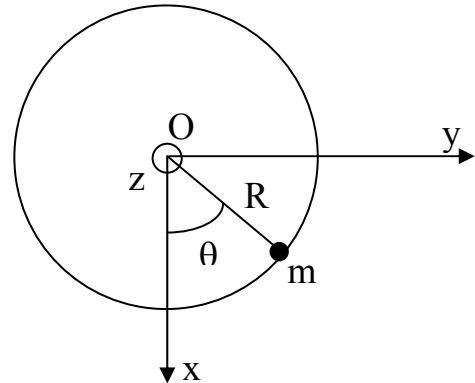
où U , \dot{U} , P et I représentent respectivement les amplitudes du déplacement de particule, de la vitesse de particule, de la pression acoustique et de l'intensité acoustique. Les indices i , R et T se rapportent respectivement à l'onde incidente, l'onde réfléchie et l'onde transmise.

U.S.T.H.B - Faculté de Physique - Année Universitaire 1999-2000

Module TP.10 - Epreuve de Synthèse - Durée 2 heures

Exercice 1 : (/11 points)

Une particule de masse m se déplace à l'intérieur d'un cerceau vertical de masse négligeable, d'axe Oz et de rayon R . En plus de son poids, la masse m est soumise à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -bm\vec{v}$ où \vec{v} désigne la vitesse relative de la particule par rapport au cerceau et b un coefficient positif constant. La particule est repérée par rapport au repère fixe $Oxyz$, par l'angle θ avec l'axe vertical Ox (voir figure). A l'instant $t=0$, on abandonne la particule depuis la position θ_0 sans vitesse initiale. On supposera θ petit dans tout le problème. On désignera par g l'accélération de la pesanteur.



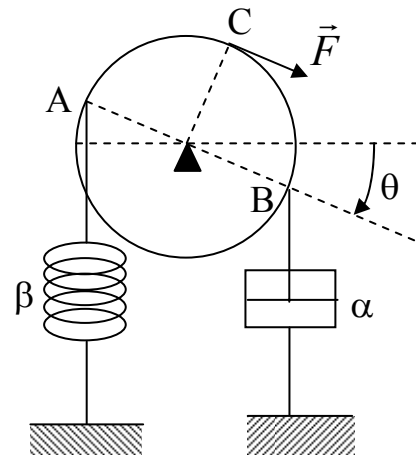
A. Le cerceau est immobile :

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.
2. Quelle doit être la valeur de R pour que la particule revienne à la position d'équilibre le plus rapidement possible (on appellera ce rayon critique R_c). En déduire alors l'expression de $\theta(t)$.
3. On prendra $R < R_c$:
 - a. Quelle est la nature du mouvement lorsque cette condition est satisfaite ?
 - b. Déterminer l'expression de la solution $\theta(t)$.

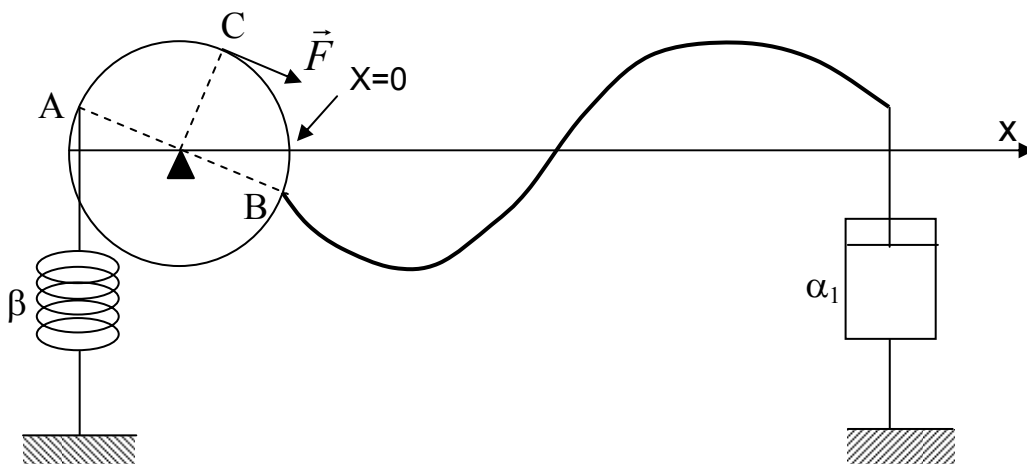
- c. Déterminer l'expression du décrément logarithmique en fonction de R , g et b .
- B. Le cerceau est animé d'un mouvement oscillatoire de rotation de faible amplitude, de pulsation Ω autour de son axe Oz : La position angulaire du cerceau est repérée par l'angle ψ par rapport à Ox et donnée par $\psi = \psi_0 \sin(\Omega t)$.
1. Déterminer l'expression de la vitesse relative de la particule par rapport au cerceau.
 2. Quelle est alors l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$?
 3. Déterminer l'amplitude θ_M de l'élongation angulaire $\theta(t)$.
 4. Le rayon du cerceau R étant donné, pour quelle vitesse de rotation Ω_R l'amplitude θ_M est-elle maximale ?

Exercice 2: (/ 9points)

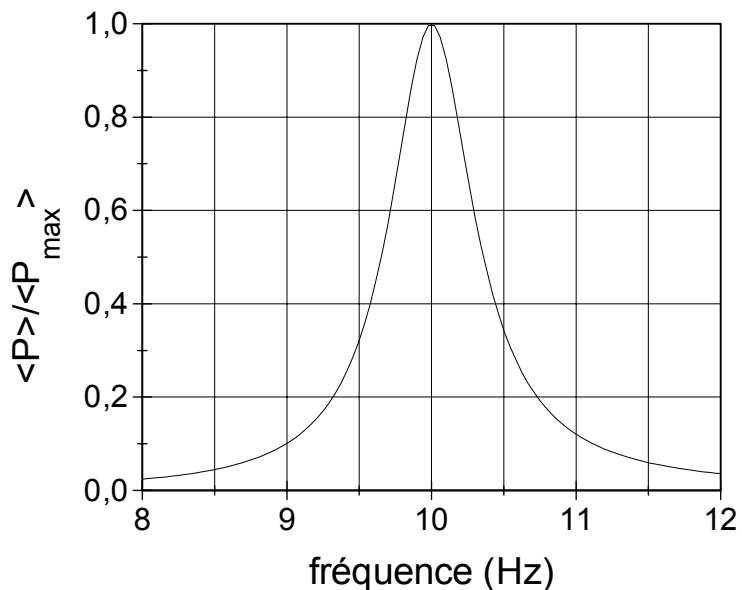
- A. On considère le système mécanique ci-contre constitué d'une poulie cylindrique de masse M et de rayon R . Les deux points diamétralement opposés A et B sont respectivement reliés à un ressort de raideur β et un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α . Une force sinusoïdale $F = F_0 \cos(\Omega t)$ est appliquée tangentiellement à la poulie au point C .



1. On pose $y=R\theta$. Calculer l'impédance d'entrée du système définie par $Z_E = \frac{\underline{F}}{\underline{\dot{Y}}}$ où \underline{F} et $\underline{\dot{Y}}$ sont respectivement les amplitudes complexes de la force $F(t)$ et de la vitesse $\dot{y}(t)$.
 2. En déduire la puissance moyenne fournie au système en fonction des données du problème.
- B. Dans le système précédent, l'amortisseur est remplacé par une corde tendue, de masse non négligeable et dont la seconde extrémité est reliée à un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α_1 . Lorsque le régime permanent est établi, la corde est le siège d'une onde progressive sinusoïdale.



1. Calculer l'impédance $Z(x)$ en chaque point de la corde en fonction des données du problème.
2. En déduire l'impédance d'entrée de la corde en $x=0$.
3. Calculer la puissance moyenne fournie par le système oscillant à la corde.
4. La courbe ci-contre représente $\langle P \rangle / \langle P_{\max} \rangle$ en fonction de la fréquence. $\langle P \rangle$ est la puissance moyenne fournie à la corde et $\langle P_{\max} \rangle$ est la valeur maximale de cette puissance. Sachant que la masse de la poulie est $M=0.5\text{kg}$ et que la tension du fil est $T=10\text{N}$, calculer :
 - a. la raideur β du ressort.
 - b. La masse par unité de longueur de la corde μ .

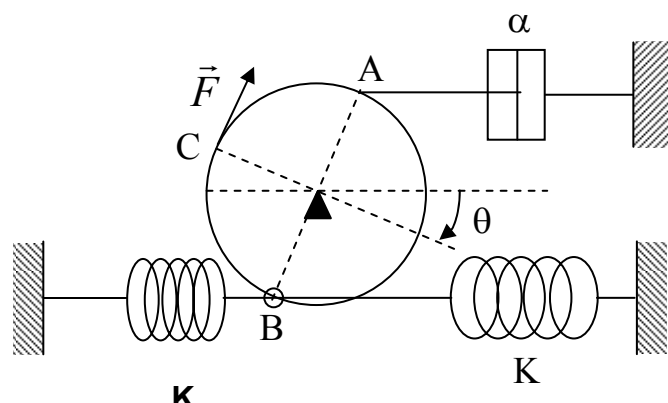


U.S.T.H.B - Faculté de Physique - Année Universitaire 1999-2000

Module TP.10 - Epreuve de Rattrapage - Durée 2 heures

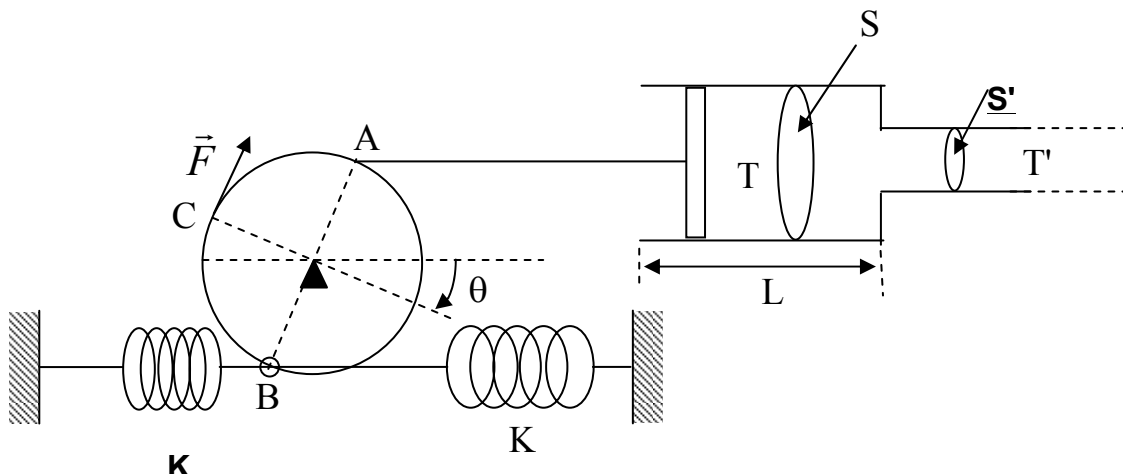
Problème : (/15 points)

On considère le système mécanique ci-contre constitué d'une poulie cylindrique de masse M et de rayon R . Les deux points diamétralement opposés A et B sont respectivement reliés à un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α et à deux ressorts de raideur K . Une force sinusoïdale $F = F_0 \cos(\Omega t)$ est appliquée tangentiellement à la poulie au point C .



3. Cas des oscillations libres ($F_0 = 0$) :
 - a. Etablir l'équation différentielle du mouvement satisfaite par θ .
 - b. Lorsque le système est abandonné sans vitesse initiale, il effectue des oscillations amorties de période $T = 0.1$ s, dont l'amplitude diminue de moitié au bout de 5 périodes. Calculer le coefficient d'amortissement α sachant que $M=0.5$ kg .

4. Cas des oscillations forcées ($F_0 \neq 0$) :
- On pose $y=R\theta$. Etablir l'équation différentielle du mouvement satisfaite par y .
 - Calculer l'amplitude et la phase de la vitesse \dot{y} en régime permanent sinusoïdal.
 - Pour quelle pulsation obtient-on la résonance en vitesse? Quelle est l'amplitude de la vitesse et quelle est la valeur du déphasage à cette fréquence ?
 - Lorsque la fréquence est égale à 10 Hz, on remarque que la force et la vitesse \dot{y} sont en phase et que l'amplitude de la vitesse est égale à $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. En déduire la raideur K des ressorts et l'amplitude F_0 de la force.
5. Dans la réalité, l'amortisseur correspond à un piston de masse négligeable qui coulisse sans frottement dans un tuyau de section S et de longueur L , contenant de l'air à la température T . Ce tuyau est terminé par un second tuyau de section S' , de longueur infinie et contenant de l'air à la température T' . On supposera que l'air est un gaz parfait dont la masse volumique ρ est indépendante de la température. Lorsque le régime permanent est établi, l'ensemble des deux tuyaux est le siège d'une onde acoustique progressive sinusoïdale.



- En déduire l'expression de la vitesse de propagation V des ondes acoustiques dans le premier tuyau en fonction de α , ρ et S .
- Sachant que $S=10\text{cm}^2$ et que $\rho=1.21\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, calculer la valeur numérique de cette vitesse de propagation.
- Exprimer la vitesse de propagation des ondes acoustiques V' dans le second tuyau en fonction de V , S et S' .
- Sachant que $S'=8\text{cm}^2$, calculer la valeur numérique de cette vitesse de propagation.
- La température dans le premier tuyau est 20°C , en déduire la température T' dans le second tuyau.

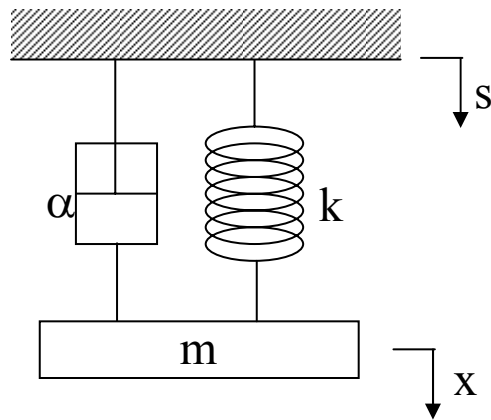
Exercice 1: (/4points)

Un point matériel de masse m se déplaçant sur un axe Ox est soumis à un champ de forces dérivant d'une énergie potentielle $V(x) = V_0 \frac{2a}{x + a^2/x}$ où a et V_0 sont des constantes positives.

- 1°) Donner les unités de V_0 et a dans le système MKSA.
 - 2°) Déterminer les abscisses correspondant à des positions d'équilibre. Pour quelle valeur de $x=x_0$ l'équilibre est-il stable ?
 - 3°) On considère le point matériel au voisinage de sa position d'équilibre $x=x_0$ et on appelle $u=x-x_0$ le déplacement par rapport à cette position.
 - a) Dans l'approximation de petits déplacements donner l'expression de l'énergie potentielle en fonction de u (on négligera les termes d'ordre supérieur à 2).
 - c) Déterminer l'équation du mouvement en u .
 - d) Déterminer la période des oscillations autour de la position d'équilibre.
- A.N. : On donne $m=100g$ et $a=50$ cm.

Exercice 2 : (/6 points)

Une masse m est suspendue à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de masse négligeable. L'autre extrémité du ressort est accrochée à un support S . Le mouvement de la masse est amorti par un frottement visqueux qu'on peut schématiser par un amortisseur de coefficient de viscosité α (voir figure). Le support S est soumis à des vibrations sinusoïdales $s(t)=A \cos(\Omega t)$ produites par des secousses sismiques (tremblement de terre). On appelle $x(t)$ le déplacement de la masse m par rapport à la position d'équilibre. La coordonnée relative de la masse m par rapport au support est définie par $y(t)=x(t)-s(t)$.

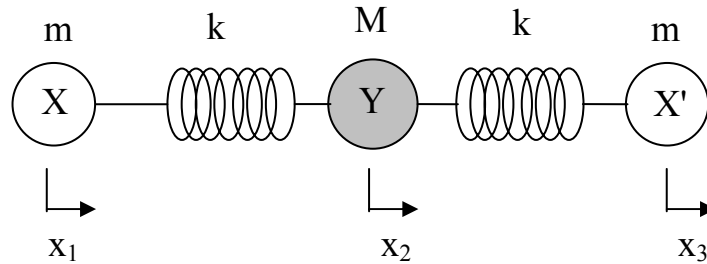


- 1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement de m en fonction de y .
- 2°)
 - a) Donner la solution $y(t)$ en régime permanent.
 - b) Déterminer l'amplitude Y_0 de $y(t)$ en fonction de A , Ω et de la pulsation propre du système $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.
- 3°) Montrer que pour des pulsations propres du ressort faibles devant Ω ($\omega_0 \ll \Omega$) et un coefficient de viscosité α faible (tel que $\frac{\alpha}{m} \ll \Omega$) le système mécanique permet de mesurer l'amplitude A de la secousse sismique.
- 4°) On pose $\beta = \Omega/\omega_0$. Montrer que si β est supérieure à une certaine valeur β_1 l'amplitude relative de m diffère de moins de 1 % de celle de la secousse sismique. Calculer β_1 .

Exercice 3 : (/10 points)

On se propose d'étudier les vibrations longitudinales d'une molécule triatomique linéaire symétrique XYX' . Les atomes X et X' sont identiques et ont une masse m tandis que l'atome Y possède une masse M . On désignera par x_1 , x_2 et x_3 les déplacements respectifs des atomes X , Y et X' , à partir de leur position d'équilibre.

On suppose que chaque atome est rappelé à sa position d'équilibre par une force proportionnelle à l'écart, la constante de la force de rappel étant k .



1°) Ecrire les équations du mouvement en x_1 , x_2 et x_3 .

2°) Effectuer le changement de variable $u_1 = x_2 - x_1$ et $u_2 = x_2 - x_3$, et montrer que le système précédent peut se ramener au système de deux équations différentielles suivant

$$\begin{cases} \ddot{u}_1 + A^2 u_1 + B^2 u_2 = 0 \\ B^2 u_1 + \ddot{u}_2 + A^2 u_2 = 0 \end{cases}$$

Donner les expressions des nombres réels A et B en fonction de k , m et M .

3°) Calculer les pulsations propres en fonction de A et B . En déduire l'expression des pulsations propres en fonction de k , m et M .

4°) Les fréquences propres d'une molécule dont les atomes X et X' sont des atomes d'hydrogène, sont déterminées expérimentalement ; elles sont respectivement égales à :

$f_1 = 1.05 \times 10^{14}$ Hz et $f_2 = 1.114 \times 10^{14}$ Hz. Sachant que $1 \text{ u.m.a} = 1.67 \times 10^{-27}$ kg et que $H=1$:

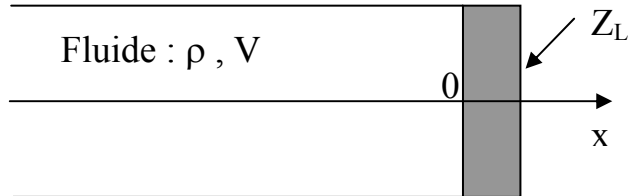
a) Trouver la constante de rappel de la liaison X - Y et X' - Y .

b) Calculer la masse M de l'atome Y .

c) Connaissant les masses atomiques, en u.m.a, des éléments suivants : $C=12$, $N=14$ et $O=16$, de quelle molécule s'agit-il probablement ?

Exercice 1 (/9 points)

Soit un tuyau de section constante dans lequel peuvent se propager des ondes acoustiques. Ce tuyau de longueur semi-infinie est terminé en $x=0$ par une impédance Z_L . Une onde acoustique sinusoïdale d'amplitude de pression p_0 , de pulsation



ω et provenant de $-\infty$ subit une réflexion en $x=0$ où le coefficient de réflexion est $R=|R| e^{i\theta}$.

1°) Démontrer que l'amplitude de la pression acoustique résultante dans le tuyau présente des maxima et des minima. Calculer la valeur de ces maxima et minima ainsi que leur position en fonction de p_0 , de la longueur d'onde λ , de $|R|$ et θ .

2°) On mesure successivement :

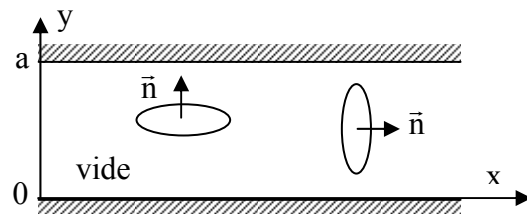
- la distance d séparant deux maxima consécutifs
- l'amplitude P_{\max} du maximum de vibration et l'amplitude P_{\min} du minimum
- la distance a séparant l'impédance Z_L du maximum qui en est le plus proche.

On obtient les valeurs suivantes : $d=25\text{cm}$, $P_{\max}=4\text{kPa}$, $P_{\min}=2\text{kPa}$ et $a=10\text{cm}$. Sachant que la vitesse de propagation est $V=340\text{m/s}$ et que la masse volumique du fluide est $\rho=1\text{kg/m}^3$, calculer :

- a) La fréquence de cette onde.
- b) Le module et l'argument du coefficient de réflexion R .
- c) L'impédance Z_L .

Exercice 2 : (/11 points)

Soit un guide d'ondes électromagnétiques plan constitué de deux plaques conductrices parallèles et distantes de a . Le champ électrique est tel que $E_y = E_z = 0$, $E_x = F(y)\cos(\omega t - kx)$.



1°) Sachant que $E_x(0,t)=E_0 \cos(\omega t)$ et que

$$a = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}}, \text{ calculer :}$$

- a) Le champ électrique \vec{E} en tout point à l'intérieur du guide d'onde.
- b) Le champ magnétique \vec{B} en tout point à l'intérieur du guide d'onde.

3°) Pour étudier la répartition du champ à l'intérieur du guide, on utilise une petite spire de section S . On suppose que la spire ne perturbe pas le champ électromagnétique et que ses dimensions sont suffisamment petites pour considérer que le champ est constant sur sa surface. Calculer la force électromotrice induite aux bornes de la bobine et tracer les variations de l'amplitude de cette force électromotrice en fonction de y dans chacun des cas suivants :

- a) La surface de la spire est perpendiculaire à l'axe Ox .
- b) La surface de la spire est perpendiculaire à l'axe Oy .

Exercice 1 : (/12 points) *(Les parties I et II sont indépendantes)*

Soit un milieu fluide constitué d'un gaz parfait et limité par deux surfaces rigides, parallèles et distantes de L (Figure 1). Des ondes acoustiques peuvent se propager dans ce milieu dans la direction perpendiculaire aux deux plans, avec une vitesse V .

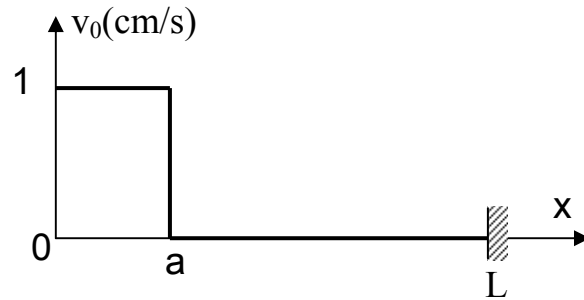
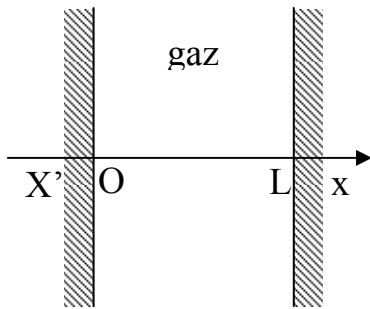


Figure 1

Figure 2

I. Oscillations libres :

1°) Calculer les pulsations propres ω_n des ondes acoustiques en fonction de V et L .

2°) A l'instant $t=0s$, le déplacement $u(x,0)$ de chaque point du fluide est nul, tandis que la vitesse initiale des particules est décrite par la fonction $v_0(x)$ définie par le graphe de la figure 2. Calculer l'expression $u(x,t)$ en fonction des données du problème V, L, a .

II. Oscillations forcées en régime permanent sinusoïdal:

Le plan situé en $x=0$ subit un déplacement sinusoïdal, par rapport à la position $x=0$, donné par $u(0,t)= U_0 \cos(\Omega t)$.

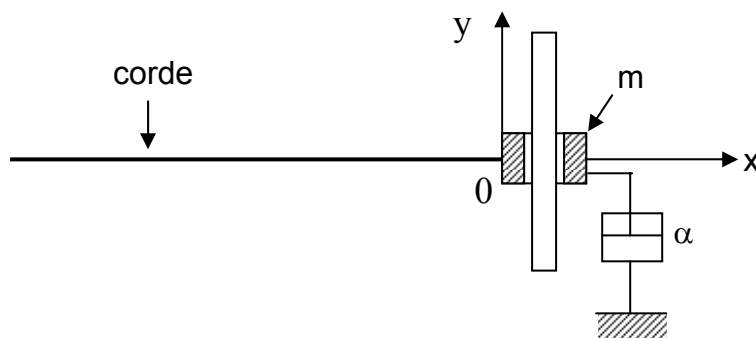
1°) Calculer le déplacement $u(x,t)$ en chaque point en fonction des données du problème.

2°) Déterminer la position des maxima de vibration. Calculer la distance d séparant deux maxima consécutifs en fonction de V et de Ω .

3°) On constate qu'en raison d'une variation de la température du fluide cette distance varie de 2% ; en déduire la variation relative de température.

Exercice 2 : (/8 points)

Soit une corde de masse linéique μ tendue horizontalement avec une tension T très grande devant son poids. Cette corde de longueur semi-infinie est terminée en $x=0$ par une masse m qui glisse sur un axe vertical et qui est soumise à une force de frottement visqueux dont le coefficient de frottement est α . Une onde transversale sinusoïdale d'amplitude U_0 , de pulsation ω et provenant de $-\infty$ subit une réflexion en $x=0$ où le coefficient de réflexion est $R=|R| e^{j\theta}$.



1°) Démontrer que le déplacement transversal de la corde présente des maxima et des minima. Calculer la valeur de ces maxima et minima ainsi que leur position en fonction de U_0 , de la longueur d'onde λ , de $|R|$ et θ .

2°) On mesure successivement :

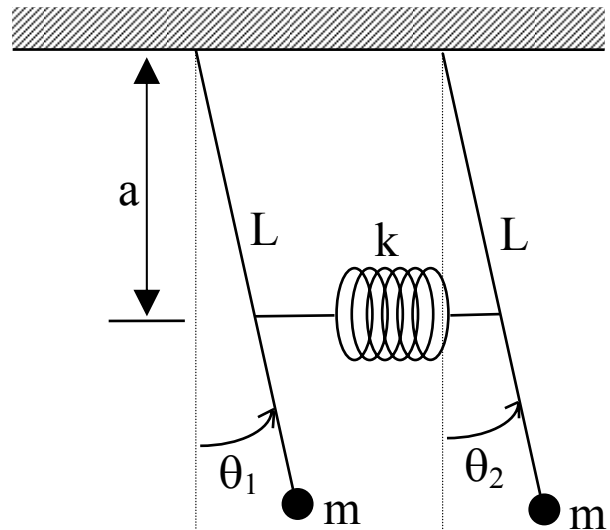
- la distance d séparant deux maxima consécutifs
- l'amplitude U_{\max} du maximum de vibration et l'amplitude U_{\min} du minimum
- la distance a séparant la masse m du maximum qui en est le plus proche.

On obtient les valeurs suivantes : $d=25\text{cm}$, $U_{\max}=4\text{cm}$, $U_{\min}=2\text{cm}$ et $a=10\text{cm}$. Sachant que la tension de la corde est $T=10\text{N}$ et que sa masse linéique est $\mu=10\text{g/m}$, calculer :

- d) La vitesse de propagation de l'onde.
- e) La pulsation de cette onde.
- f) Le module et l'argument du coefficient de réflexion R .
- g) En déduire la valeur du coefficient de frottement visqueux α et la valeur de la masse m .

Exercice 1 : (/ 9 points)

On considère le système de la figure ci-contre constitué de deux pendules simples identiques de masse m et de longueur L , fixés à un bâti fixe horizontal. Un ressort de raideur k , fixé à une distance a du bâti assure le couplage entre les deux pendules. A l'équilibre les deux pendules sont verticaux.



1°) Calculer l'énergie cinétique T , l'énergie potentielle U et le lagrangien \mathcal{L} dans le cas des oscillations de faible amplitude.

2°) Etablir les équations différentielles du mouvement.

3°) Calculer les pulsations propres ω_1 et ω_2 en

fonction de $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ et de $\Omega = \sqrt{\frac{ka^2}{mL^2}}$.

4°) Calculer les rapports des amplitudes lorsque le système oscille dans chacun des deux modes.

5°) Calculer θ_1 et θ_2 , pour les conditions initiales suivantes $\theta_1(t=0) = -\theta_2(t=0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}_1(t=0) = -\dot{\theta}_2(t=0) = 0$.

6°) Montrer que dans le cas où $\Omega^2 \ll \omega_0^2$, la pulsation ω_2 du mode harmonique s'écrit : $\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega$. Donner l'expression de $\Delta\omega$ en fonction de Ω et de ω_0 .

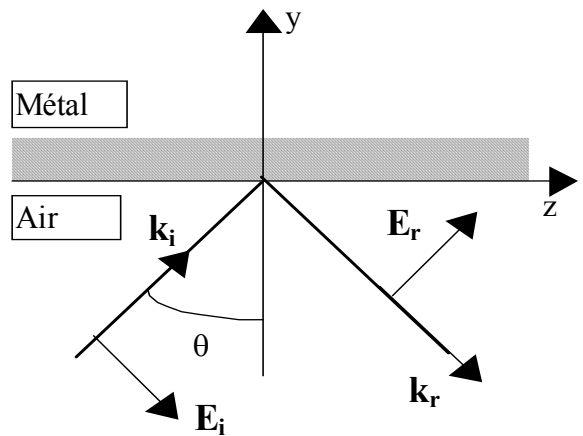
7°) Pour cette approximation et pour les conditions initiales du 5°, on mesure la pulsation des oscillations pour diverses valeurs de k (voir tableau ci-dessous). Tracer le graphe de cette pulsation ω en fonction de k et en déduire la valeur de a , sachant que $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $L = 1 \text{ m}$ et $m = 1 \text{ kg}$.

k (N/m)	1	3	5	7	9
ω (rad/s)	3.17	3.24	3.31	3.38	3.45

Exercice 2 :/(11 points)

Une surface plane $y=0$ sépare l'air, d'indice de réfraction $n \approx 1$ ($\mu = \mu_0$ et $\varepsilon = \varepsilon_0$), d'un conducteur métallique parfait ($y > 0$). On repère un point de l'espace par son vecteur position \vec{r} dont les composantes x , y et z sont telles que ($\vec{r} = \overline{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$).

Une onde électromagnétique plane, polarisée rectilignement, se propage dans l'air. L'amplitude du champ électrique \vec{E}_i vaut E_0 et son vecteur d'onde est \vec{k}_i et sa pulsation ω . Cette onde arrive sur le métal avec un angle d'incidence θ ($0 < \theta < \pi/2$) et se réfléchit. Le vecteur d'onde \vec{k}_i est contenu dans le plan yOz . L'onde est polarisée parallèlement au plan d'incidence yOz ($\vec{E}_i // yOz$).



- 1°) Donner, en fonction des données ω , c , θ et E_0 les expressions des champs (\vec{E}_i, \vec{B}_i) de l'onde incidente en tout point $M(x,y,z)$.
- 2°) Donner, en fonction des données ω , c , θ et E_r , les champs (\vec{E}_r, \vec{B}_r) de l'onde réfléchiée par le métal en tout point $M(x,y,z)$.
- 3°) Ecrire la relation de continuité de la composante tangentielle du champ électrique sur la surface du métal; en déduire E_r en fonction de E_0 .
- 4°) Calculer alors les champs (\vec{E}, \vec{B}) de l'onde résultante dans l'air, en fonction des données ω , c , θ , et E_0 . Que deviennent ces champs au voisinage de la surface du métal? Expliquer pourquoi une telle onde est dite transversale magnétique (TM).
- 5°) Calculer la vitesse de phase V_ϕ de l'onde résultante.
- 6°) Déterminer et représenter les surfaces de phase constante (surfaces équiphases).
- 7°) Déterminer et représenter les surfaces d'amplitude nulle et les surfaces d'amplitude maximale pour le champ \vec{B} .