9Université Mohamed Boudiaf de Mila 18/06/2018

Faculté de Technologie

Département de mécanique

Niveau : 1ière Année Master EN

Examen du Module : Asservissement et Régulation

Exercice 01 :

Donner quatre exemples des systèmes asservis en mécanique tout en précisant le paramètre régulé pour chacun des systèmes

N°	Description d'exemple	Paramètre Régulé
01		
02		
03		
04		

Exercice 2

Calculer par intégration la transformée de Laplace des fonctions suivantes :

a/ e^{at}.

b/ $Cos(\omega t)$

c/ $Sin(\omega t)$.

d/ $Sin^2(t)$.

Exercice 03 :

On se propose d'utiliser la transformée de Laplace pour résoudre des équations différentielles.

1. On considère l'équation différentielle

$$y' + y = e^t \quad \text{pour} \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

Soit y une fonction causale solution de l'équation dont on suppose qu'elle admet une transformée de Laplace F. Démontrer que F satisfait l'équation

$$F(p) = \frac{p}{(p-1)(p+1)}.$$

Résoudre cette équation en décomposant F(p) en fractions simples.

2. Sur le même modèle, résoudre l'équation différentielle

$$y'' - 3y' + 2y = e^{3t} \quad , y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

3. Sur le même modèle, résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} x' &= -x + y + \quad e^t,\ x(0) = 1 \\ y' &= x - y + \quad e^t,\ y(0) = 1. \end{cases}$$

BON COURAGE

Université Mohamed Boudiaf de Mila **18/06/2019**

Faculté de Technologie

Département de mécanique

Niveau : 1ière Année Master EN

Examen du Module : Asservissement et Régulation

Corrigé

Réponse 01 :

Les quatre exemples des systèmes asservis en mécanique tout en précisant le paramètre régulé pour chacun des systèmes

N°	Description d'exemple	Paramètre Régulé	
01	*Système de refroidissement dans les véhicules*	*T° de l'eau de refroidissement*	01
02	*Le flotteur pour remplissage des citerne et bacs d'eau*	*le niveau d'eau dans les bacs*	01
03	*Régulation du temps de mise en veille des TV*	*Le temps de marche et d'arrêt*	01
04	*Le système anti démarrage des véhicules*	*Coupure du courant électrique*	01

Réponse 02 :

$$\mathrm{F}(p) = \mathfrak{L} f(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt}.f(t).dt\ .$$

a- $f(t)= e^{at}$

$e^{at}.e^{-pt} = e^{(a-p)t}$

Après intégration on aura : $F(p)= P/(P^2+w^2)$

01

b- $f(t)= Cos(wt)$

$Cos\ (wt) = (e^{iwt}+e^{-iwt})/2$

Après intégration on aura : $F(p)= P/(P^2+w^2)$

01

……

……

c- f(t)= Sin(wt)

Sin (wt) = (e^{iwt}-e^{-iwt})/2

Après intégration on aura : F(p)= w/(P^2+w^2) **01**

d- f(t)=Sin^2(t)

Sin^2 (t) = ½(1+Cos(2t)) et Cos (2t) = (e^{2it} + e^{-2it})/2 **01**

Après intégrationon aura : F(p)= 2/(P^2+4)

<u>Exercice 03 :</u>

1. La transformée de Laplace de y' est

$$\mathcal{L}(y')(p) = pF(p) - y(0) = pF(p) - 1.$$ **02**

Si on applique la transformée de Laplace à l'équation

$$y' + y = e^t\mathcal{U}(t),$$

on trouve

$$pF(p) - 1 + F(p) = \frac{1}{p-1}$$ **01**

ce qui donne

$$(p+1)F(p) = \frac{1}{p-1} + 1 = \frac{p}{p-1}$$

ou encore **01**

$$F(p) = \frac{p}{(p-1)(p+1)}.$$

On va calculer la transformée de Laplace inverse de cette fonction et pour cela on la décompose en éléments simples. On trouve que

$$F(p) = \frac{1/2}{p-1} + \frac{1/2}{p+1}.$$ **01**

01

On en déduit que $y(t) = \frac{1}{2}e^t + \frac{1}{2}e^{-t}$. On vérifie ensuite que c'est bien une solution (la solution!) de l'équation.

2. On admet encore une fois que y possède une transformée de Laplace F. On a cette fois

01 $\mathcal{L}(y')(p) = pF(p) - 1$ et $\mathcal{L}(y'')(p) = p(pF(p) - 1) - 0 = p^2F(p) - p$ **01**

Appliquant la transformée de Laplace à l'équation, on trouve

$$(p^2 - 3p + 2)F(p) = \frac{1}{p-3} + (p-3) = \frac{p^2 - 6p + 10}{p-3}.$$

Mais $p^2 - 3p + 2$ se factorise en $(p-1)(p-2)$ et on trouve **01**

$$F(p) = \frac{p^2 - 6p + 10}{(p-1)(p-2)(p-3)}.$$

01

On décompose encore une fois en éléments simples, et on trouve que

$$F(p) = \frac{5/2}{p-1} - \frac{2}{p-2} + \frac{1/2}{p-3}.$$

01

On inverse la transformée de Laplace, et on trouve que

$$y(t) = \frac{5}{2}e^t - 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t}$$

01

qui est bien une solution (la solution!) de l'équation.