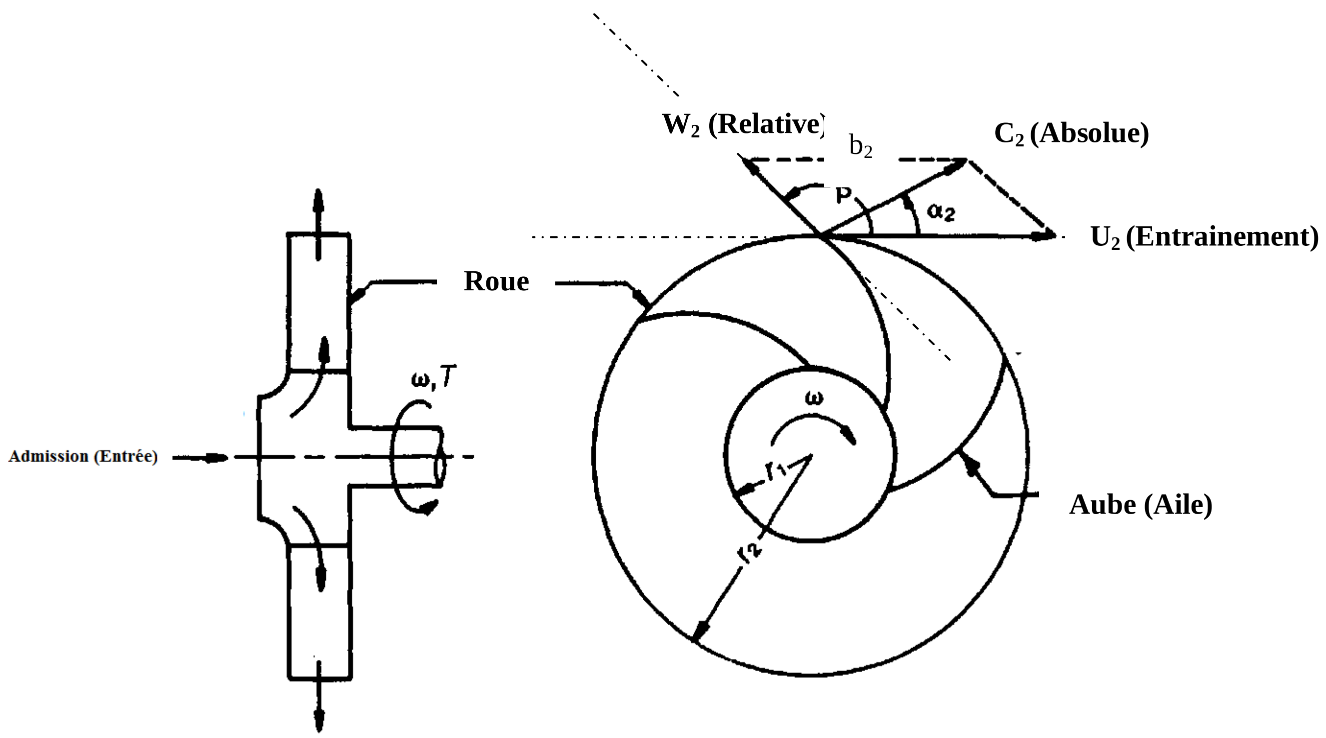
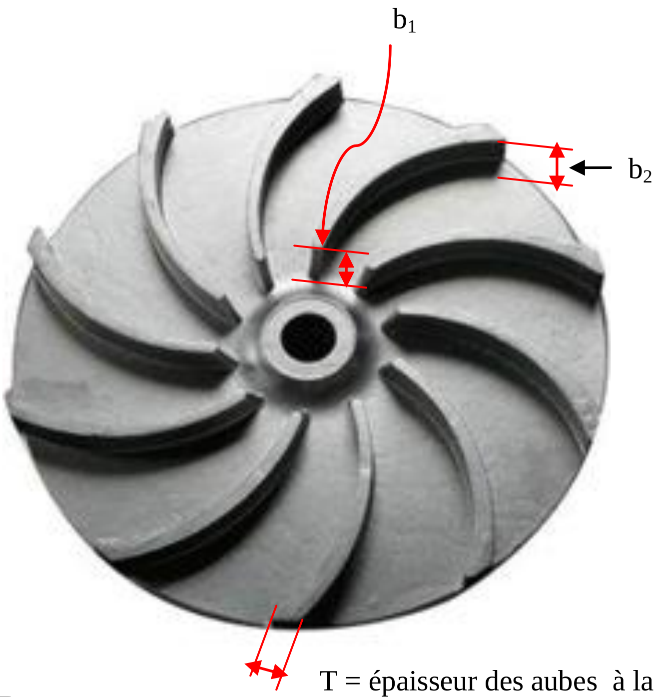
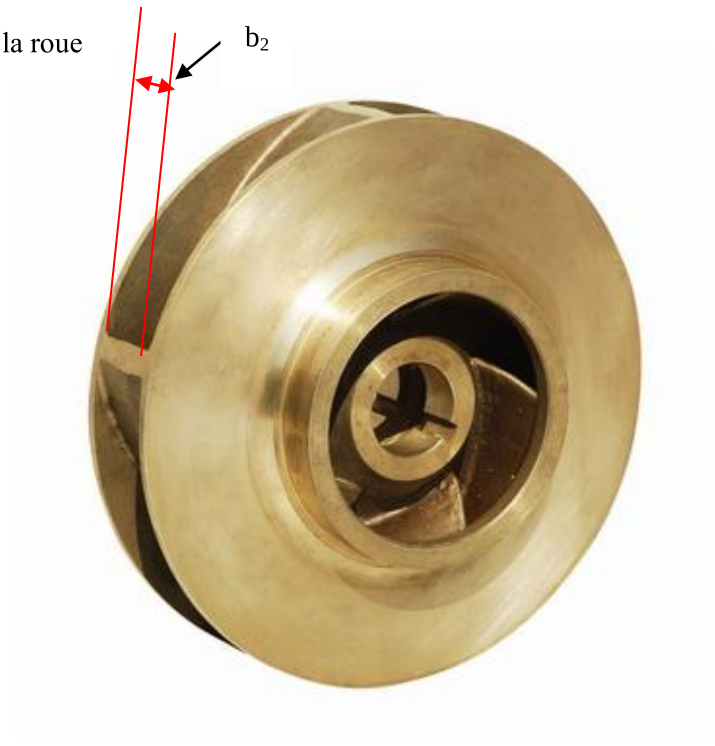


b_1 et b_2 = hauteurs des aubes à l'entrée et à la sortie de la roue





T = épaisseur des aubes à la sortie

Remarque

La surface d'écoulement brute $S_B = 2\pi.r_2.b_2$, mais réellement, la surface d'écoulement nette (réelle) $S_N = S_B - Z.b_2.T$

Donc, $S_N = b_2.(2\pi.r_2 - Z.T)$. une des raisons qui font que, le débit réel (Q) est ≠ débit interne (théorique)

Tableau. 1

Indice i	i = 1 = Entrée de la roue
	i = 2 = Sortie de la roue
$\mathbf{U_i}$	Vitesse d'entrainement (m/s). $\mathbf{U_i = \omega . r_i}$
$\mathbf{C_i}$	Vitesse absolue (m/s)
$\mathbf{W_i}$	Vitesse relative (m/s)
$\mathbf{r_i}$	Rayon de la roue (m)
$\boldsymbol{\omega}$	Vitesse angulaire de rotation (rad/s). $\boldsymbol{\omega} = \frac{\pi N}{30}$
N	Vitesse de rotation du moteur (tr/min)
$\mathbf{Q_{int-i} = Q_{th-i}}$	Débit interne ou théorique = débit produit à la sortie de la roue. $\mathbf{Q_{int-i} = V_i\, S_i = 2\pi r_i b_i . Cm_i}$
$\mathbf{b_i}$	Largeur ou épaisseur de la roue
$\mathbf{Cm_i}$	Vitesse méridienne = vitesse avec laquelle le fluide quitte la roue

<u>Remarque</u> : La vitesse W_2 est dessinée sur la droite tangente à l'aube et la vitesse U_2 est dessinée sur la droite tangente à la roue.

<u>Hauteur développée par une pompe centrifuge (formule de Leonhard EULER, 1754)</u>

Hypothèses d'Euler

1) La roue comporte un nombre infini d'aubes (∞)
2) La perte de charge (par frottement, par choc et par viscosité) est nulle

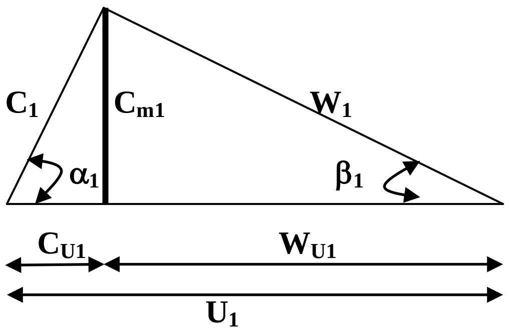
La pompe va donner une pression (hauteur) égale à : $$H_{TH-\infty} = \frac{U_2 . C_2 . \cos(\alpha_2) - U_1 . C_1 . \cos(\alpha_1)}{g} \quad (1)$$

Pour que $H_{TH-\infty}$ soit max il faut que $[U_1 . C_1 . \cos(\alpha_1)]$ soit min. Pour cette raison, les pompes centrifuges sont toujours fabriquées de telle manière à avoir $\alpha_1 = 90°$.

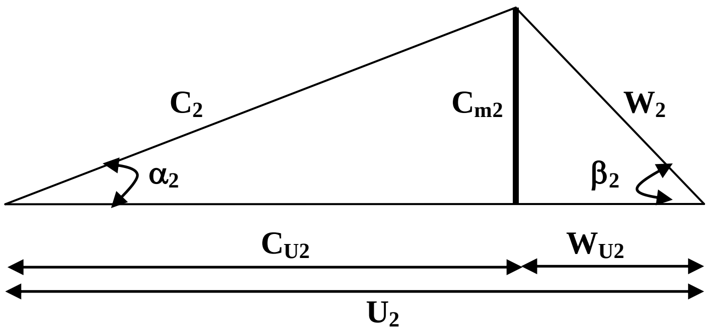
Donc, la pression maximale (idéale) fournie par la pompe (roue) est égale à $$\boxed{\mathbf{H_{TH-\infty} = \frac{U_2 . C_2 . \cos(\alpha_2)}{g}}} \quad (2)$$

<u>Les triangles des vitesses</u>

Pour les pompes, il existe 2 triangles des vitesses ; le 1er à l'entrée de la roue et le 2eme à la sortie



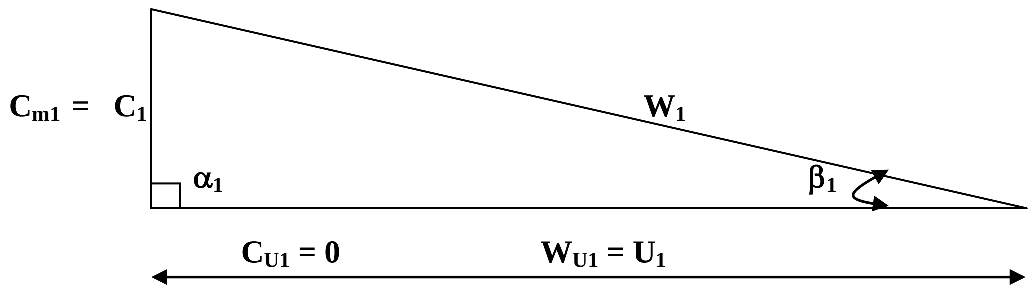
(TVE) Triangle des Vitesses à l'Entrée



(TVS) Triangle des Vitesses à la Sortie

A partir des triangles des vitesses, on peut écrire : $$\boxed{H_{TH-\infty} = \frac{U_2 . C_{U2}}{g}} \quad (3)$$

Et comme $\alpha_1 = 90°$, le triangle des vitesses à l'entrée devient :



(TVE) Triangle des Vitesses à l'Entrée

$H_{TH-\infty}$: Veut dire que c'est une hauteur théorique (idéale, maximale). Les pertes de charge sont négligeables. Et ça veut dire encore, que le nombre d'aubes (ailes) est très grand = ∞

Quel est le débit produit avec la $H_{TH-\infty}$?

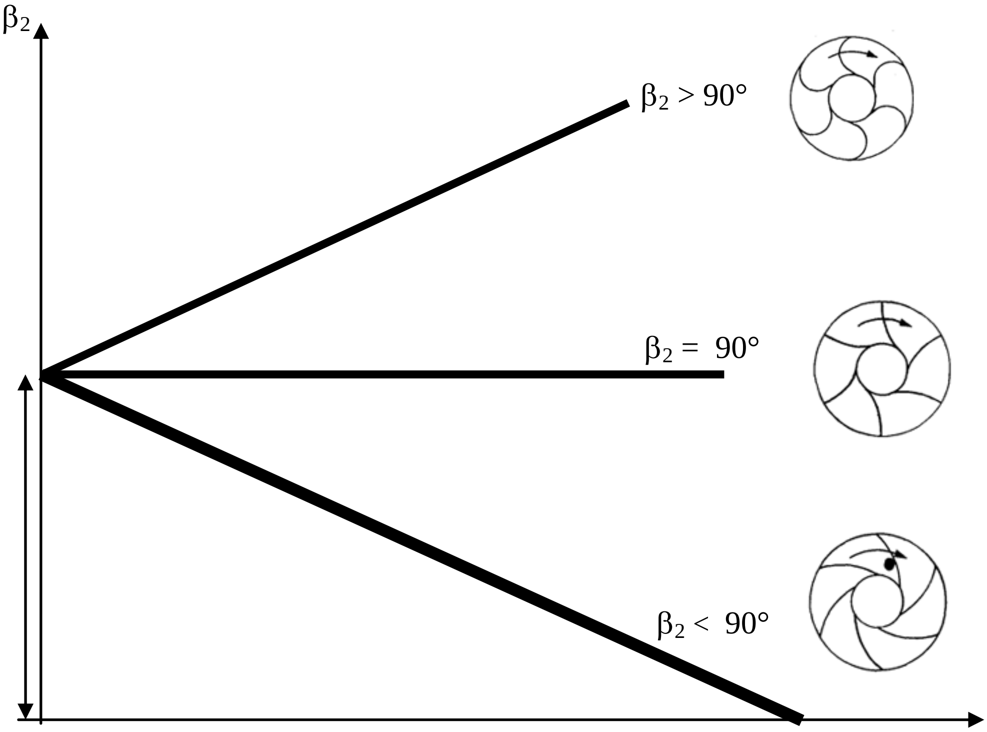
On sait que :

$$\begin{cases} H_{TH-\infty} = \dfrac{U_2 \, . \, C_{U2}}{g} \\ C_{U2} = U_2 - W_{U2} = U_2 - (C_{m2}/\text{tang } \beta_2) = U_2 - (C_{m2}/\text{tang } \beta_2) = U_2 - [Q_{int\text{-}2} / 2\pi r_2 b_2 . \text{ tang } \beta_2] \\ U_2 = \omega . r_2 = \dfrac{\pi N}{30} . r_2 \end{cases}$$

Après substitution et arrangements, nous aurons : $\mathbf{H_{TH\text{-}\infty} = (\pi^2.r_2^2.N^2 / 900.g) - (N / 60.g. \, b2.\text{tang } \beta_2).Q}$ (4)

De la forme $Y = a - b. \, X / \text{tang } \beta_2$

a = Hauteur de barbotage =
= pression de la pompe à vanne fermée (Q = 0)



Réellement, la roue comporte un nombre fini d'aubes (Z) compris entre 5 et 12 et les pertes de charge sont inévitables. Comment faire pour que $H_{TH-\infty} \Longrightarrow H_{Z-n}$? qui représente la pression réelle (nette) que la pompe (et non pas la roue) va produire.

1) La première étape est le passage de $H_{TH-\infty} \Longrightarrow H_{TH-Z}$

Cette opération est réalisée à partir des expressions suivantes :

- $H_{TH-\infty} = H_{TH-Z} / \sigma$ [σ = Coefficient de glissement] (4. 1)
- $H_{TH-\infty} = (1+p).H_{TH-Z}$ [σ = Coefficient de défaut de puissance] (4. 2)

$$\frac{1}{\sigma} = 1 + \frac{1{,}2\,(1+\sin\beta_2)}{Z.\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]} \quad \text{(Formule de C. Pfleiderer)} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{\sigma} = 1 + \frac{1{,}5+1{,}1(\sin\beta_2/90)}{Z.\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]} \quad \text{(Formule de B. Eck)} \qquad (6)$$

$$p = \frac{\varphi}{Z}.\frac{1}{\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]} \qquad 0{,}25 < p < 0{,}35 \qquad (7)$$

$$Z = 6{,}5\,\frac{r_2+r_1}{r_2-r_1}.\sin\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right) \qquad (8)$$

$$\varphi = (0{,}55 \text{ à } 0{,}68) + 0{,}6\sin\beta_2 \qquad \text{Pour } 10 < N_S < 30 \qquad (7.\,1)$$

$$\varphi = (0{,}60 \text{ à } 0{,}65) + (1+\sin\beta_2) \qquad \text{Pour } 30 < N_S < 50 \qquad (7.\,2)$$

<u>Remarque</u>

$\beta_1 \in [15, 30°]$ et $\beta_2 \in [25, 30°]$ (9)

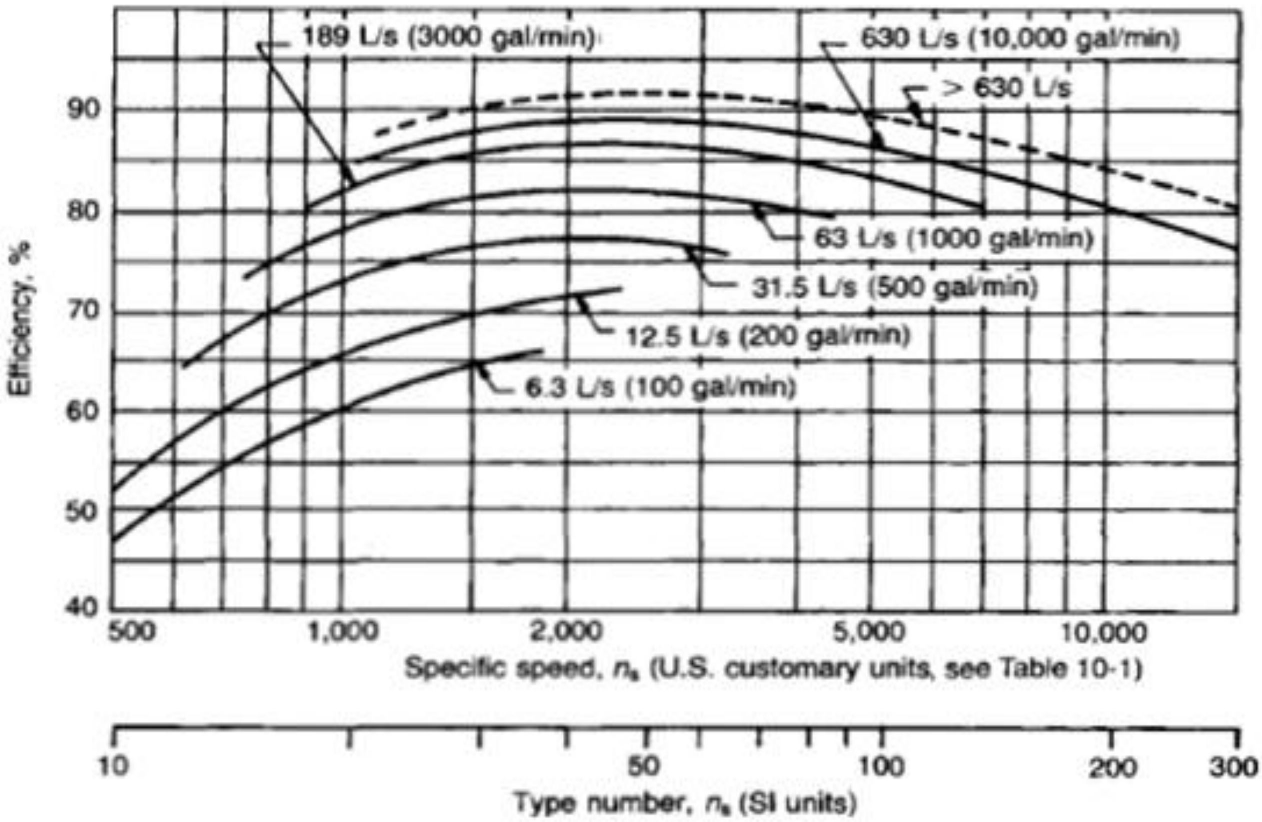
2) La deuxième étape est le passage de $H_{TH-Z} = H_{INT} \Longrightarrow H_{N-Z} = H_N = H_R = H$

Cette opération est réalisée à partir du rendement hydraulique $R_H = \frac{H_n}{H_{TH-Z}}$ (10)

- $R_H = \sqrt{R_G} - (0{,}01 \text{ à } 0{,}02)$ Où R_G est pris en écriture décimale (exemple 0,85 et non pas 85%) (11)
- $R_H = 1 - \frac{0{,}42}{\left[\ln\left(4{,}25.\sqrt[3]{\frac{Q}{N}}\right) - 0{,}172\right]^2}$ (12)

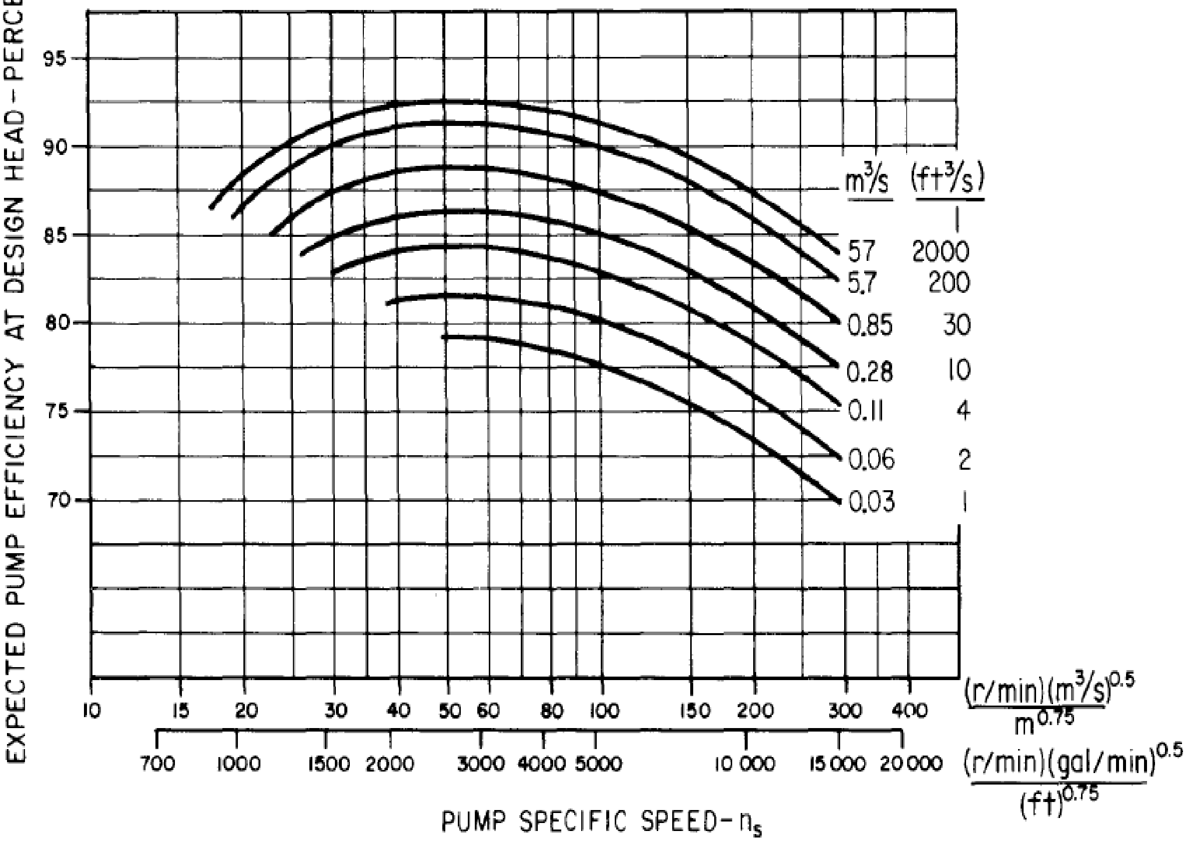
Pratiquement, on cherche toujours à déterminer les paramètres de la roue (Z, β_1, β_2, r_1, r_2, b_1 et b_2) et les paramètres de la pompe (N, Q, H, N_S, R_H, R_V, R_M et R_G).

Pour appliquer les formules, ci-dessus, on doit choisir N_S (pour les pompes centrifuges elle est comprise entre 10 et 50). Avec les données d'entrée Q, N, on peut appliquer analytiquement les formules 2, 3 et 4.
Pour l'application de la formule 1, l'usage des figures, ci-dessous, est nécessaire.
Le rendement hydraulique (R_H) est pris égal à la moyenne des 4 expressions.



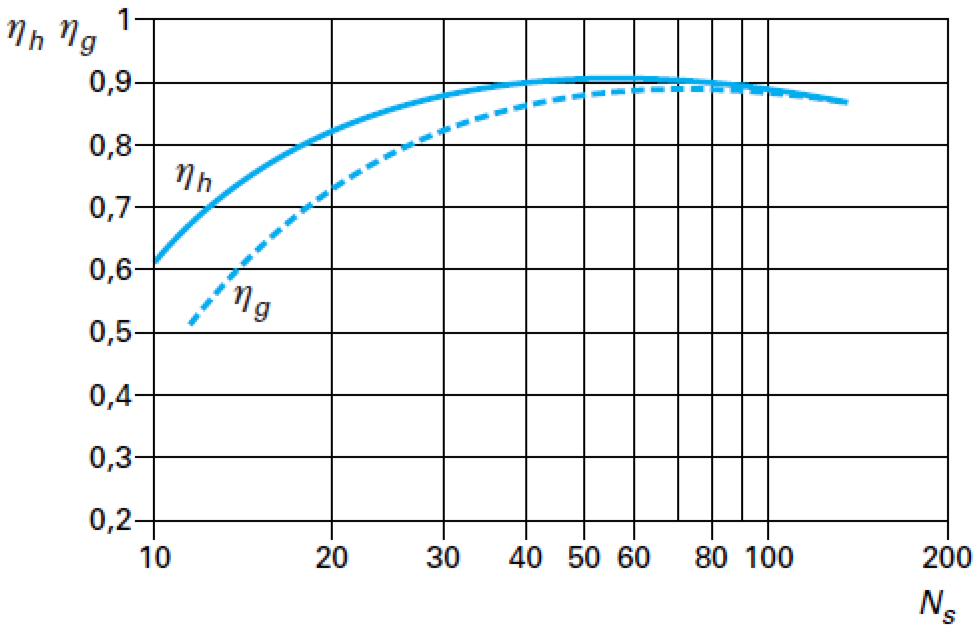
(A)

1 m^3 = 35,315 ft^3 = 264,172 gal (US)



(B)

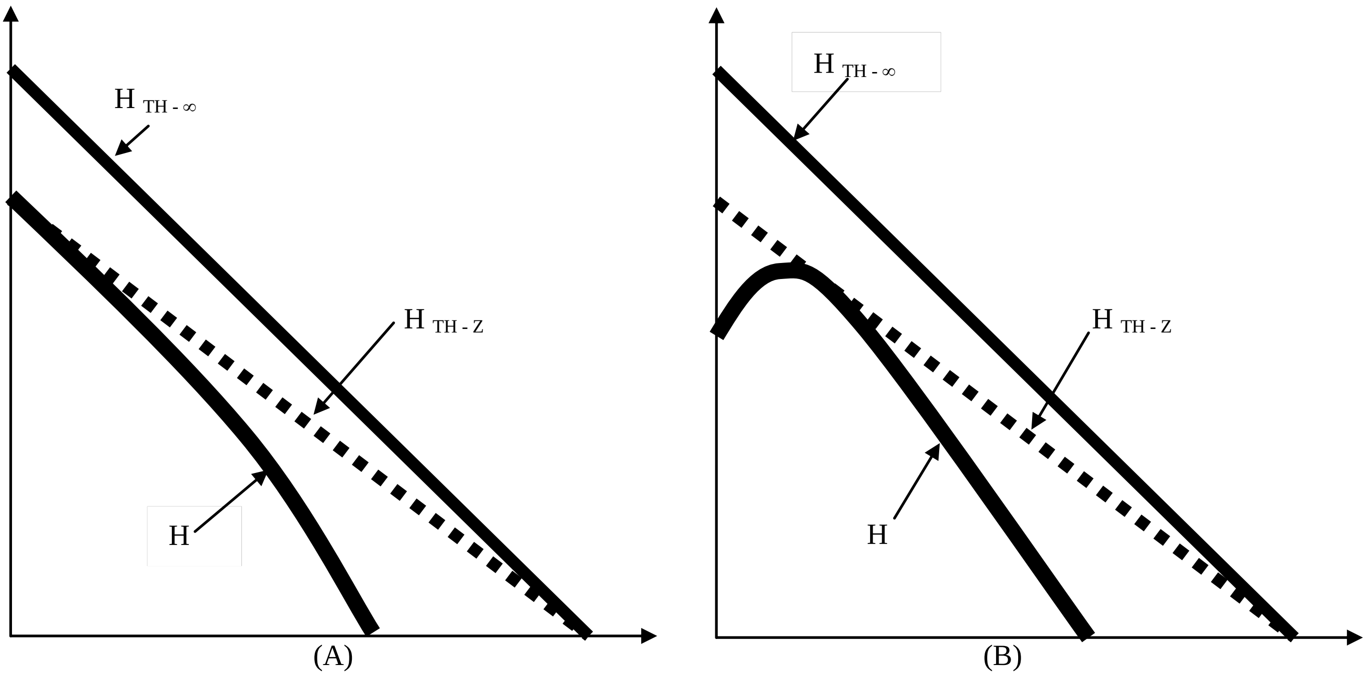
FIGURE 1



Rendements hydraulique et global de pompes centrifuges et hélicocentrifuges en fonction de la vitesse spécifique

FIGURE 2

<u>Que devient la courbe H = f(Q) ?</u>



Finalement, la courbe H=f (Q) des pompes centrifuges sont soit :

- Courbe descendante (A)
- Courbe à cloche ou à bosse (B)

La différence entre les 2 courbes vient au fait que dans (A) les pertes de charge par choc ; particules fluides- aubes de la roue, sont rendues minimales par maitrise technologique, alors que dans (B), ces pertes de charge ne sont pas du tout maitrisées. Cette maitrise revient à la conception propre de la roue et ses aubes (β_2, matière, courbures,

épaisseurs,...). Pour le choix d'une pompe centrifuge, et à rendement global identique, il est toujours conseillé de prendre les pompes à courbe descendante.
Pour les pompes à courbe bossue, on n'utilise jamais la partie gauche de la bosse, car étant une zone d'instabilité de fonctionnement.

<u>Estimation es autres rendements</u>

A part, le rendement hydraulique (R_H) et le rendement global (R ou R_G), il existe encore le rendement volumétrique (R_V) et le rendement mécanique (R_M)

1) <u>Le rendement volumétrique</u>

(13) $$R_V = \frac{Q_N}{Q_{TH}} = \frac{Q_N = Q}{Q_{TH} = Q_{INT}} = \begin{cases} \dfrac{1}{1+0,68.N_S^{-2/3}} & (14) \\ \\ \sqrt[3]{R_H} & (16) \end{cases}$$

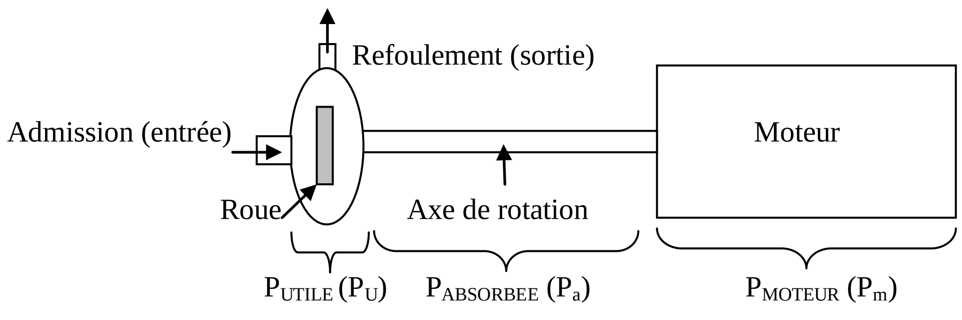
$$N_S = N.\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \qquad (15)$$

2) <u>Le rendement mécanique</u>

(17) $$R_M = \frac{P_{int}}{P_a} = \frac{P_{int}}{\frac{P_U}{R_G}} = \frac{\rho.g.Q_{int}.H_{int}}{\frac{\rho.g.Q.H}{R_G}} = \frac{R_G}{\left(\frac{Q}{Q_{int}}\right)\left(\frac{H}{H_{int}}\right)} = \frac{R_G}{R_V\,.\,R_H} \Rightarrow \mathbf{R = R_G = R_H.\,R_V.\,R_M} \qquad (18)$$

$$R_M = \frac{1}{1+820.N_S^{-2}} \qquad (19)$$

Le rendement global est obtenu expérimentalement ou sur les bancs d'essai des usines qui fabriquent les pompes. Néanmoins, il peut être calculé à travers les courbes ci-dessus.



<u>Puissance moteur</u>

$$P_{MOTEUR} = P_m = P_a\,.\,\alpha \qquad (20)$$

Tableau. 2

P_a (w)	< 1500	1500 à 4000	4000 à 7500	7500 à 40000	> 40000
α	1,50	1,25	1,20	1,15	1,10

<u>Puissance Absorbée (P_a)</u>

$$P_{Absorbée} = P_a = P_{Utile} / R_G = \rho.\ g.\ Q.\ H / R_G \qquad (20.\ 1)$$

Avant de conclure, il est intéressant de rappeler que la vitesse spécifique (N_S) sert à classer les différentes familles des pompes (voir tableau ci-dessous).

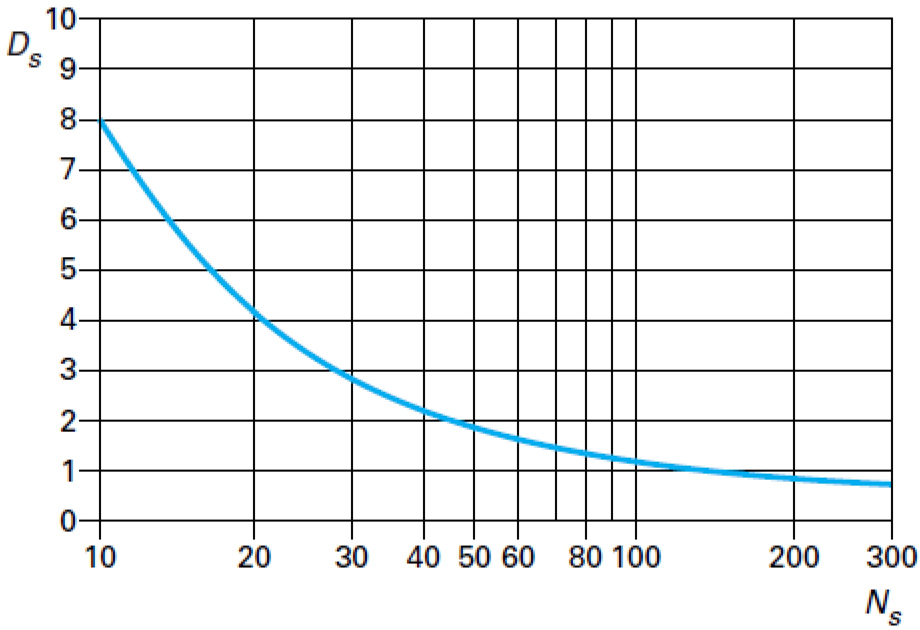
Tableau. 3

Ns	10 à 30	31 à 50	51 à 80	81 à 135	136 à 330
	Roue à simple courbure	Roue à double courbure	Roue hélicoidale	Roue diagonale	Roue axiale
	Pompes centrifuges		Pompes hélico-centrifuges		Pompes axiales
r_2 / r_1	2,0 à 3,5	1,5 à 2,0	1,3 à 1,5	1,1 à 1,3	≈ 1

Pour conclure, et dans l'objectif de dimensionner la roue (ou la pompe), les spécialistes ont mis en œuvre une certaine courbe reliant Ns à r_2, qui s'avère très utile dans les différentes phases de calcul.

Note : D_S est un diamètre spécifique qui permet de prendre en charge l'influence du rayon à la sortie de la roue (r_2).

$$D_S = \frac{2r_2.H^{1/4}}{\sqrt{Q}} \tag{21}$$



$$\mathbf{D_S = 40,3.\ N_S^{-0,741}} \tag{22}$$

Exemple

Déterminer la puissance du moteur de la pompe centrifuge qui doit donner un débit de 63 l/s.

Solution

1) La vitesse de rotation N = 2900 tr/min
2) Type de pompe = Centrifuge à simple courbure ⇒ $10 < N_S \leq 30$. On prend $N_S = 30$ ⇒ $D_S = 3,24$ (formule 22)
3) Du tableau 3, on prend $(r_2 / r_1) = 2,5$
4) De la figure 1. A, on peut lire que pour $N_S = 30$ et $Q = 0,063\ m^3/s$, $R_G = 81\%$ (0,81)
5) Des formules 11 et 12, on calcule la valeur moyenne du $R_H = 0,903$ (90,3%)
6) Des formules 14 et 16, on calcule la valeur moyenne du $R_V = 0,951$ (95,1%)

7) De la formule 18, on calcule la valeur du R_M = 0,943 (94,3%)

8) De la formule 9, on prend les valeurs de $\beta_1 = 20°$ et $\beta_2 = 27°$

9) De la formule 8, on calcule le nombre d'aube Z = 6

10) Des formules 5 et 6, on calcule la valeur moyenne du coefficient de glissement $\sigma = 0,738$

11) De la formule 13, on calcule $Q_{int} = 0,0662\ m^3/s$

12) De la formule 15, on calcule $H_n = H = 70,16$ m

13) De la formule 10, on calcule $H_{int} = H_{TH-Z} = 77,70$ m

14) De la formule 4. 1 et de l'étape (12), on calcule $H_{TH-\infty} = 98,50$ m

15) De la formule 20.1, on calcule la P_a = (9,81. 1000. 70,16. 0,063) / 0,81 = 53532 W

16) De la formule 20 et du tableau. 2, on calcule P_M = 58652 W

17) De la formule 21, on calcule $r_2 = 0,5.\ D_S.\ Q^{0,5} / H^{0,25} = 0,140$ m

18) De l'étape (5), on calcule $r_1 = 0,056$ m

19) Des formules du tableau. 1, de la formule 3 et des triangles des vitesses, on peut calculer tous les paramètres :

U_1 = 17,0 m/s	W_2 = 22,18 m/s
U_2 = 42,5 m/s	C_{m2} = 10,07 m/s
$C_1 = C_{m1}$ = 6,18 m/ s	C_2 = 24,87 m/s
b_1 = 0,0305 m	$\beta\ \alpha_2$ = 23°57'
C_{U2} = 22,74 m/s	b_2 = 0,0075 m
W_{U2} = 19,76 m/s	