CHAPITRE III / LOIS DE SIMILITUDE

1) Définition

Les lois de similitude sont des moyens, basés sur la théorie de l'analyse dimensionnelle, qui permettent de prédire (prévoir) des résultats futurs (Situation finale ou II) à travers les données antérieures (Situation Initiale ou I)
Par exemple, une pompe centrifuge disposant d'une roue avec un diamètre extérieur $D_2 = 2r_2 = 300mm$ et tournant à 2900 tr/min donne un débit de 15l/s et une pression de 60m. Si on change de diamètre $D_2 = 280mm$ Quelles seront les nouvelles valeurs de débit et de pression ? Les lois de similitude permettent de répondre à cette question.

Remarque importante

Les lois de similitude ***ne sont valables que si*** :

- la variation des vitesses de rotation N^I et N^{II} restent inférieure à 40%
- La viscosité cinématique du liquide pompé < 10 CS (= 10^{-6} m^2/s)

Dans ces conditions, le rendement global (R_G) peut être considéré comme constant.

2) Différents types de similitude

Il existe deux (02) types de similitude ; la première externe et la seconde interne.

- La similitude externe : Permet de prédire de nouvelles données pour 2 pompes différentes.
- La similitude interne : Permet de prédire de nouvelles données pour la même pompe.

- **Lois de similitude externe (2 pompes différentes)**

$$\frac{Q^I}{Q^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^3 . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^1$$

$$\frac{H^I}{H^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^2 . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^2$$

$$\frac{P_a^I}{P_a^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^5 . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^3 \left(\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)$$

- **Lois de similitude interne (la même pompe)**

$$\frac{Q^I}{Q^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^\alpha . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^1$$

$$\frac{H^I}{H^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^\beta . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^2$$

$$\frac{P_a^I}{P_a^{II}} = \left(\frac{D_2^I}{D_2^{II}}\right)^\gamma . \left(\frac{N^I}{D^{II}}\right)^3 \left(\frac{\rho^I}{\rho^{II}}\right)$$

Les valeurs de α, β, γ dépendent du taux de rognage (Ro) de la roue (diminution du diamètre extérieur de la roue)

	α	β	γ
Ro $\in$ [6 à 12%]	1	2	3
Ro $\in$]1 à 6%[	1 à 2	2 à 3	3 à 4
Ro $\in$ [0 à 1%]	2	3	4

3) Influence de la Viscosité et la Rugosité sur le rendement global (R_G)

3. 1. Influence de la viscosité sur le rendement global

On l'a vu, plus haut, que pour des viscosités cinématiques < 10 CS (= 10^{-6} m^2/s), le rendement global n'est pas affecté. Pour des viscosités > 10 CS, on doit corriger le rendement global par l'une des expressions ci-dessous.

3. 1.1. Expression de Pfleiderer

$$\frac{1-R_G^{II}}{1-R_G^{I}} = \left(\frac{R_e^{I}}{R_e^{II}}\right)^{0,10} \cdot \left(\frac{D_2^{I}}{D_2^{II}}\right)^{0,05}$$

Si :

R_e = Nombre de Reynolds $= \frac{U_2 . b_2}{\upsilon}$

$U_2 = \frac{\pi N}{30} R_2$

Après développement, on obtient : $$\boxed{\frac{1-R_G^{II}}{1-R_G^{I}} = \left(\frac{N^{I}}{N_e^{II}}\right)^{0,10} . \left(\frac{b_2^{I}}{b_2^{II}}\right)^{0,10} . \left(\frac{\upsilon^{II}}{\upsilon^{I}}\right)^{0,10} . \left(\frac{D_2^{I}}{D_2^{II}}\right)^{0,15}}$$

3. 1. 2. Expression de Karassik

$$\frac{\frac{1}{R_G^{II}} - 1}{\frac{1}{R_G^{I}} - 1} = \left(\frac{N^{I}}{N_e^{II}}\right)^{0,17} . \left(\frac{\upsilon^{II}}{\upsilon^{I}}\right)^{0,17}$$

3. 2. Influence de la Rugosité sur le rendement global

La roue et l'intérieur de la pompe peuvent être fabriqués en plusieurs matériaux (fonte, acier, bronze, aluminium, plastique). Le choix des matériaux dépend en grande partie des caractéristiques physico-chimiques, hydrauliques et mécaniques du fluide transporté ; température, cavitation, [Cl], [sable], pression, acidité, géométrie des aubes,...etc.

Dans le chapitre II (Théorie des pompes), on a vu que la perte de charge (par viscosité et par frottement) conditionne directement la transformation $H_{TH-\infty}$ en H_{TH-Z}.

L'influence de la rugosité sur le rendement global peut être évaluée par l'expression ci-dessous.

$$\frac{1-R_G^{II}}{1-R_G^{I}} = \frac{0,3\,\lambda_*^{II} + 0,7\,\lambda^{II}}{0,3\,\lambda_*^{I} + 0,7\,\lambda^{I}}$$

Avec ,

λ = Coefficient de perte de charge linéaire.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda^{I}}} = 1,74 - 2.\mathrm{Log}\left[\frac{2.\varepsilon^{I}}{b_2^{I}} + \frac{18,7}{R_e^{I}.\sqrt{\lambda^{I}}}\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda^{II}}} = 1,74 - 2.\mathrm{Log}\left[\frac{2.\varepsilon^{II}}{b_2^{II}} + \frac{18,7}{R_e^{II}.\sqrt{\lambda^{II}}}\right]$$

R_e = Nombre de Reynolds $= \frac{U_2 . b_2}{\upsilon}$

λ_* = Coefficient de perte de charge linéaire pour $R_e \rightarrow \infty$

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\lambda_*^{\mathbf{I}}}} = \mathbf{1,74 - 2.Log}\left[\frac{\mathbf{2.\varepsilon^{I}}}{\mathbf{b^{I}}}\right]$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\lambda_*^{\mathbf{II}}}} = \mathbf{1,74 - 2.Log}\left[\frac{\mathbf{2.\varepsilon^{II}}}{\mathbf{b^{II}}}\right]$$

Où :

ε = rugosité absolue (m)

b_2 = Epaisseur de la roue à la sortie (m)