جامعة هواري بومدين
للعلوم والتكنولوجيا
U S T H B

L. M. D S4

Licence de Physique Appliquée: Electricité

Module : ***Electrotechnique*** **1**

Chapitre I

Courants Monophasés

Ce premier chapitre devrait constituer une révision du chapitre VI sur les courants alternatifs enseignés en 1$^{\text{ère}}$ année de la Licence dans le cadre du module ‘’***Physique 2, Electricité***’’

Cependant l’enseignant ne dispose, pour dispenser son cours, que de douze semaines au lieu de quinze.

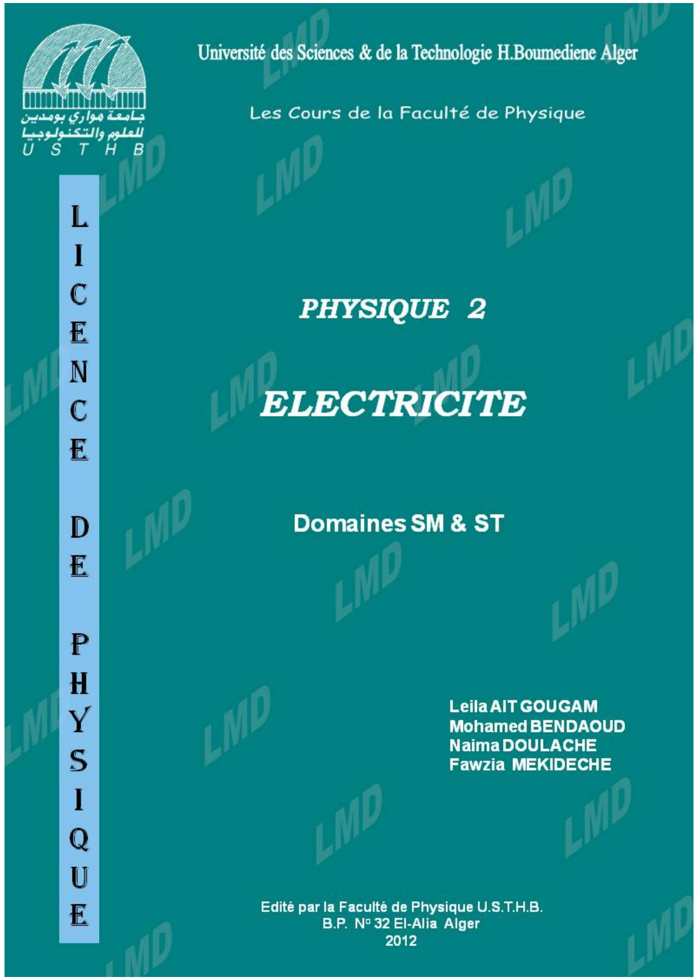
Les courants alternatifs ne sont plus alors enseignés en 1$^{\text{ère}}$ année.

C’est la raison pour laquelle nous avons jugé utile de reprendre une grande partie du cours que nous avons publié, Mmes Aït Gougam, Doulache, Mékideche et moi-même, et que l’on peut trouver sur le site de notre faculté

usthb.dz

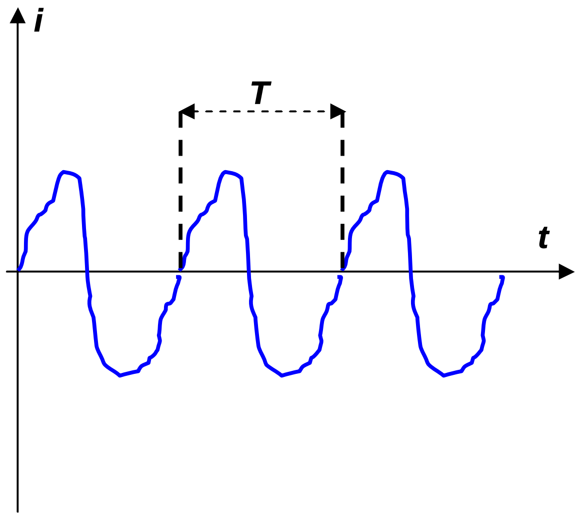
faculté de physique

cours en ligne



1. Les courants alternatifs

1.1. Définitions



Un courant est ***alternatif*** s'il change de sens au cours du temps ***t***

Il est ***périodique*** si son intensité ***i*** reprend la même valeur à des intervalles de temps égaux ***T*** appelés ''***période***''.

On alors : $\boxed{i \;=\; f(t) \;=\; f(t+T)}$

L'inverse de la période est la ***fréquence*** : $\boxed{f \;=\; \frac{1}{T}}$

La période est mesurée en ***secondes***

& la fréquence en ''***hertz***''

1.2. Les courants sinusoïdaux :

Un courant ***alternatif est sinusoïdal***, lorsque son **intensité** est une ***fonction sinusoïdale du temps*** :

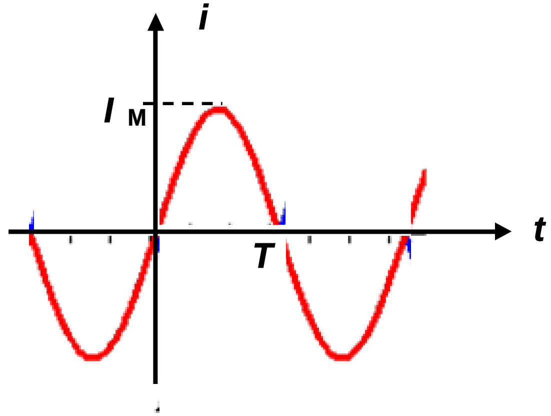
$$i = I_M \sin(\omega t + \varphi) \qquad \text{ou} \qquad i = I_M \cos(\omega t + \varphi)$$

i est la valeur instantanée du courant

I_M sa valeur maximale ou amplitude

ω sa pulsation ou fréquence angulaire

φ est la phase



$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

Si on introduit la ***valeur efficace*** du courant :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

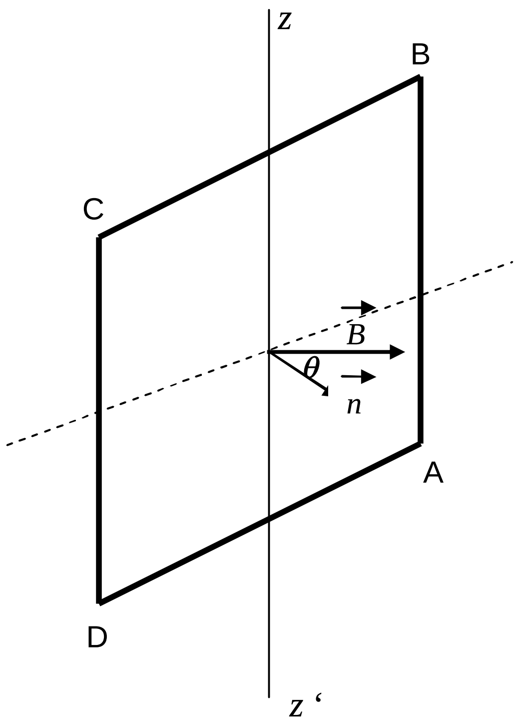
on a:

$$\boxed{i = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)}$$

Le **courant efficace** ***I*** équivaut à un **courant continu** qui dissiperait la ***même puissance*** dans une ***même résistance***

1.3. Production des courants sinusoïdaux :

En général l'énergie électrique est produite ''en triphasé'' ; on peut, à partir de ces systèmes obtenir des tensions monophasées. Mais on peut également produire des tensions monophasées. Le principe est le suivant :



La bobine comporte N spires, tourne autour de l'axe z'z à la vitesse angulaire ω , dans un champ magnétique uniforme B perpendiculaire à z'z.
A l'instant t la normale *n* à la bobine fait un angle

$$\theta = \omega t$$

avec B.
Le flux magnétique embrassé, à cet instant, par la bobine est :

$$\Phi = \Phi_M \cos(\omega t)$$

Il en résulte dans la bobine une f.e.m induite :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_M \sin(\omega t) = E_M \sin(\omega t)$$

On obtient aux bornes de la bobine une différence de potentiel (ou tension) sinusoïdale de fréquence angulaire (ou pulsation) ω.

Nous allons choisir une origine des phases qui permet d'écrire :

$$\boxed{u(t) = U_M \cos(\omega t)}$$

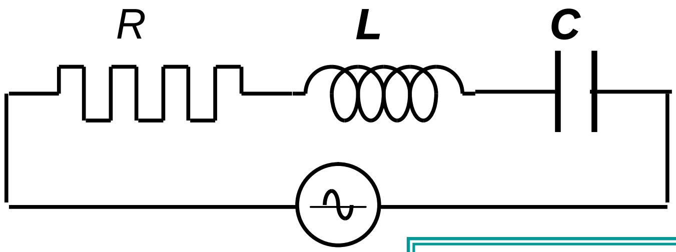
C'est le principe de ***l'alternateur monophasé***.

Lorsque celui-ci est relié à ***une charge***, il débite, en régime permanent, un courant sinusoïdal

- de même fréquence
- et déphasé par rapport à *u(t)*.

2. Lois d'Ohm en courant alternatif sinusoïdal

2.1. La charge est constituée d'un circuit R, L, C en série



On montre que le courant *i* qui circule dans la charge est tel que :

$$\boxed{L\,\frac{di}{dt} \;+\; Ri \;+\; \frac{1}{C}\int i\,dt \;=\; u(t)}$$

Equation de l'oscillateur électrique amorti en régime forcé sinusoïdal.

La solution générale de cette équation est la somme

- de la solution de l'équation sans second membre
- et d'une solution particulière de l'équation avec second membre.

☛ La première n'intervient que durant le ***régime transitoire***,

☛ La seconde $\quad i(t) = I_M \cos(\omega t - \varphi)$

constitue la solution du ***régime permanent.***

φ est le **déphasage** du courant par rapport à la tension.

Il s’agit à présent de déterminer :

- la valeur maximale I_M ou efficace I du courant
- et son déphasage φ à partir de la tension

$$\boxed{u(t) = U_M \cos(\omega t)}$$

Nous allons utiliser deux méthodes :

- une méthode symbolique, la ’***’notation complexe***’’.

une méthode graphique dite ‘***’représentation de Fresnel***’’

Notation complexe:

On pose: $j = \sqrt{-1}$

a) loi d'Ohm.

Cas du circuit *R, L, C* ''série''

$$u(t) = R\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

La tension appliquée: $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ considérée comme

la ***partie réelle*** (***P.R***) de la fonction complexe : $\overline{u}(t) = U\sqrt{2}\exp(j\,\omega t)$

☛ La solution de l' équation, en régime permanent est la ***P.R*** de

$\overline{i}(t) = I\sqrt{2}\exp(j\,\omega t - \varphi)$ ou bien $\overline{i}(t) = \overline{I}\sqrt{2}\exp(j\,\omega t)$

avec : $\overline{I} = I\exp(-j\varphi)$ **valeur efficace complexe**

Elle contient : - la ***valeur efficace*** *I* du courant
- son ***déphasage*** φ par rapport à la tension

La valeur efficace complexe de la tension étant : $\overline{U} = U\exp(0)$

L'équation différentielle : $u(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$ * ⇒

$$U\sqrt{2}\exp(j\omega t) = \left[R + jL\omega - j\frac{1}{C\omega}\right] I\sqrt{2}\exp\left(j\omega t\right)\exp(-j\varphi)$$

soit $$U = \left[R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right] I \exp\left(-j\varphi\right)$$

En introduisant les ***valeurs efficaces complexes***, on obtient :

$$\boxed{\bar{U} = \left[R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]\bar{I}} \quad **$$

La représentation complexe a permis de transformer :

une ***équation différentielle*** *

en une ***équation algébrique*** **

Si on introduit une ‘’***impédance complexe***’’ :

$$\boxed{\overline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

On obtient l’expression de la **loi d’Ohm** en *notation complexe.* $\boxed{\overline{U} = \overline{Z}\,\overline{I}}$

Dans le cas général, l’impédance complexe d’un circuit électrique est :

Forme cartésienne

$$\boxed{\overline{Z} = R + jX}$$

R est sa ***résistance***

X sa ***réactance***

Forme polaire

$$\overline{Z} = Z\,e^{j\alpha}$$

$$\overline{U} = \overline{Z}\,\overline{I} \Rightarrow U\,e^{j0} = Z\,e^{j\alpha}\;I\,e^{-j\varphi}$$

$$\longrightarrow \alpha = \varphi$$

$$\boxed{\overline{Z} = Z\,e^{j\varphi}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \& \quad \varphi = arc\,tg\left(\frac{X}{R}\right)$$

φ est le déphasage introduit par cette impédance.

Cas simples

Résistance pure $\overline{Z} = R \quad \Longrightarrow \quad Z = R$ et $\varphi = 0$

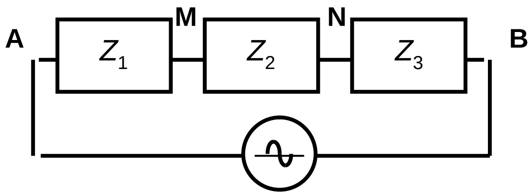
Self pure $\overline{Z} = jL\omega = L\omega\, e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \Longrightarrow \quad Z = L\omega$ et $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Capacité pure $\overline{Z} = -\dfrac{j}{C\omega} = \dfrac{1}{C\omega}\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad \Longrightarrow \quad Z = \dfrac{1}{C\omega} \quad \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Montage des impédances.

Les lois, relatives aux associations des résistances en C.C restent valables en C.A sinusoïdaux lorsqu'on utilise les *impédances complexes*.

Montage en série



$$\overline{U} = \overline{U}_{AB} = \overline{U}_{AM} + \overline{U}_{MN} + \overline{U}_{NB}$$

Les ***Z*** sont traversées par le même ***i*** .

$$\overline{U} = \overline{Z}\overline{I} = \overline{Z}_1\,\overline{I} + \overline{Z}_2\,\overline{I} + \quad + \overline{Z}_n\,\overline{I}$$

$$\boxed{\overline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \overline{Z}_i}$$

Montage en parallèle

La même tension u (t) est appli-quée aux extrémités A & B

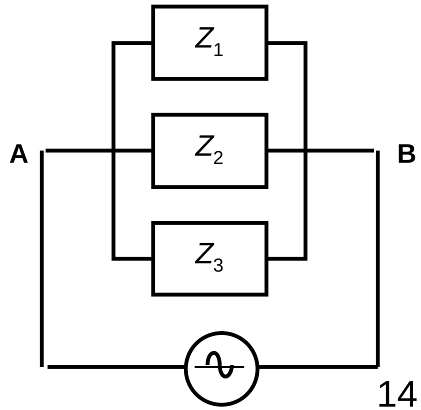
$$\overline{U} = \overline{Z}\overline{I} = \overline{Z}_1\,\overline{I}_1 = \overline{Z}_2\,\overline{I}_2 = \overline{Z}_n\,\overline{I}_n$$

Conservation de la charge :

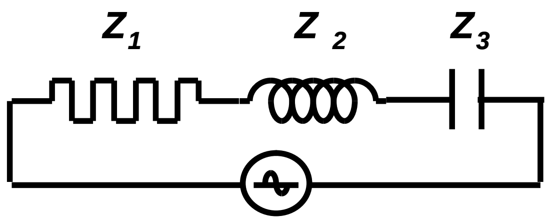
$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \quad + \overline{I}_n$$

d'où

$$\boxed{\frac{1}{\overline{Z}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\overline{Z}_i}}$$



Circuit **R, L, C** '' série ''



Montage en série

$$\overline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \overline{Z}_i \Rightarrow \overline{Z} = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}$$

soit

$$\overline{Z} = R + j\left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]$$

ou sous forme polaire

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]^2}} \quad \& \quad \boxed{tg\,\varphi = \frac{1}{R}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

courant

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{-j\varphi}$$

Résonance.

L'étude de la variation de ***l'intensité efficace*** $I = U/Z$ du courant en fonction de la ***fréquence angulaire*** ω de la tension montre que cette **intensité est maximale** lorsque

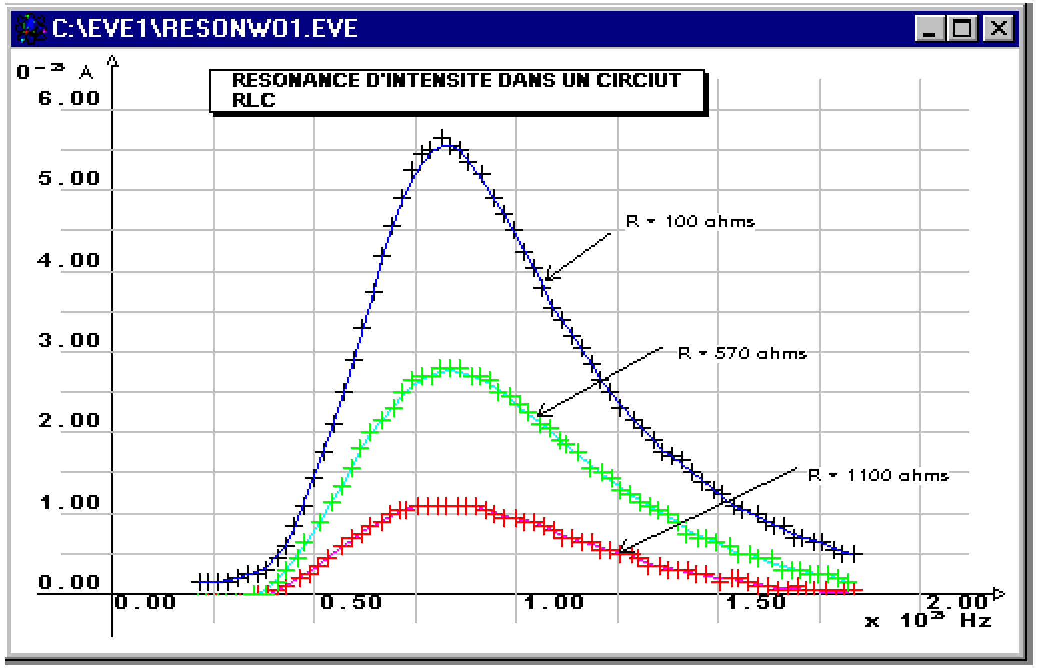
$$\boxed{\omega = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}}$$

phénomène de résonance.

ω_o **ne dépend que** des caractéristiques L et C du circuit électrique qui constitue un oscillateur électrique.

ω_o est la ***fréquence angulaire propre*** de l'oscillateur.

Circuit R, L, C "série"



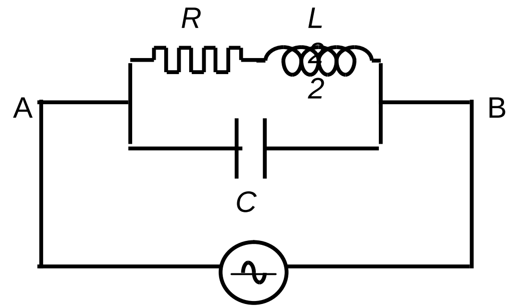
Lorsque la fréquence de l'excitation (ici la tension *u*) se rapproche de la fréquence propre de l'oscillateur (le circuit électrique) ce dernier entre en résonance.

La courbe $I = f(\omega)$ présente, à ***la résonance***,

un courant **maximal** : $\boxed{I(\omega) = \frac{U}{R}}$ un déphasage **nul** : $\boxed{\varphi = 0}$

Circuit monté en " parallèle ".

Une bobine de self *L*, de résistance *R*



et un condensateur, sans pertes, de capacité *C* sont montés en parallèle.

Le générateur délivre un courant tel que :

$$\boxed{U = \bar{Z}\ \bar{I}}$$

L'impédance du circuit est : $\dfrac{1}{\bar{Z}} = \dfrac{1}{R + jL\omega} + jC\omega$

Circuit bouchon.

Lorsque la résistance de la bobine est négligeable (***R*** = 0), l'impédance du circuit devient :

$$\overline{Z} = \frac{j\, L\, \omega}{1 - LC\, \omega^2} = j\, \frac{1}{C}\, \frac{\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}$$

C'est une ***réactance pure***. Le circuit se comporte comme :

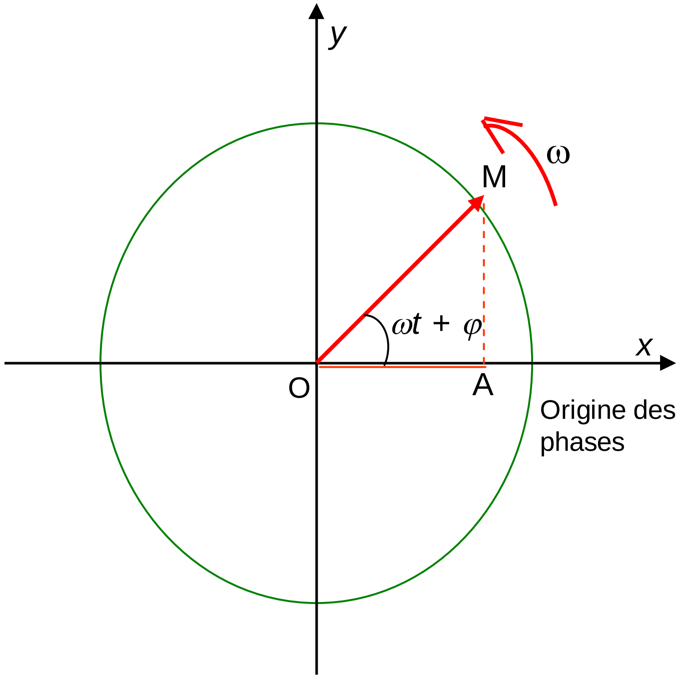
- ☛ une self si $\omega < \omega_o$
- ☛ une capacité si $\omega > \omega_o$

Lorsque $\omega = \omega_o$ ***l'impédance devient infinie*** et le l'intensité du courant

$$I = \frac{U}{Z}$$ s'annule d'où le nom de : **Circuit bouchon**

Représentation de Fresnel :

Représentation d'une vibration sinusoïdale



Considérons un vecteur , de module A, qui tourne autour d'un point fixe O à la vitesse ω ,.

A l'instant $t = 0$, il fait un angle φ avec l'axe *ox*

A l'instant t , il fait un angle $\omega t + \varphi$ avec l'axe *ox* .

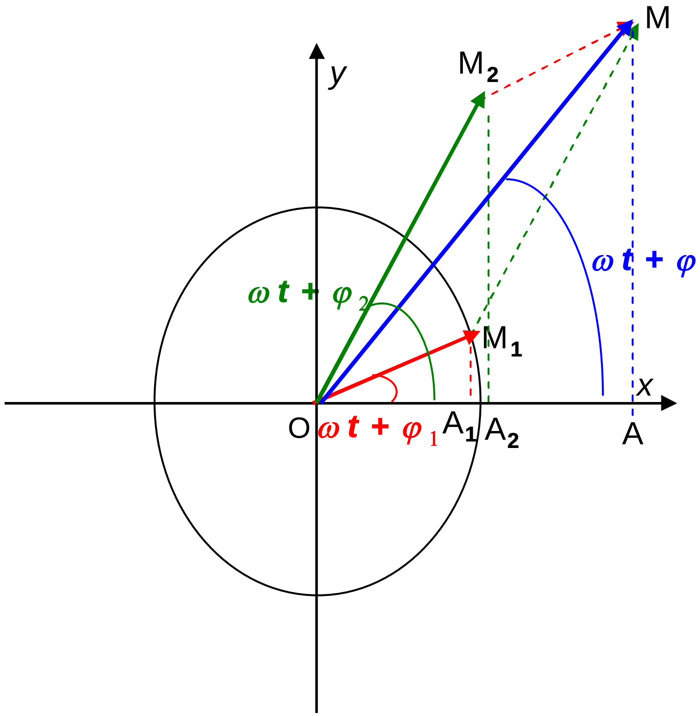
La projection OA de ce vecteur *ox* sur est :

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

Ainsi lorsque ***le vecteur tourne*** autour de O **sa projection** A sur l'axe effectue un ***mouvement vibratoire sinusoïdal*** d'élongation :

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

Composition de deux vibrations sinusoïdales



Considérons deux vibrations parallèles de ***même fréquence*** angulaire ω :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

A ***t***, ces vibrations sont représentées par les vecteurs:

OA_1 pour la première

et **OA_2** pour la seconde, projections sur ***ox*** des vecteurs **OM_1** et **OM_2** tournant à la même vitesse ω.

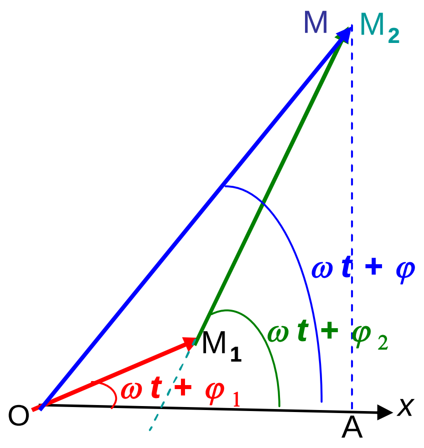
On sait que ***la projection sur un axe de la somme de plusieurs vecteurs a comme valeur la somme algébrique des projections de ces vecteurs sur le même axe*** . Donc :

$$x = x_1 + x_2$$

x est la projection du vecteur

$$\vec{OM} = \vec{OM}_1 + \vec{OM}_2$$

Construction de Fresnel



L'axe *ox* est pris comme origine des phases

- A partir de O on porte un vecteur OM_1 de module A_1 et faisant avec ***ox*** un angle $\boxed{\omega\, t + \varphi_{.1}}$

- A partir de M_1 on porte un vecteur M_1M_2 de module A_2 et d'angle $\boxed{\omega\, t + \varphi_{.2}}$

$\overrightarrow{OA}$ projection sur $\overrightarrow{ox}$ de $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$

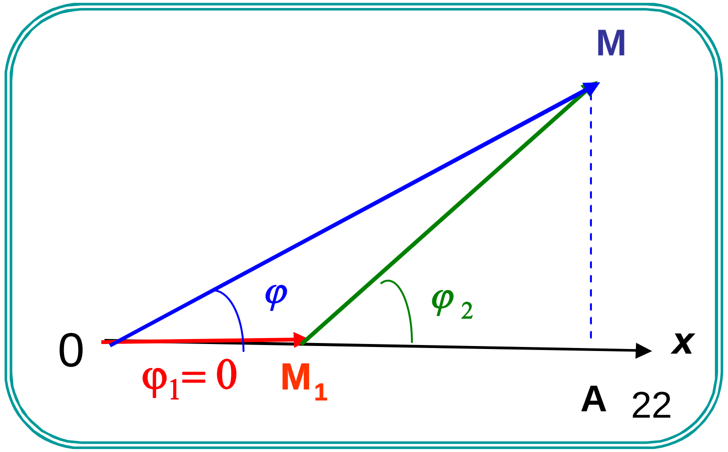
représente la vibration $x = x_1 + x_2$

La figure OM_1M reste inchangée $\forall\ t$

On choisit alors $t = 0$

et si $\varphi_1 = 0$

On a la figure



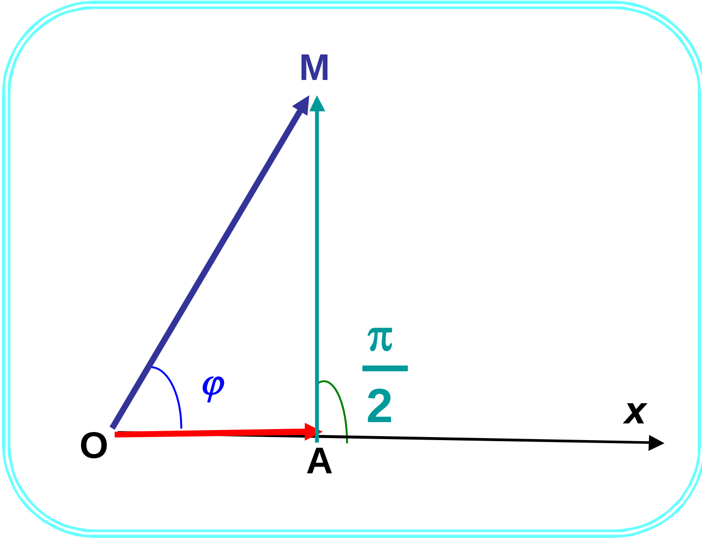
Exemple Vibrations en quadrature

On considère les deux vibrations:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/2) \end{cases}$$

o $\varphi_1 = 0$ $\varphi_2 = \pi/2$

$\boldsymbol{x_2}$ est **en avance** de **π/2** sur $\boldsymbol{x_1}$



A partir de la construction de Fresnel, on obtient un triangle rectangle OAM:

La vibration résultante est parfaitement déterminée:

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)} \Rightarrow \begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 \\ tg\,\varphi = \dfrac{A_2}{A_1} \end{cases}$$

Ainsi la ***construction de Fresnel*** permet:

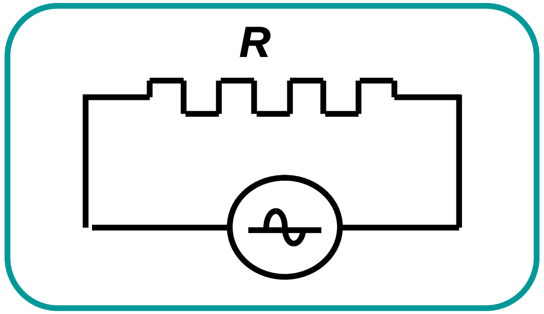
- de remplacer le calcul **de la somme de plusieurs fonctions trigonométrique** de même pulsation ω

- par une **construction géométrique** plus simple.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$$

a) Etude de cas simples

Circuit formé d'une résistance pure :



Tension appliquée $u(t) = U_M \cos(\omega t)$

D'après la ***loi d'Ohm*** le **courant** dans ***R*** tel que: $u(t) = R\, i(t)$

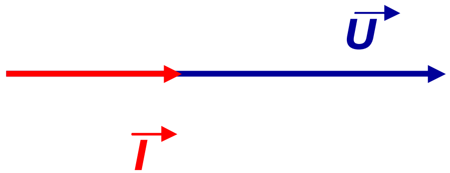
soit $$\underbrace{U_M}\cos(\omega t) = \underbrace{R\,.I_M}\cos(\omega t \underbrace{-\varphi})$$

En comparant
les 2 membres

$$\boxed{U_M = R\, I_M}$$

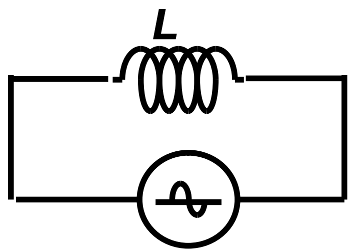
$$\boxed{\varphi = 0}$$

Dans la ***représentation de Fresnel***,



Le courant et la tension sont *en phase*

Circuit formé d'une self pure :



☛ La ***loi d'Ohm*** donne la ***d.d.p*** aux bornes de la self :

$$u(t) = -L\frac{di}{dt}$$

On choisit la ***phase de l'intensité*** comme origine.

$$i(t) = I_M \cos(\omega t)$$

$$\left.\begin{array}{l} u(t) = -L\dfrac{di}{dt} \\ i(t) = I_M\cos(\omega t) \end{array}\right\} u(t) = -L\omega I_M \sin(\omega t)$$

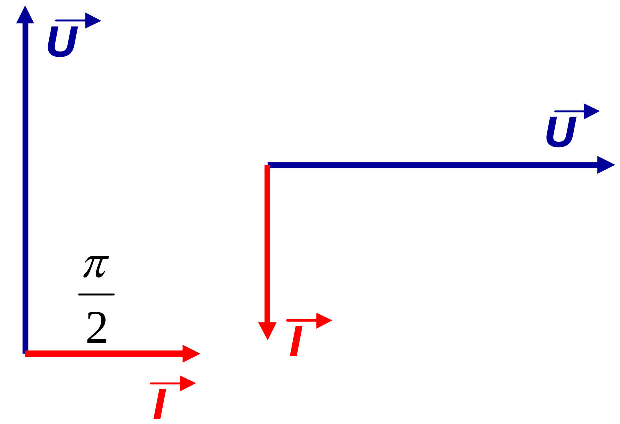
⇨ $$\boxed{u(t) = L\omega I_M \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

soit $U_M = L\omega\, I_M$ & $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$

☛ ***Valeurs efficaces***

$$\left.\begin{array}{l} U = L\omega\, I \\ U = Z\, I \end{array}\right\} \boxed{Z = L\omega}$$

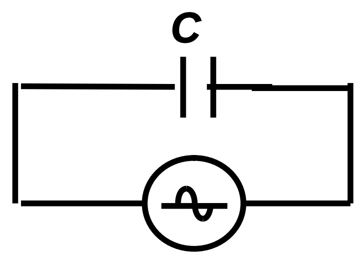
Représentation de Fresnel,



La tension présente une AVANCE de π/2 sur Le courant

Le courant présente un RETARD de π/2 sur la tension

Circuit formé d'une capacité pure :



☛ La ***loi d'Ohm*** donne la ***d.d.p*** aux bornes de la capacité :

$$\left.\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \\ \text{avec.}\quad i(t) &= I_M \cos(\omega t) \end{aligned}\right\} \quad u(t) = \frac{1}{C\omega} I_M \sin(\omega t)$$

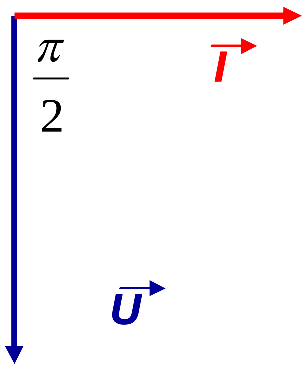
$$\Rightarrow \boxed{u(t) = \frac{1}{C\omega} I_M \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

soit $U_M = \frac{1}{C\omega} I_M$ & $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

☛ ***Valeurs efficaces***

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{1}{C\omega} I \\ U &= Z\,I \end{aligned}\right\} \quad \boxed{Z = \frac{1}{C\omega}}$$

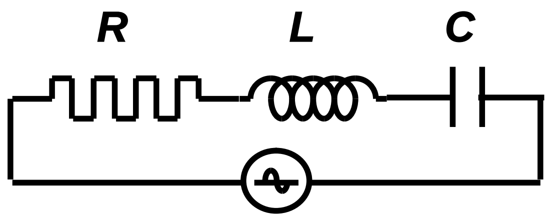
Représentation de Fresnel,



La tension présente un RETARD de π/2 sur Le courant

Le courant présente une AVANCE de π/2 sur la tension

Etude du circuit R, L, C "série".



La ***loi d'Ohm*** donne la ***d.d.p*** aux bornes du circuit :

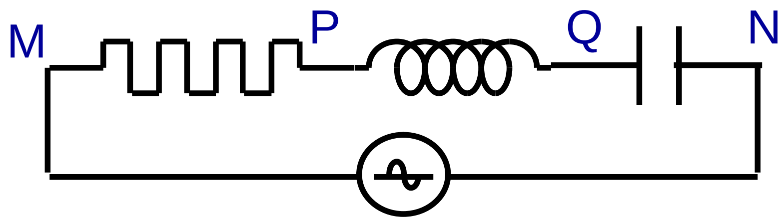
$$u(t) = R\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

avec. $$i(t) = I_M \cos(\omega t)$$

$$u(t) = RI\sqrt{2}\cos(\omega t) + L\omega\, I\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{C\omega} I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

D'autre part : $$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

Représentation de Fresnel,



Le courant $\vec{I}$ est à l' origine des phases :

La tension aux bornes de :

- ***La résistance*** $\vec{U}_{MP} = R\,\vec{I}$ avec $\varphi = 0$ par rapport à $\vec{I}$

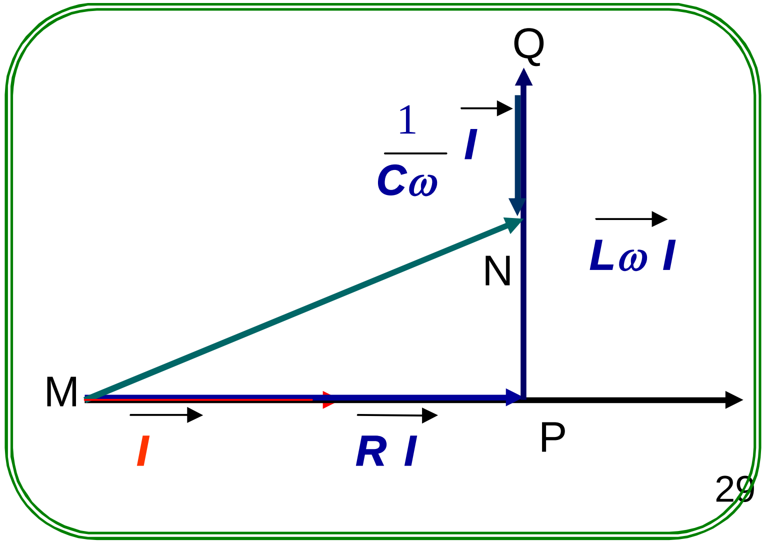
- ***La self :*** $\vec{U}_{PQ} = L\omega\,\vec{I}$ avec $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$ par rapport à $\vec{I}$

- ***La capacité :*** $\vec{U}_{QN} = \dfrac{1}{C\omega}\vec{I}$ avec $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ par rapport à $\vec{I}$

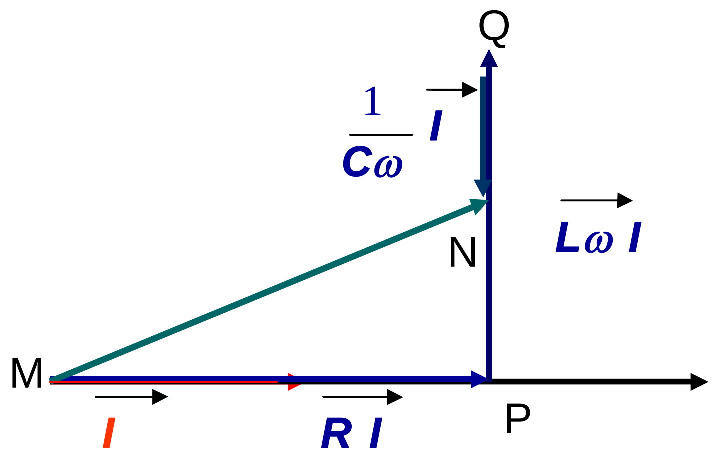
La tension aux bornes du circuit :

$$U_{MN} = U = \sqrt{R^2 + \left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]^2}\; I$$

$$tg\,\varphi = \frac{1}{R}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$



On peut écrire la loi d'Ohm



$$U = Z\ I$$

où

$$Z = \sqrt{R^2 + \left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]^2}$$

est ***l'impédance*** du circuit

Cette impédance introduit un ***déphasage*** φ entre le courant $\vec{I}$ & la tension $\vec{U}$

$$\varphi = arc\ tg\left[\frac{1}{R}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]$$

3. Puissance électrique en courant sinusoïdal monophasé

3.1. La puissance électrique:

☛ Une charge soumise, à une tension électrique sinusoïdale

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

est parcourue par un courant

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

☛ La puissance électrique, fournie à la charge, est à chaque instant *t* :

$$p(t) = u(t).i(t) = 2UI\cos(\omega t).\cos(\omega t - \varphi)$$

soit

$$p(t) = \underbrace{UI\cos\varphi.\left[1 + \cos(2\omega t)\right]}_{1^{er}\text{ terme}} + \underbrace{UI\sin\varphi\,\sin(2\omega t)}_{2^{eme}\text{ terme}}$$

La ***valeur moyenne***, sur une période, de la ***puissance*** est:

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt}$$

la valeur moyenne $U\,I\sin\varphi\;\sin(2\,\omega t)$ du **2ème terme**. **est nulle**

Quant au **premier** $U I\;\cos\varphi.\left[1 + \cos(2\omega t)\right]$ sa valeur moyenne:

$$P = U\;I\cos\varphi$$

correspond à la puissance électrique ***consommée par la charge***.

3.2. Puissances active, réactive et apparente,:

Puissance active:

Elle désigne la puissance effective liée à l'énergie électrique qui peut être convertie par le récepteur sous une autre forme d'énergie (mécanique, calorifique etc..)

Elle est ***mesurée en watt*** **(W).**
Son expression, en courant sinusoïdal monophasé, est

$$P = U\ I \cos\varphi$$

Le terme **cos** φ est le ''***facteur de puissance***'' de la charge

Puissance réactive:

Elle liée à l'énergie électrique emmagasinée, durant une moitié de la période, dans les selfs et les capacités de la charge, puis entièrement restituée au réseau au cours de l'autre moitié.

Cette énergie n'est donc pas consommée par la charge.
La puissance réactive s'exprime en monophasé par :

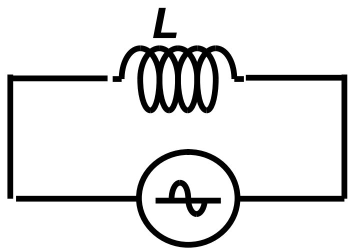
$$\boxed{Q \quad = \quad U \; I \sin\varphi}$$

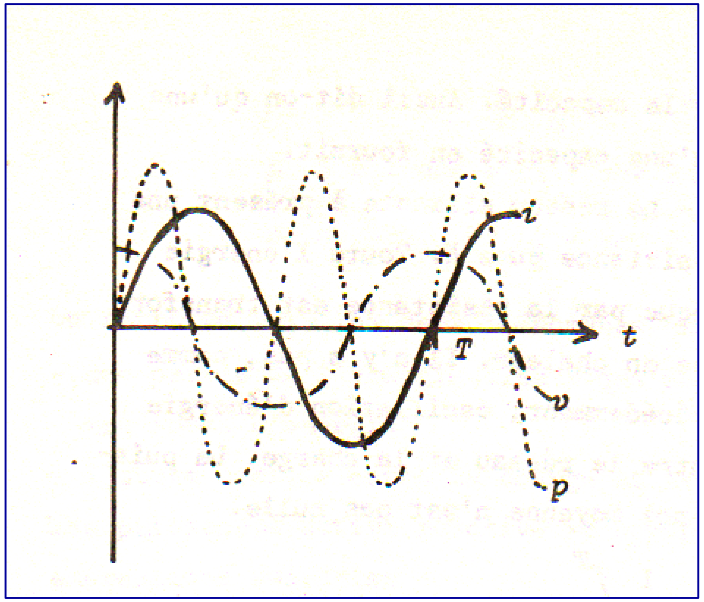
Elle est **mesurée** en ***Var*** (volt-ampère-réactif).

Elle est qualifiée ainsi parce que l'absorption et la restitution de l'énergie sont dues à la réaction d'une self ou d'une capacité aux variations du courant.

Etude de cas particuliers.

1°) Puissance réactive dans le cas d'une **self pure** :





Ce circuit est alimentée par une tension

$$u(t) = U_M \cos(\omega t)$$

Pendant le premier quart de période, la self emmagasine une énergie :

$$W = \int_0^{T/4} u\ i\ dt = \int_0^{I_M} i\ L \frac{di}{dt}\ dt = L\ I^2$$

Cette énergie est entièrement restituée au réseau au cours du quart de période suivant, comme le montre la figure.

La puissance moyenne sur une période est donc nulle.

$$\langle p \rangle = P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, i(t)\; dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left[2\, U\, I \cos(\omega t) \sin(\omega t)\right] dt = 0$$

Soit en posant: $\boxed{Q = U\, I \sin \varphi}$

avec dans ce cas (self) $\varphi = \pi/2$ donc $\sin \varphi = 1$

On a: $$P = \frac{1}{T}\int_0^T Q \sin\,(2\omega\, t)\; dt$$

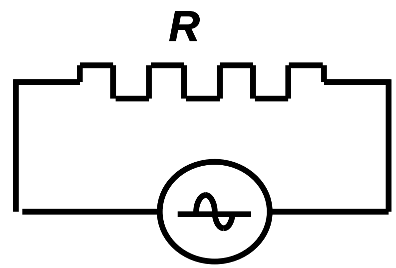
L'échange d'énergie entre la **self** & le **réseau** fait circuler dans le circuit un courant

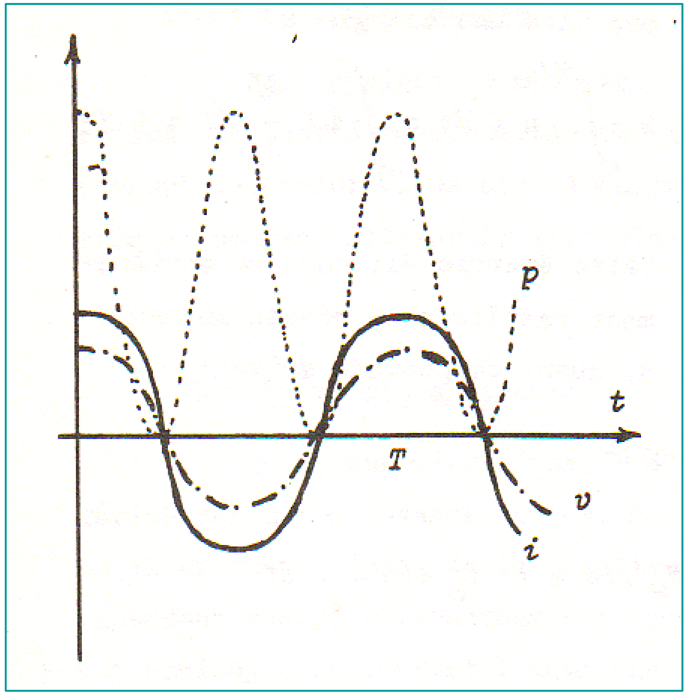
$$I = I_r$$

appelé '' ***courant réactif***''.

Refaire le même raisonnement en remplaçant la self par une capacité *C*.

Puissance active dans le cas d'une résistance pure :





Ce circuit est alimentée par une tension

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

La puissance moyenne est

$$\langle p\rangle = P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)\,dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T 2\,U\,I\cos\omega t\cos\omega t\,dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T P(1+\cos 2\omega t)\,dt = P = U\,I\cos\varphi$$

Toute l'énergie, reçue par la résistance, est ***entièrement consommée*** et transformée en chaleur.
Il n'y a pas, comme dans les cas précédents, ***d'oscillation de l'énergie*** entre le réseau et la charge.
Le courant qui circule dans le circuit est appelé ''***courant actif***''.

Cas d'une charge quelconque.

Dans le cas général la puissance consommée par la charge est

$$p(t) = \underbrace{U\, I\, \cos\varphi}_{P} \,.\left[1 + \cos(2\omega t)\right] + \underbrace{U\, I \sin\varphi}_{Q}\, \sin(2\omega t)$$

D'où

$$p(t) = P\,.\left[1 + \cos(2\omega t)\right] + Q\, \sin(2\omega t)$$

On retrouve les deux phénomènes étudiés plus haut :

☛ Une **partie** de l'énergie électrique est ***convertie*** sous une autre forme

☛ L'**autre** ***oscille*** entre le réseau et la charge.

Puissance apparente :

☛ Un ***moteur électrique***, qui fournit de l'énergie mécanique, est **caractérisé** par sa ***puissance active***.

☛ Par contre la *puissance active* délivrée par ***un alternateur***, par exemple, dépend de la **constitution de la charge** à laquelle il est relié.

Cependant chaque alternateur est conçu de manière à débiter, ***sans risque pour son bobinage***, un courant ***I*** sous une tension ***U*.**

Aussi est-il caractérisé, en monophasé, par le produit

$$\boxed{S = U\,I}$$

Il en est de même d'un transformateur.
Cette grandeur qui a la dimension d'une puissance est appelée '' ***puissance apparente***' .

Elle est mesurée en '' ***volt-ampère***'' (***VA***).

Les ***puissances active***, ***réactive*** et ***apparente*** sont reliées entre elles par les expressions suivantes

$$\left.\begin{aligned} P &= U\,I\cos\varphi = S\cos\varphi \\ Q &= U\,I\sin\varphi = S\sin\varphi \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{aligned} &\boxed{S^2 = P^2 + Q^2} \\ &\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{S}} \end{aligned}\right.$$

Théorème de Boucherot

Dans un réseau à courants alternatifs, les puissances ***active*** *et* ***réactive*** ***se conservent*** *indépendamment l'une de l'autre*

Voir exercices

La notation complexe:

But Retrouver l'expression $P = U\ I \cos\varphi$

On pose $\boxed{\bar{u}(t) = \bar{U}\sqrt{2}\, e^{j\omega t}}$ & $\boxed{\bar{i}(t) = \bar{I}\sqrt{2}\, e^{j\omega t}}$

où $\boxed{\bar{U} = U}$ & $\boxed{\bar{I} = I\, e^{-j\varphi}}$

sont les ***valeurs complexes*** des ***valeurs efficaces*** de la tension et du courant.

Montrons que: $P = U\, I \cos\varphi = ½\ P.R\ \left[\bar{u}.\bar{i}^*\right]$

$\bar{i}^*$ ***expression conjuguée de*** $\bar{i}(t)$ & $P.R$ ***partie réelle de***

$$\bar{u}.\bar{i}^* = 2\,U\,I\,\exp(j\omega t).\exp\left[-(j\omega t - \varphi)\right]$$

$$= 2\,U\ I\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

C.Q.F.D

on considère *les* ***valeurs efficaces***

On trouve: $$P = U\,I\cos\varphi = P.R\ \left[\bar{U}\ .\ \bar{I}^{*}\right]$$

où $$\bar{U} = U\ \exp(0)\ \ \&\ \ \bar{I}^{*} = I\ \exp(+j\varphi)$$

Cette méthode est générale: elle s'applique à chaque fois qu'il s'agit de

calculer la ***valeur moyenne*** du produit de
2 fonctions sinusoïdales de ***même fréquence***.

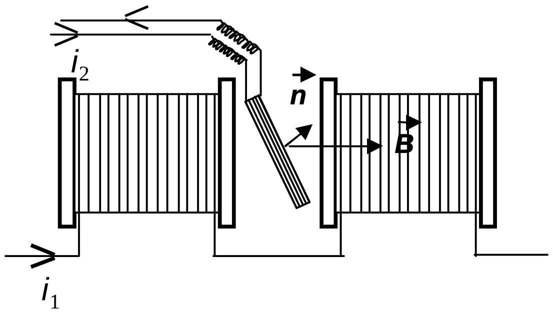
$$\boxed{x(t) = X_M\ \cos(\omega t - \varphi_1)}\quad \& \quad \boxed{y(t) = Y_M\ \cos(\omega t - \varphi_2)}$$

La valeur moyenne du produit p est :

$$\boxed{\langle\ p\ \rangle = \tfrac{1}{2}\ P.R\ \left[\bar{x}\ .\ \bar{y}^{*}\right]}$$

Mesure des puissances en monophasé: Wattmètre électrodynamique.

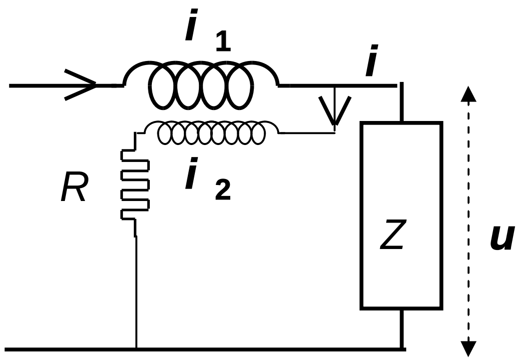
Le wattmètre électrodynamique comporte un élément moteur électrodynamique.
Le couple moteur est équilibré par un couple de rappel créé par un ressort de constante *C*.
A l'équilibre l'équipage mobile tourne d'un angle :



$$\alpha = \frac{1}{C}\frac{dM}{d\alpha} \, i_1 \, i_2$$

Cet équipage est solidaire d'une aiguille qui se déplace devant un cadran gradué en watts.

La bobine fixe est montée en série avec la charge Z , elle est appelée pour cette raison ‘’***bobine intensité***’’ ou ‘’ ***bobine gros fil’’.***



La bobine mobile, en série avec une grande résistance *R*, placée en dérivation, comme un voltmètre, aux bornes de *Z*. C’est la ‘’*bobine tension* ‘’ ou ‘’*bobine fil fin*’’ .

Un wattmètre électrodynamique comporte donc 4 bornes.

La figure ⇨ $$i_1 = i + i_2$$

et $$u = R\,i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

soit $u = R\,i_2$ Si L_2 & M négligeables

⇨ $i_2 \approx \dfrac{u}{R}$ & $i_1 = i + \dfrac{u}{R}$

Le couple moteur instantané est : $$\Gamma = \frac{\partial M}{\partial \alpha} i_1 \, i_2$$

$$i_2 \approx \frac{u}{R} \qquad \& \qquad i_1 = i + \frac{u}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \Gamma = \frac{\partial M}{\partial \alpha} i_1 \frac{u}{R} = \frac{\partial M}{\partial \alpha} \frac{1}{R} \left[u\,i + \frac{u^2}{R} \right]$$

La valeur moyenne de ce couple sur une période est :

$$< \Gamma > = \frac{1}{T} \int_0^T \Gamma \; dt = \frac{\partial M}{\partial \alpha} \frac{1}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T u\,i\,dt + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u^2}{R} dt \right]$$

L'indication : $\alpha = \frac{1}{C} < \Gamma >$ est proportionnelle à

$$P = \left[\frac{1}{T} \int_0^T u\,i\,dt \right]$$ avec erreur $$\Delta P = \left[\frac{1}{T} \int_0^T \frac{u^2}{R} dt \right] = \frac{U^2}{R}$$

Etude plus approfondie dans les cours de ''Mesures électriques''

le facteur de puissance.

La puissance, consommée par une charge en courant alternatif, dépend du facteur de puissance $\cos\varphi$ introduit par la charge.

Or l'énergie électrique est produite dans des centrales électriques par un fournisseur d'électricité.
Elle ensuite transportée dans une ligne puis elle est fournie aux clients.
Le client ne paie au fournisseur que l'énergie qui correspond à la puissance qu'il a consommée

$$P = U\, I \cos\varphi$$

Cette puissance est inférieure à celle qui lui a été livrée à la sortie de la centrale électrique.
La différence ΔP, qui correspond aux pertes dans la ligne, est à la charge du fournisseur.

$$\Delta P = R\, I^2$$

soit

$$\boxed{\Delta P = R \frac{P^2}{U^2 \cos^2\varphi}}$$

R est la résistance électrique de la ligne.

La puissance perdue dans la ligne par effet Joule est inversement proportionnelle au facteur de puissance.

Le fournisseur est d’autant plus lésé que ce facteur est faible, c’est la raison pour laquelle il pénalise le client dès que le facteur de puissance est inférieur à 0,8.

Pour éviter ces pénalités les industriels relèvent le facteur de puissance de leur installation électrique à l’aide de condensateurs conçus à cet effet.

Exercice:

Un atelier, branché sur un réseau monophasé 200 volts, 50 hertz comporte:

- un moteur de 3,68 kW, cos φ = 0,74, rendement 0,80
- un moteur de 7,36 kW, cos φ = 0,76, rendement 0,82
- 20 lampes de 50 W chacune

1°) déterminer le courant absorbé et le facteur de puissance de l'atelier à pleine charge.

2°) On veut relever le cos φ de l'installation à 0,9 , calculer la capacité de la batterie de condensateurs nécessaires, et le nouveau courant qui circule dans l'atelier à pleine charge.