جامعة هواري بومدين للعلوم والتكنولوجيا
U S T H B

L. M. D S4

Licence de Physique Appliquée: Electricité

Module : ***Electrotechnique* 1**

Chapitre III

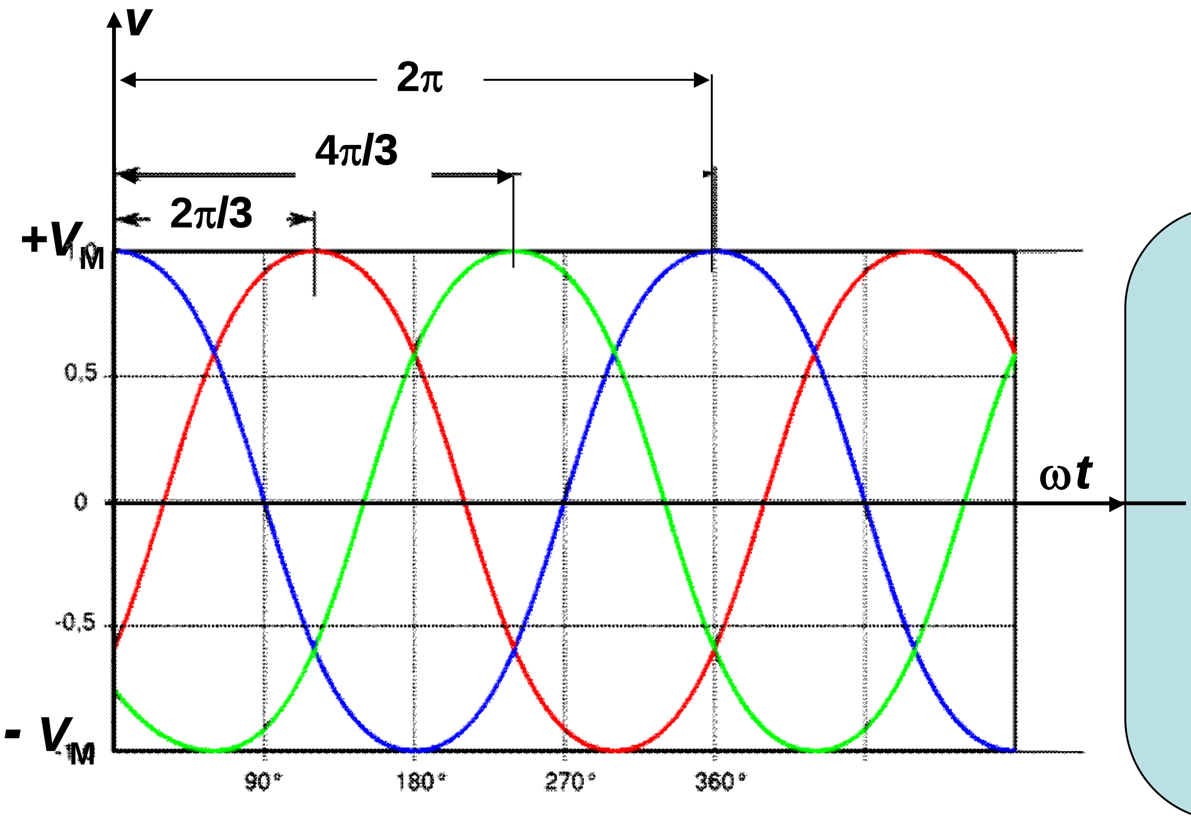
Courants Polyphasés

1. Les systèmes triphasés équilibrés

1.1. *Définitions* :

Un système de tensions (ou courants) est **triphasé** et **équilibré** s'il est composé de trois tensions (ou courants)

- sinusoïdales
- de même amplitude
- de même fréquence
- et déphasées de $2\pi/3$



$$v_1 = V_M \cos(\omega t)$$

$$v_2 = V_M \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

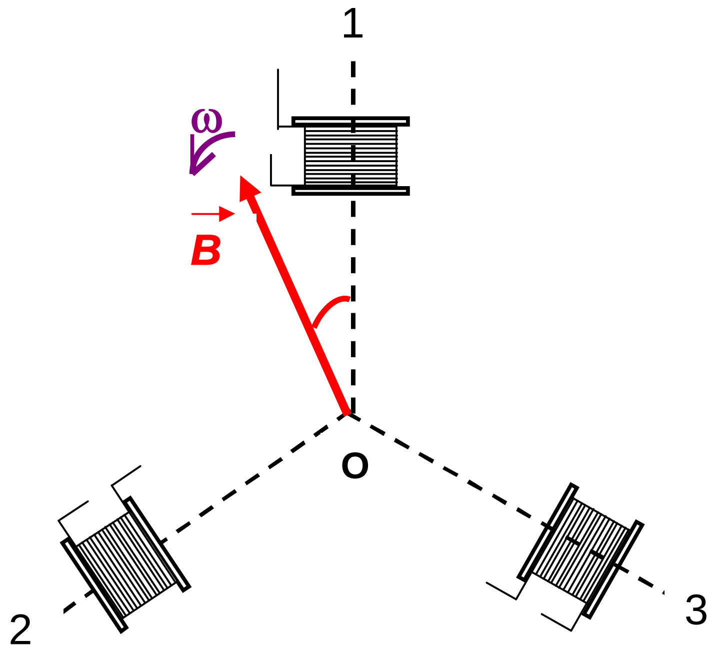
$$v_3 = V_M \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

1.2. Production de tensions triphasées :

Considérons :

- 3 bobines identiques dont les axes sont fixes, décalés de $2\pi/3$ et placés comme l'indique la figure ci-contre.

- et un champ magnétique tournant, autour de O, à la vitesse angulaire constante ω.



Les flux magnétiques traversant chaque bobine, sont :

$$\Phi_1 = B\,S\cos(\omega t)$$

$$\Phi_2 = B\,S\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Phi_3 = B\,S\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

S : surface totale des ***n*** spires d'une bobine.

Dans chaque bobine nait une force électromotrice induite.

$$\left\{\begin{aligned} e_1 &= \frac{d\,\Phi_1}{d\,t} = \omega\,B\,S\sin(\omega t) \\ e_2 &= \frac{d\,\Phi_2}{d\,t} = \omega\,B\,S\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_3 &= \frac{d\,\Phi_3}{d\,t} = \omega\,B\,S\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}\right.$$

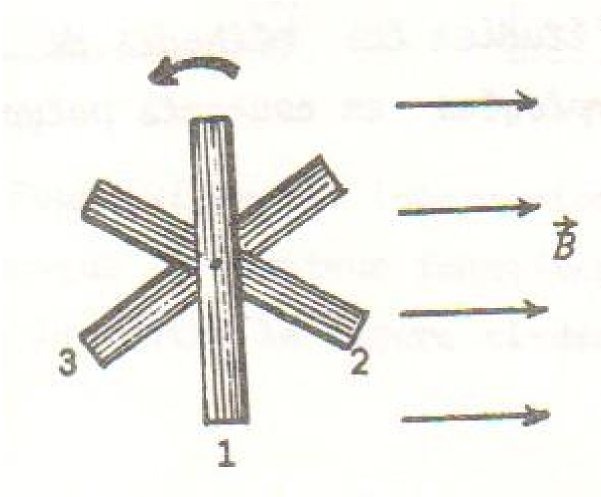
Aux bornes des bobines apparaissent trois tensions sinusoïdales, de même amplitude , de même fréquence et déphasées de $2\pi/3$. Elles constituent un système triphasé. Il peut être présenté sous la forme :

$$\mathbf{v_1} = V_M \cos(\omega t)$$

$$\mathbf{v_2} = V_M \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathbf{v_3} = V_M \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Dans un alternateur, le champ magnétique est créé par l'***inducteur*** placé en général sur la partie tournante (***le rotor***) et les f.e.m. prennent naissance dans l'***induit*** , système de bobines placées sur la partie fixe (***le stator***).



On obtient le même résultat en faisant tourner à la vitesse angulaire constante ω , un ensemble de 3 bobines solidaires, dont les axes sont décalés de $2\pi/3$, dans un champ magnétique uniforme et fixe.

1.3. Courants triphasés

Si on ferme les trois bobines sur trois charges identiques d'impédances :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$$

il passe dans chaque bobine de l'alternateur et dans chaque charge un courant

$$i_1 = I\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t - \varphi\right)$$

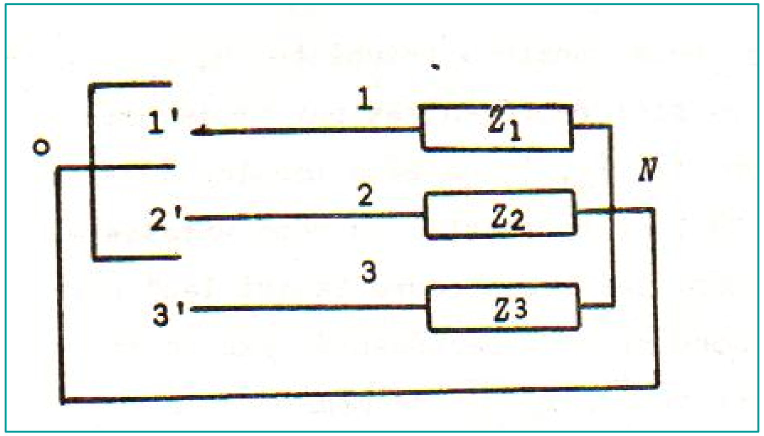
$$i_2 = I\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Ces trois courants forment un système triphasé équilibré

1.4. Transport de l'énergie électrique

Pour transporter l'énergie électrique, ainsi produite, on peut utiliser 6 conducteurs qui relient la source (alternateur), à la charge (les 3 impédances) de l'utilisateur, mais cette solution est onéreuse



Dans la figure, la charge est montée en étoile.

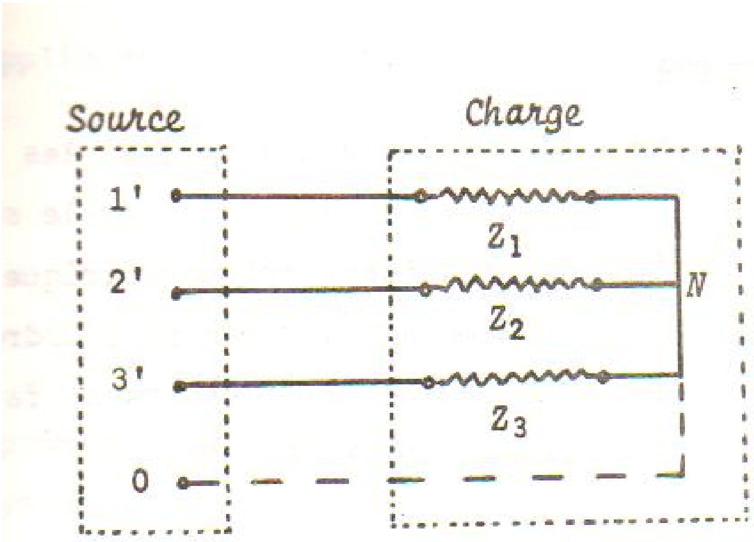
Il suffit de relier les 3 entrées des 3 bobines en un seul point O, et de monter la charge formée par les 3 impédances comme le montre la figure ci-contre.
Au lieu de six conducteurs, on en utilise que quatre :

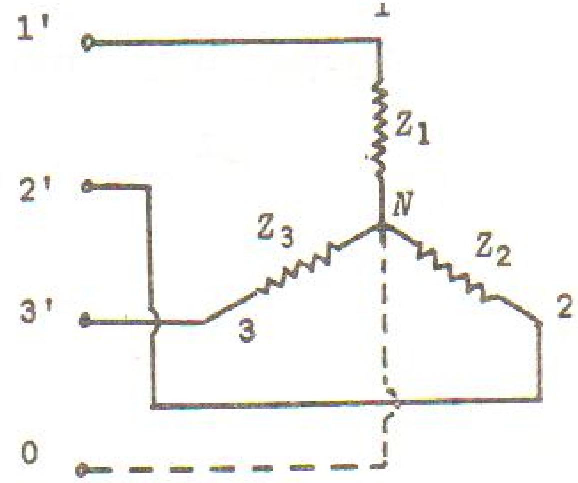
- trois fils pour les courants i_1 , i_2 , i_3.
- et un fil neutre.

Pylône d'une ligne ***Haute Tension***

1.5. Montage de la charge en étoile.

Les deux charges, représentées ci-dessous, sont identiques.
Elles sont montées en étoile.





Les trois entrées des impédances sont respectivement reliées aux trois fils de ligne 1, 2 et 3 ,

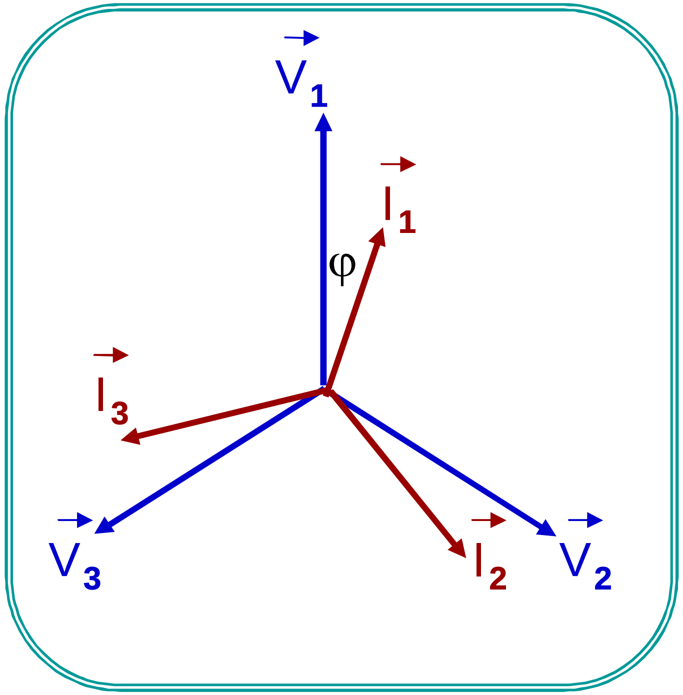
et les trois sorties, reliées entre elles forment ***le neutre***.

Si le système est équilibré : $\boldsymbol{i_1 + i_2 + i_3} = 0$ le fil du neutre peut être supprimé

Représentation vectorielle

- Comme ***en monophasé***, on représente chaque tension ***v*** et le courant ***i*** qu'elle crée par 2 *vecteurs* : $\vec{V}$ & $\vec{I}$ *déphasés* d'un angle φ

Les modules représentent les valeurs efficaces de ***v*** & ***i***

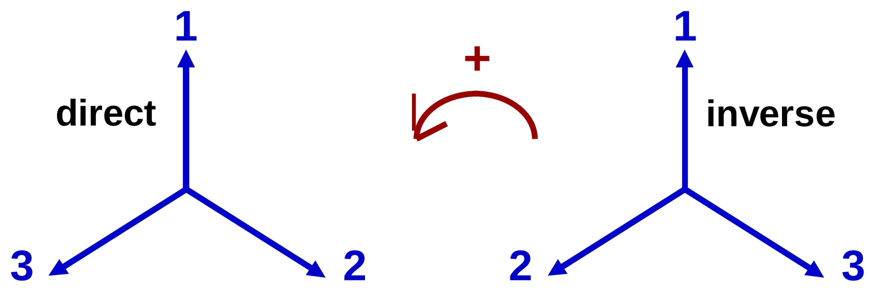


- En ***triphasé équilibré***, on obtient un système de 3 vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ de même module décalés de $2\pi/3$ & un système : $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$ *déphasé* par rapport au précédent d'un angle φ

Le 1^{ier} système représente les 3 tensions et le 2^{ième} les courants qui leur correspondent

- **Le système triphasé est direct si les 3 vecteurs se suivent dans le sens positif**

  Le système est inverse dans le cas contraire



Montage étoile:

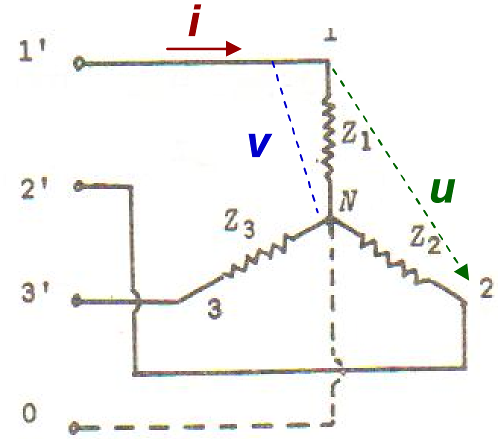
Les tensions entre lignes $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$

forment un système triphasé équilibré

en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur le système

de tensions entre phase et neutre

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$

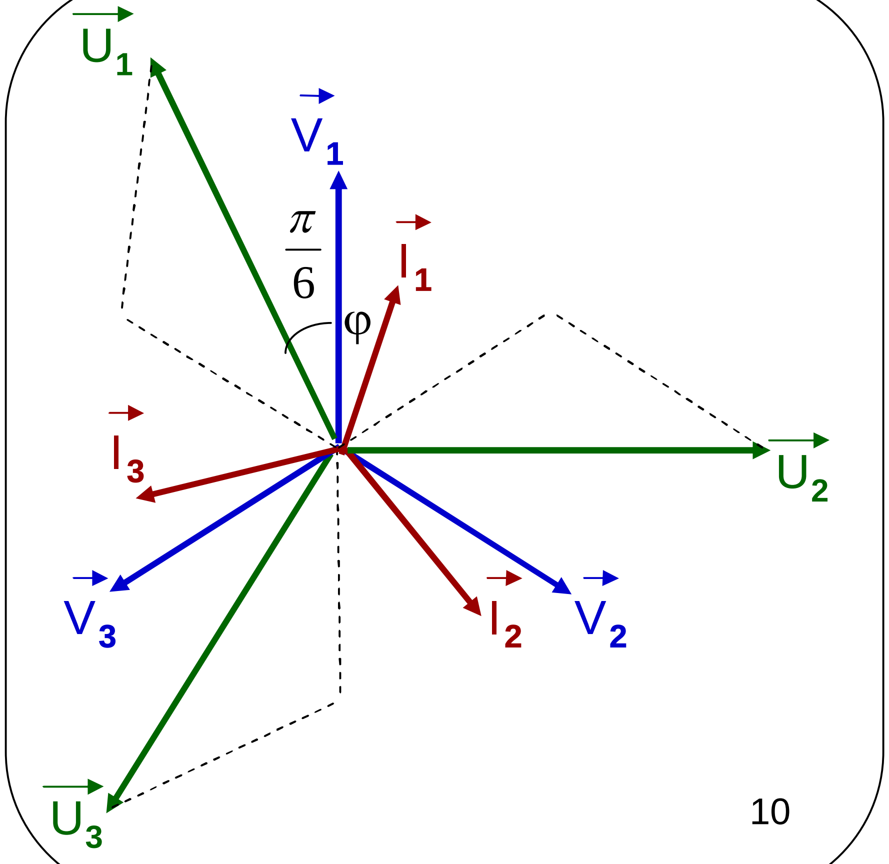


En effet

$$\begin{cases} u_1 = v_1 - v_2 \\ u_2 = v_2 - v_3 \\ u_3 = v_3 - v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{U}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \\ \vec{U}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_3 \\ \vec{U}_3 = \vec{V}_3 - \vec{V}_1 \end{cases}$$

$$\boxed{U = 2\ V \cos\frac{\pi}{6}} \quad \text{soit} \quad \boxed{U = V\sqrt{3}}$$

Dans le montage étoile le *courant dans la ligne* est égal au *courant dans la phase*



Retrouver les résultats de la méthode vectorielle avec les fonctions trigonométriques

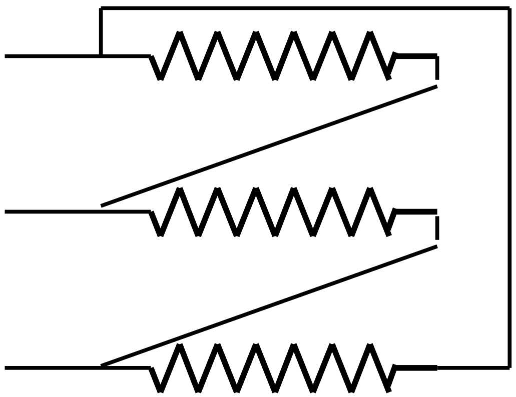
$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

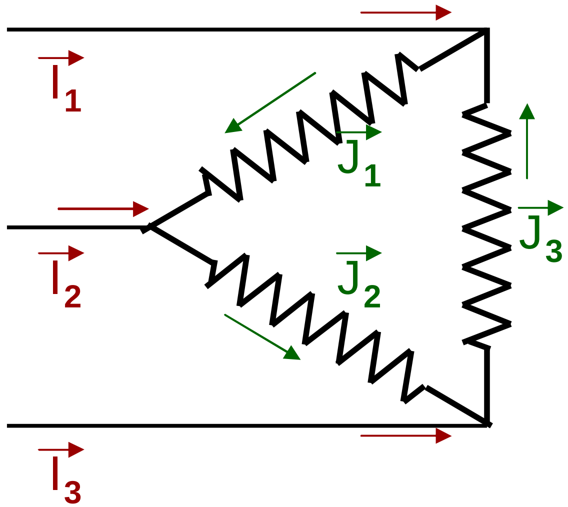
$$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Montage en triangle



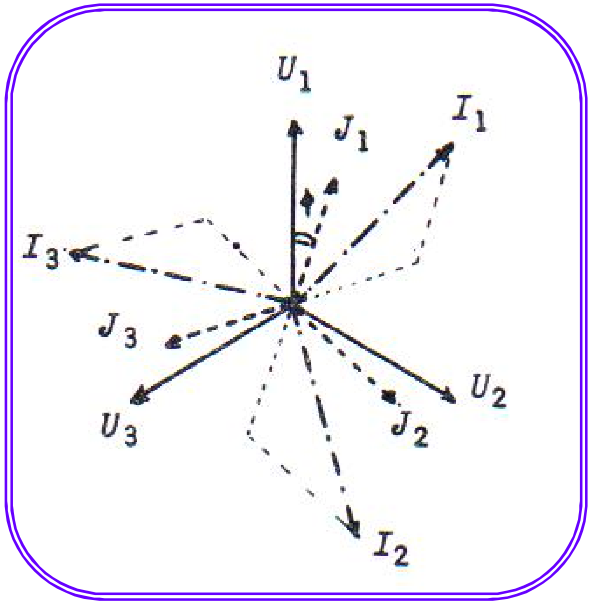
Ces 2 montages sont équivalents

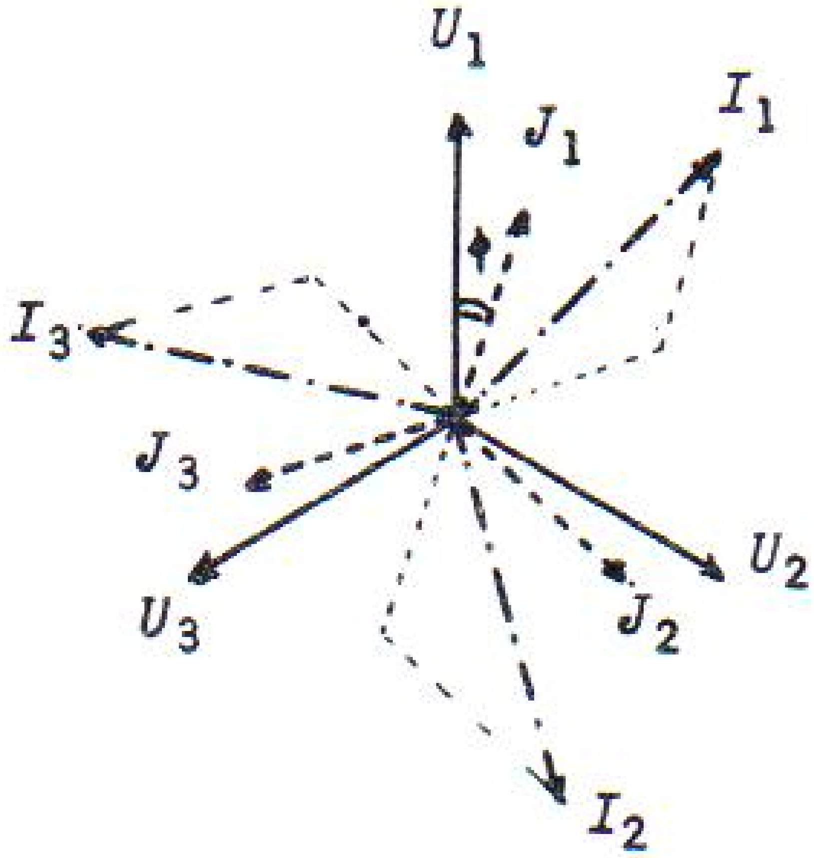


- Les tensions ***U*** forment un *système triphasé équilibre*
- Les courants ***J*** dans les impédances forment un *système triphasé équilibre* déphasé de φ / à *U*

- Lorsque la charge est ***montée en triangle,*** **les *lois de Kirchhoff***

$$\begin{cases} i_1 = J_1 - J_3 \\ i_2 = J_2 - J_1 \\ i_3 = J_3 - J_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{I}_1 = \vec{J}_1 - \vec{J}_3 \\ \vec{I}_2 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1 \\ \vec{I}_3 = \vec{J}_3 - \vec{J}_2 \end{cases}$$





☛ Les courants ***I*** dans les lignes forment un *système triphasé équilibre* déphasé de 30° / aux courants *J*

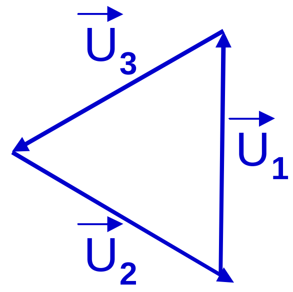
$$\boxed{I = 2\ J \cos \frac{\pi}{6}}$$

soit

$$\boxed{I = J\sqrt{3}}$$

REMARQUE

Dans un ***montage en triangle***, il n'y a pas de point neutre.



2. Les systèmes Polyphasés équilibrés

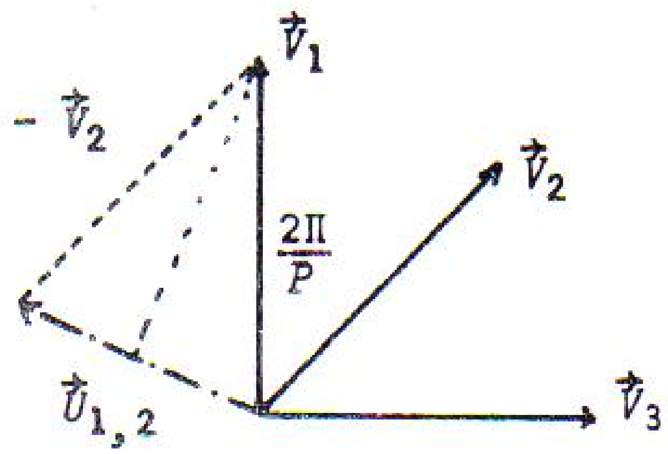
Un système de tensions (ou courants) est ***polyphasé équilibré,*** s'il est composé de ***p tensions*** (ou *p courants*)

sinusoïdales

de même amplitude

de même fréquence

et déphasés de : $\dfrac{2\pi}{p}$



Lorsque la charge est montée en étoile

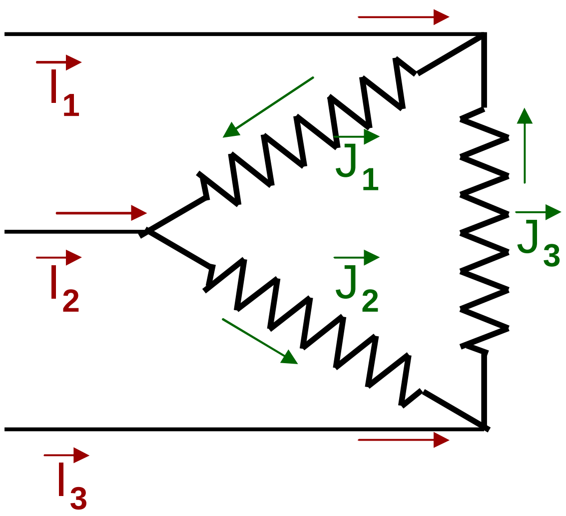
$$U = 2V\sin\left(\frac{\pi}{p}\right)$$ et $$I = J$$

Lorsqu'elle est montée en polygone

$$I = 2J\sin\left(\frac{\pi}{p}\right)$$

3. Les systèmes triphasés déséquilibrés

1. Montage en triangle



Les tensions entre lignes

$$\vec{U}_1 \quad , \quad \vec{U}_2 \quad , \quad \vec{U}_3$$

sont équilibrées, mais les impédances **ne sont pas** identiques

$$Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$$

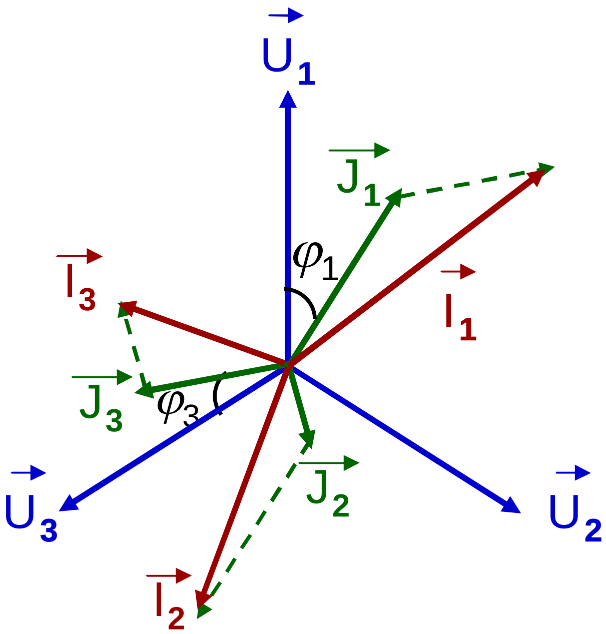
Les ***courants sont donc déséquilibrés***

Calculons les courants de lignes $\vec{I}_1 \quad , \quad \vec{I}_2 \quad , \quad \vec{I}_3$

Les courants dans les phases

$$J_1 = \frac{U_1}{Z_1} \angle \varphi_1 \qquad J_2 = \frac{U_2}{Z_2} \angle \varphi_2 \qquad J_3 = \frac{U_3}{Z_3} \angle \varphi_3$$

Chaque impédance **Z_i** introduit un ***déphasage*** φ_i

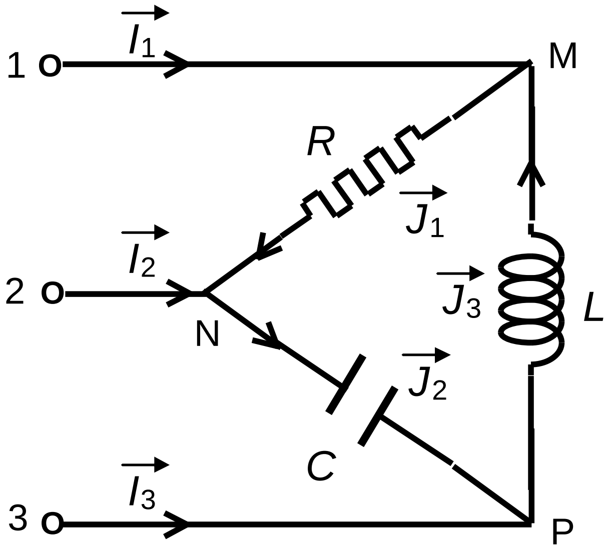


Les lois de Kirchhoff:

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{I}_1 = \vec{J}_1 - \vec{J}_3 \\ \vec{I}_2 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1 \\ \vec{I}_3 = \vec{J}_3 - \vec{J}_2 \end{cases}$$

Une construction graphique (diagramme de Fresnel) permet de déterminer les courants de lignes

.



Exercice II. 4: une charge, comportant une résistance pure *R*, une self pure *L* et une capacité *C* pure, est montée en triangle, comme l'indique la figure ci-contre. Elle est alimentée par un système triphasé:

U = 380 volts f = 50 hertz.

Pour cette fréquence , on a :

$R = L\omega = 1/C\omega = 95\ \Omega$

Calculer les courants

$\vec{J}_1 \quad \vec{J}_2 \quad \vec{J}_3$

qui circulent dans les phases. En déduire les courants de ligne : $\vec{I}_1$ $\vec{I}_2$ $\vec{I}_3$

2 . Montage en étoile

Les tensions entre l'entrée d'une impédance et le neutre :

$\vec{V_1}$ $\vec{V_2}$ $\vec{V_3}$

sont connues

Il s'agit à présent de calculer les courants dans les lignes.

On utilisera la ***méthode symbolique***

Les admittances complexes ;

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_1} \quad \bar{Y}_2 = \frac{1}{\bar{Z}_2} \quad \bar{Y}_3 = \frac{1}{\bar{Z}_3} \quad \bar{Y}_0 = \frac{1}{\bar{Z}_0}$$

Les courants

$$\left\{\begin{array}{l} \bar{I}_1 = \bar{Y}_1\left(\bar{V}_1 - \bar{V}_N\right) = \bar{Y}_1\bar{V}_1 - \bar{Y}_1\bar{V}_N \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_2\left(\bar{V}_2 - \bar{V}_N\right) = \bar{Y}_2\bar{V}_2 - \bar{Y}_2\bar{V}_N \\ \bar{I}_3 = \bar{Y}_3\left(\bar{V}_3 - \bar{V}_N\right) = \bar{Y}_3\bar{V}_3 - \bar{Y}_3\bar{V}_N \\ \bar{I}_0 = \bar{Y}_0\left(\bar{V}_0 - \bar{V}_N\right) = \bar{Y}_0\underbrace{\bar{V}_0}_{= 0} - \bar{Y}_0\bar{V}_N \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$

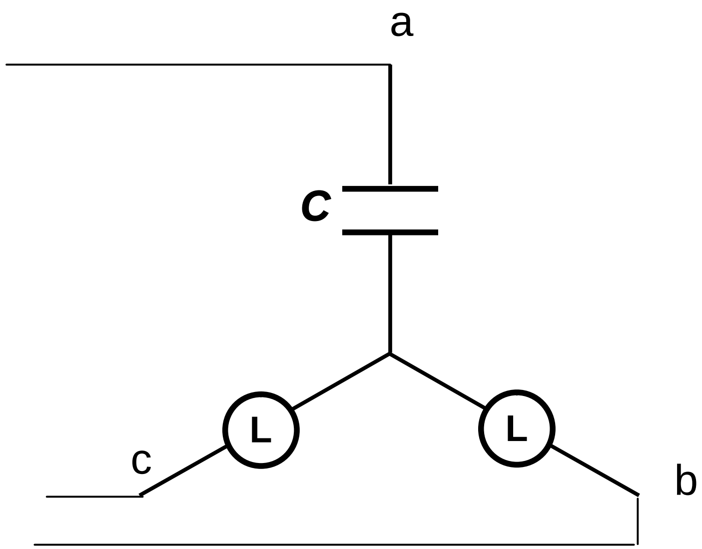
Lois de Kirchhoff

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_0 = 0$$

Après calculs

$$\boxed{\bar{V}_N - \bar{V}_0 = \frac{\sum_i \bar{Y}_i\,\bar{V}_i}{\sum_i \bar{Y}_i}}$$

Exercice



4. Puissances en courants triphasés

La puissance moyenne consommée par une charge triphasée est:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^{Y}\left[v_1\, i_1 + v_2\, i_2 + v_3\, i_3\right] dt$$

4.1 . Puissance active, la charge est équilibrée

Montage en étoile

Les puissances instantanées sont:

$$p_1 = V_M\, I_M \cos(\omega\, t)\cos(\omega t - \varphi) \Rightarrow p_1 = V\, I \cos\varphi + VI\cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p_2 = V_M\, I_M \cos\left(\omega\, t - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow p_2 = V\, I \cos\varphi + VI\cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$p_3 = V_M\, I_M \cos\left(\omega\, t - \frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow p_3 = V\, I \cos\varphi + VI\cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

A chaque instant la puissance totale consommée par la charge est:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 3\, V\, I \cos\varphi$$

soit

$$p = P = 3\,V\,I\cos\varphi = \sqrt{3}\,U\,I\cos\varphi$$

Cette ***puissance est constante***, alors qu'en ***monophasé, elle varie en fonction du temps.***

Montage en triangle

La puissance instantanée est:

$$p = u_1\,j_1 + u_2\,j_2 + u_3\,j_3 = 3\,U\,J\cos\varphi$$

Que la charge soit montée en étoile ou en triangle la puissance consommée est constante & toujours égale à:

$$\boxed{P = \sqrt{3}\,U\,I\cos\varphi}$$

N.B : - les lettres minuscules désignent les valeurs instantanées

- φ représente le déphasage de $\vec{I}$ sur $\vec{V}$ ou $\vec{J}$ sur $\vec{U}$

4.2 . Puissance Réactive, Puissance Apparente

Lorsque la charge est équilibrée;

La ***Puissance Réactive*** a pour expression

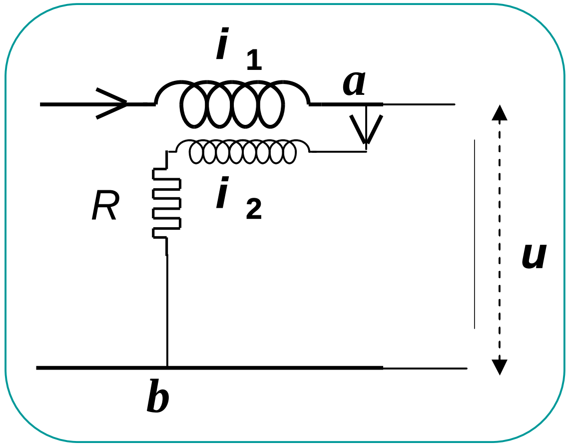
$$\boxed{Q = \sqrt{3}\, U\ I\ \sin\varphi}$$

& la ***Puissance Apparente***:

$$\boxed{S = \sqrt{3}\, U\ I}$$

Considérons un wattmètre électrodynamique

La bobine fixe ou " ***bobine gros fil***", parcourue par courant i_1



soit en notation vectorielle $\vec{I}_a$

La bobine mobile, ou "***bobine fil fin***", branchée entre 2 points ***a*** & ***b*** entre lesquels la ***d.d.p***. est en notation vectorielle

$$\vec{U}_{ab} = \vec{V}_a - \vec{V}_b$$

Nous savons que l'indication W d'un wattmètre électrodynamique est :

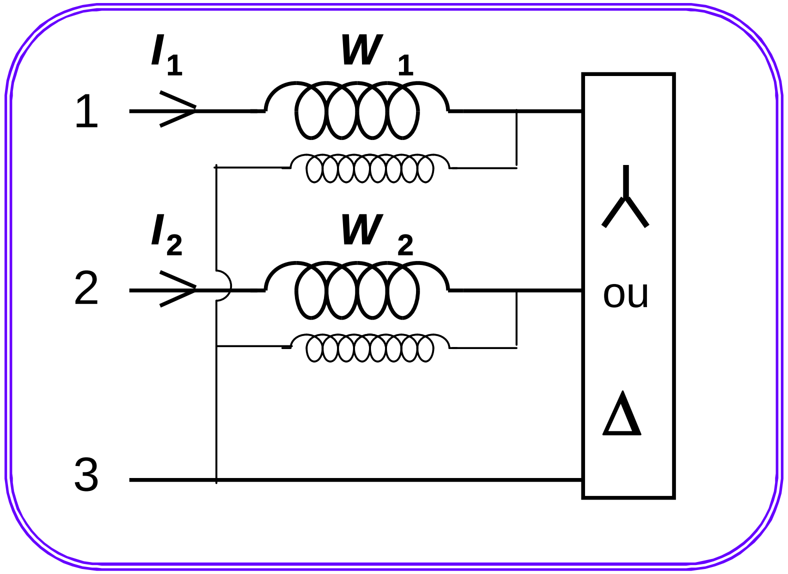
$$W = U_{ab}\, I_a \cos\varphi$$

U_{ab} et I_a sont des valeurs efficaces et φ est le déphasage de I_a sur U_{ab}

En notation vectorielle

$$\boxed{W = \vec{U}_{ab}\, \vec{I}_a}$$

Mesure de puissances actives: Méthode des 2 wattmètres



Cette méthode est valable:

que le système soit équilibré ou non:

que la charge soit montée en

Triangle ou:

Etoile sans fil neutre:

Les 2 wattmètres montés comme dans la figure, indiquent::

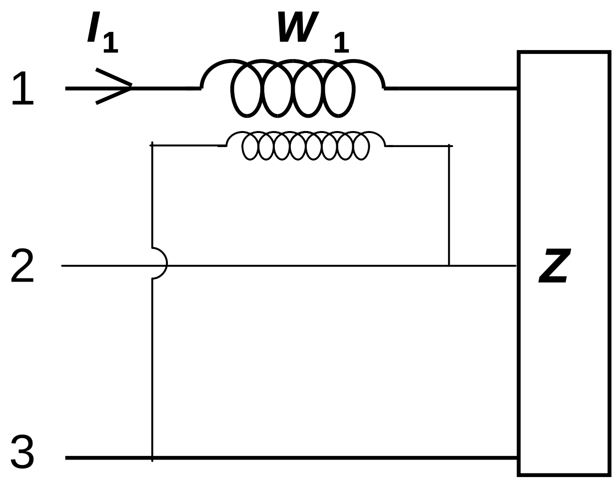
$$\left.\begin{aligned} W_1 &= \left(\vec{V}_1 - \vec{V}_3\right).\vec{I}_1 \\ W_2 &= \left(\vec{V}_2 - \vec{V}_3\right).\vec{I}_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{W_1 + W_2 = P}$$

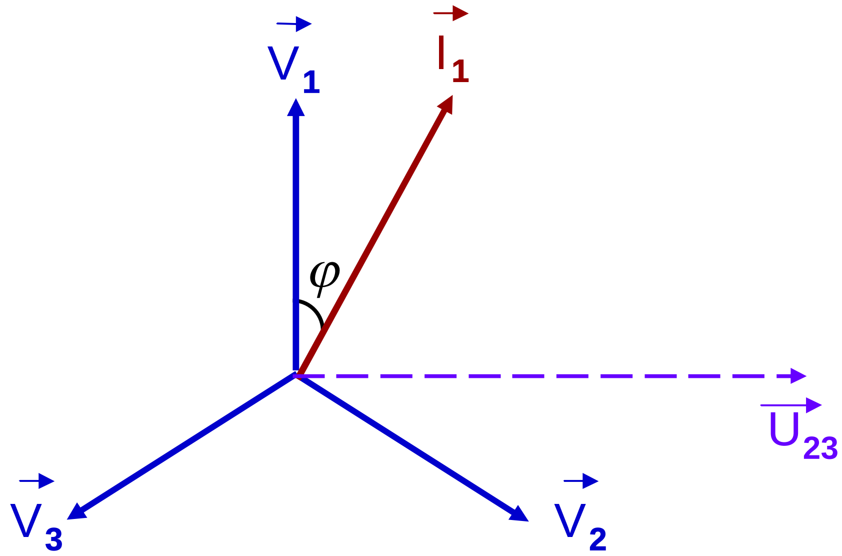
En effet: $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0 \longrightarrow \vec{I}_3 = -\left[\vec{I}_1 + \vec{I}_2\right]$

$$W_1 + W_2 = \left(\vec{V}_1\vec{I}_1 + \vec{V}_2\vec{I}_2 + \vec{V}_3\vec{I}_3\right) = P$$

Mesure de la puissance réactive

Système triphasé équilibré





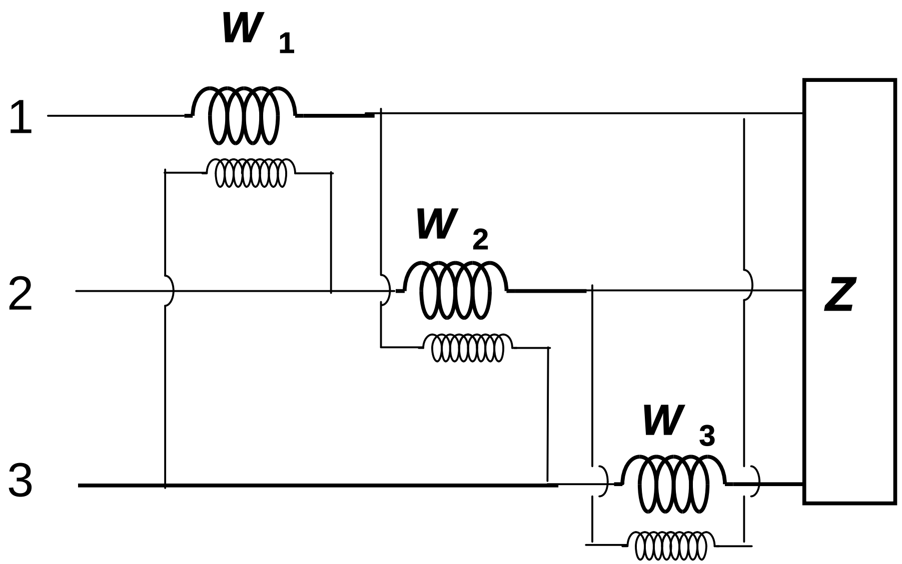
Le wattmètre, monté comme le montre la figure, indique

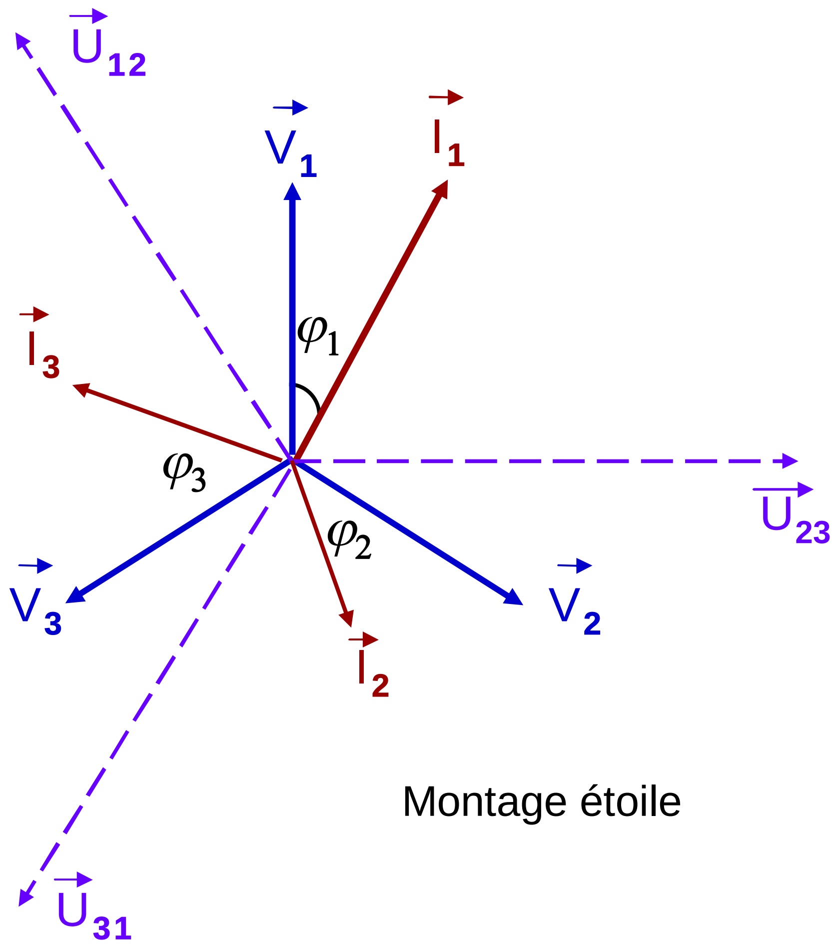
$$W = \vec{U}_{23}\,\vec{I}_1 = U\,I\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = U\,I\sin\varphi$$

Soit :

$$\boxed{Q = \sqrt{3}\,W}$$

Système déséquilibré en courants & équilibré en tensions





Montage étoile

Les indications des 3 wattmètres sont

$$\begin{cases} W_1 = \vec{U}_{23}\,\vec{I}_1 = U\,I_1 \sin\varphi_1 \\ W_2 = \vec{U}_{31}\,\vec{I}_2 = U\,I_2 \sin\varphi_2 \\ W_3 = \vec{U}_{12}\,\vec{I}_3 = U\,I_3 \sin\varphi_3 \end{cases}$$

D'où

$$\boxed{Q = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[W_1 + W_2 + W_3\right]}$$

Solution II. 4.

1°) Méthode complexe : On considère un système de tensions équilibré, tel que $\overline{U}_1$ soit à l'origine des phases :

$$\overline{U}_1 = U \qquad \overline{U}_2 = U \exp\left(-j\,\frac{2\pi}{3}\right) \qquad \overline{U}_3 = U \exp\left(+j\,\frac{2\pi}{3}\right)$$

Les trois impédances ayant le même module, les trois courants de phase ont la même intensité :

$$J = U/Z = 4 \text{ Ampères}$$

$\vec{J}_1$ est en phase avec $\bar{U}_1$, $\vec{J}_2$ en avance de $\pi/2$ sur $\bar{U}_2$ et $\vec{J}_3$ en retard de $\pi/2$ sur $\bar{U}_3$

Donc par rapport à l'origine des phases on a :

$$\bar{J}_1 = J$$

$$\bar{J}_2 = J \exp\left(-j\frac{\pi}{6}\right) = J\left(0,866 - j\,0,5\right)$$

$$\bar{J}_3 = J \exp\left(+j\frac{\pi}{6}\right) = J\left(0,866 + j\,0,5\right)$$

Les courants dans les ligne sont obtenus à partir de la loi des nœuds de Kirchhoff

$$\overline{I}_1 = \overline{J}_1 - \overline{J}_3$$

$$\overline{I}_2 = \overline{J}_2 - \overline{J}_1$$

$$\overline{I}_3 = \overline{J}_3 - \overline{J}_2$$

Après calculs on a:

$I_1 = 2{,}07$ A , $\varphi_1 = -75°$

$I_2 = 2{,}07$ A , $\varphi_2 = 255°$

$I_3 = 4$ A , $\varphi_3 = 90°$

2°° Méthode vectorielle