Faculté de Physique : L.M.D

Licence de Physique:
L 3

Relativité Restreinte

Chapitre 1

Cinématique relativiste

Mohamed BENDAOUD : Professeur

Cinématique Relativiste

I. Transformation de Galilée T.G.

II. Transformation de Lorentz

III. Conséquences de la T.L.

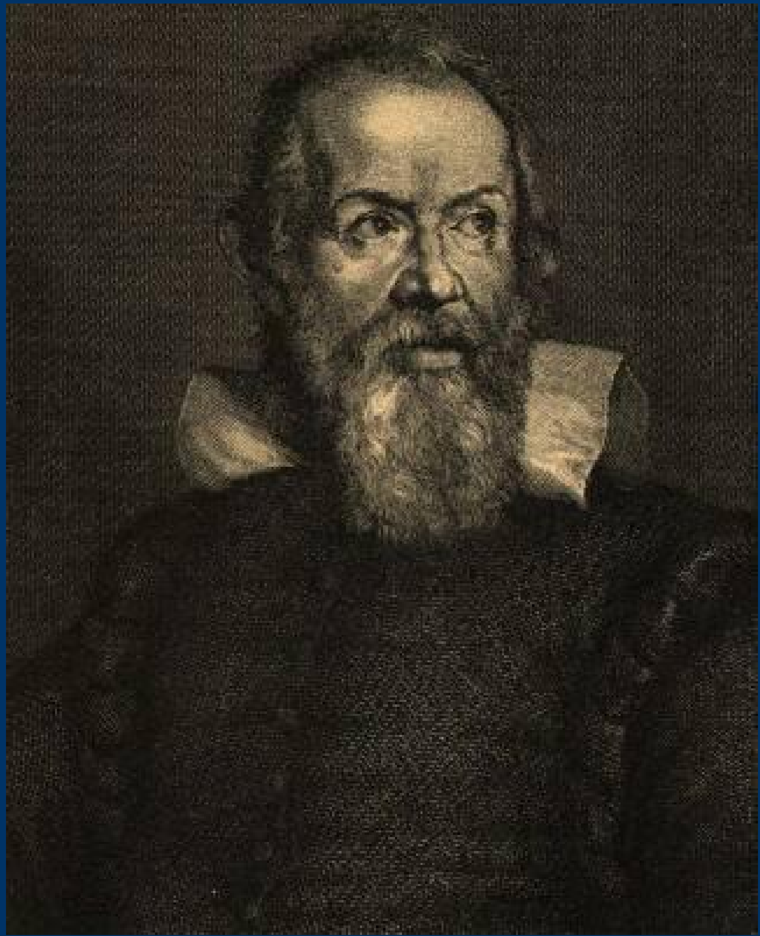
III. 1. Contraction des longueurs

III. 2. Dilatation du temps

IV. Transformation des vitesses

V. Application: Aberration de la lumière

I. La transformation de Galilée



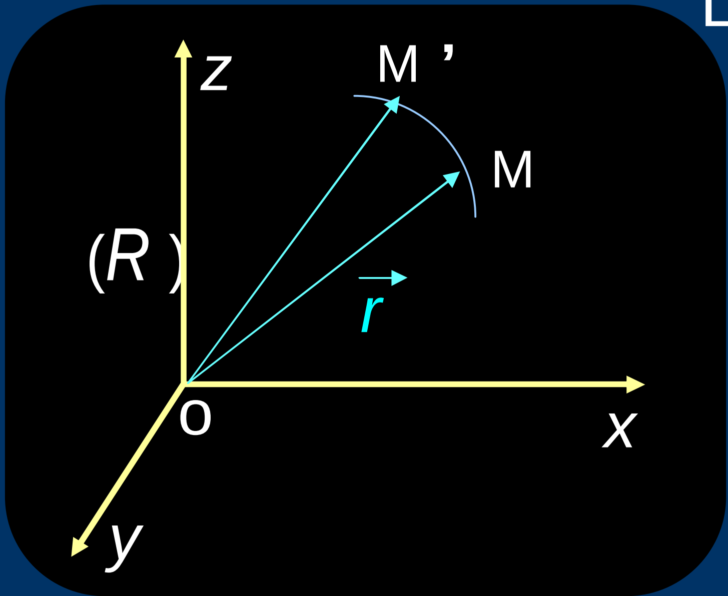
Galileo Galilei

Galilée 1564-1642

Cinématique

Science du mouvement

Au cours de son mouvement:



La position d'un mobile à l'instant ***t***

est déterminée dans (*R*) par:

- 3 coordonnées par ex: ***x, y, z***

  ou

- 1 vecteur : $\overrightarrow{OM} = \vec{\boldsymbol{r}}$

Vecteur espace ou
Vecteur position

(R) : Repère ou Référentiel

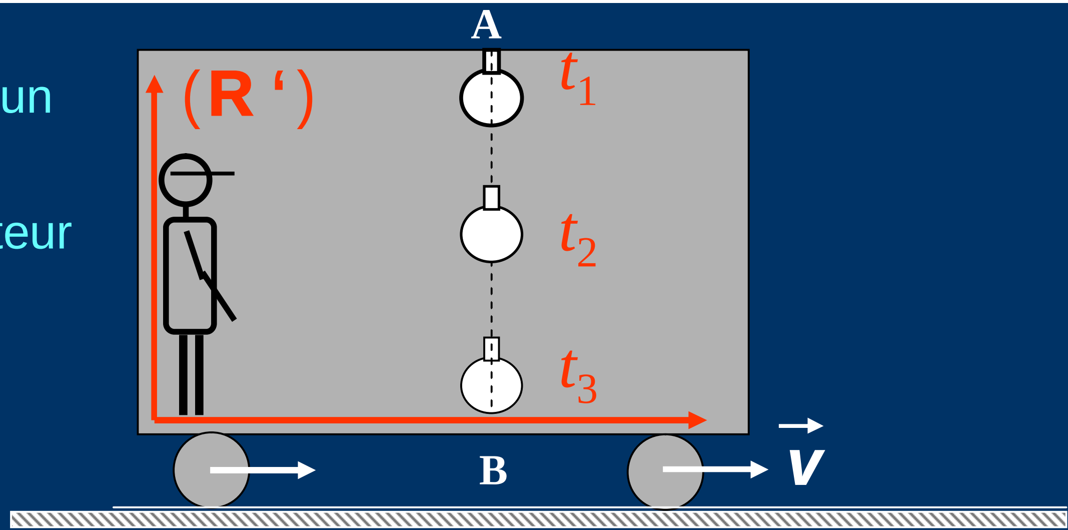
Les notions de *mouvement* et de *repos* sont des notions relatives :

Un voyageur, assis dans un train qui se déplace par rapport au quai d'une gare, est :

- au ***repos*** dans un repère lié au train,
- mais en ***mouvement*** par rapport à la Terre

La description d'un mouvement dépend, par conséquent, du système de référence choisi .

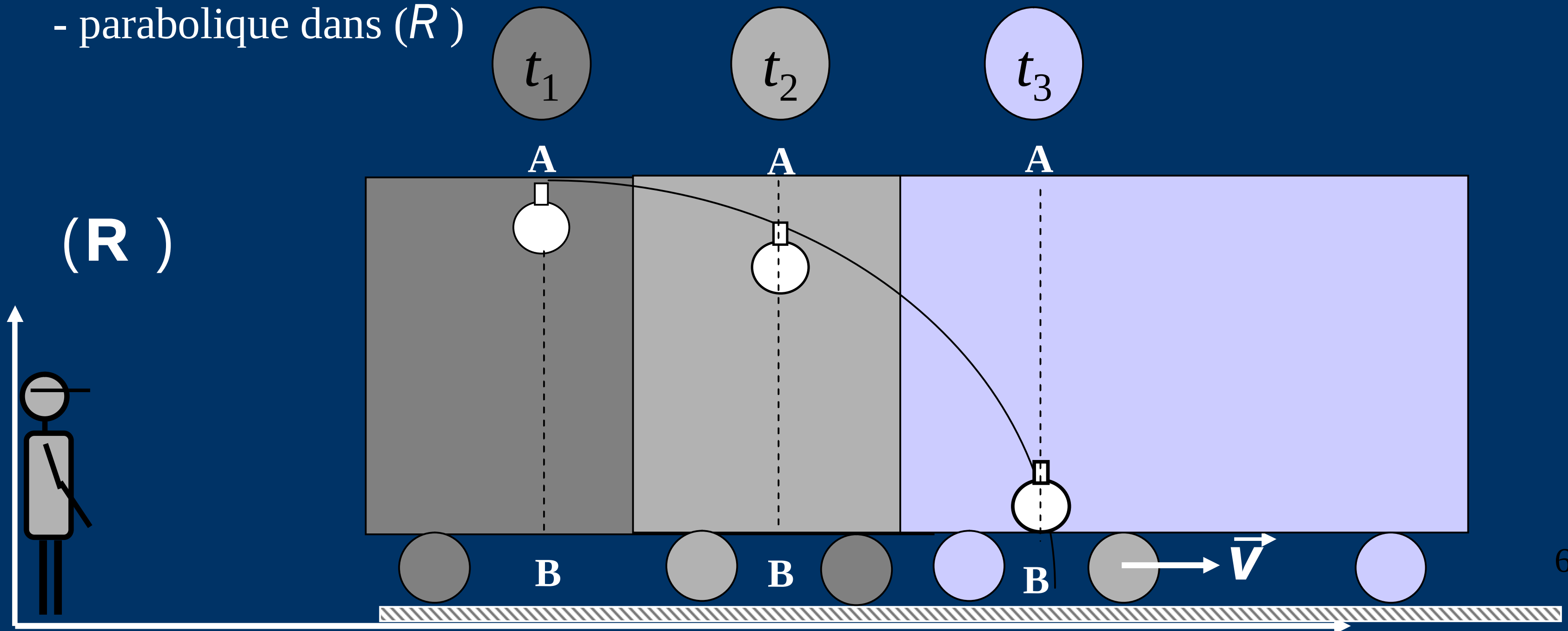
La description du *mouvement* d'un corps dépend du *référentiel* où se trouve l'observateur



Une lampe qui se détache du plafond du wagon tombe selon une trajectoire:

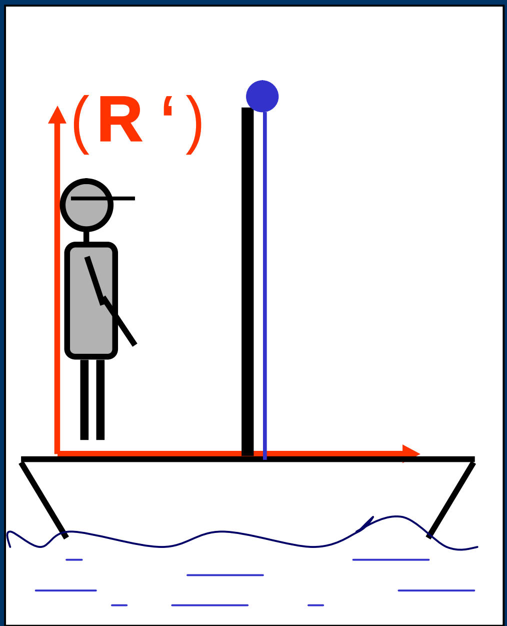
- verticale dans (*R* ')

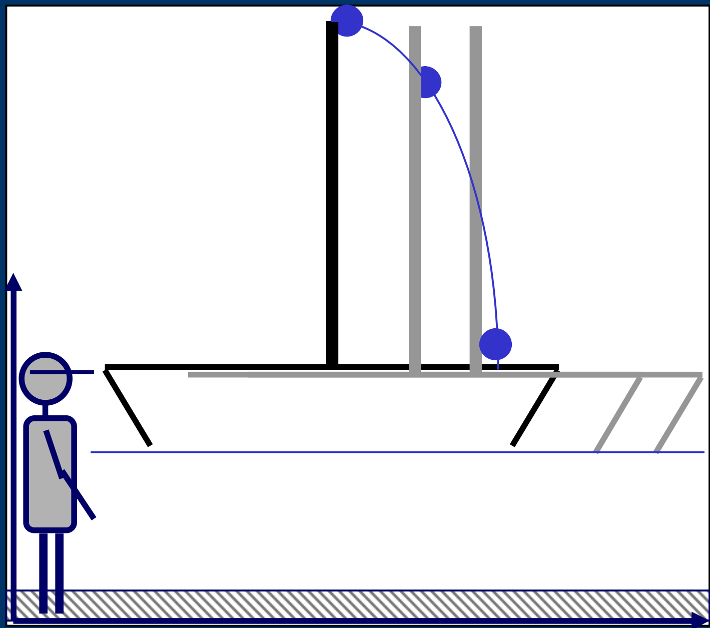
- parabolique dans (*R*)

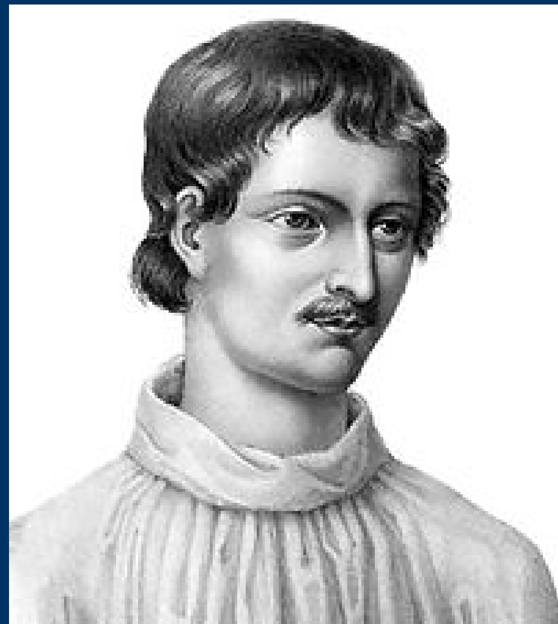


Au XVI^{ème} Siècle

Giordano Bruno
1548-1600







La pierre jetée de la hune ***reviendra au pied du mât*** de quelque manière que le navire se meuve.

Giordano Bruno : Le banquet des cendres 1584

Condamné à être brûlé vif pour ses idées

En Physique

Les expériences faites au laboratoire sont rapportées à ***un référentiel lié à la Terre***,

Mais ce dernier ***n'est pas fixe***,

il est entraîné par le mouvement de notre planète (*mouvements diurne et annuel*).

Les astronomes utilisent, pour le mouvement des planètes, ***le repère de Copernic*** qui passe par trois étoiles "fixes" et dont l'origine coïncide avec le centre du système solaire. *Ces étoiles semblent fixes mais en réalité elles se déplacent avec notre galaxie.*

En fait il n'existe pas de repère absolu.

On introduit alors:

Repère galiléen"
ou
« Repère d'inertie".

*Un repère (**R**), placé dans une région de l'espace vide où n'existe aucune force, est appelé "**repère galiléen**" ou "**repère d'inertie**".*

C'est un repère dont le mouvement *ne peut être mis en évidence* par aucune expérience de physique

N. B. *Repère lié à la terre* : Expérience de Foucault

Pendule de Foucault

En raison de la rotation diurne de la Terre, le plan d'oscillation d'un pendule tourne à chaque oscillation.

Léon Foucault

1819-1868

La durée d'une rotation complète dépend de la *latitude* du lieu

Au pôle Nord : *pas d'effet*

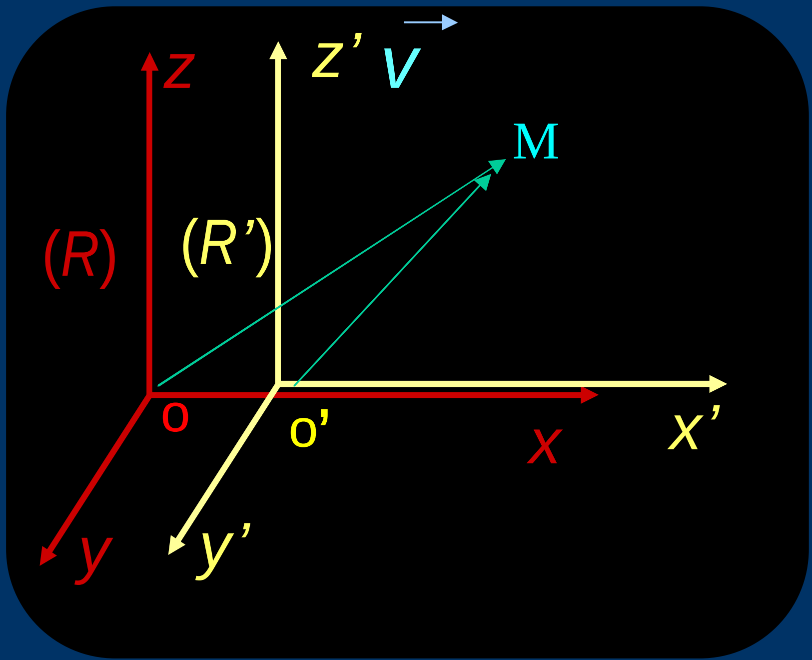
Expérience de Foucault à Paris au Panthéon 1851

l = 67 m , m = 28 kg , T = 16,5 s

Durée d'une rotation 11° / *heure*

Rotation complète : 31 h 47 min

2 *repères d'inertie* (R) et (R') en <u>mouvement rectiligne</u> l'un par rapport à l'autre à une vitesse constante. $\vec{v}$



A (R) est lié un *observateur O*
et à (R ') un *observateur O'* .

$t = t' = 0 \longrightarrow \overrightarrow{OO'} = 0$

$t \longrightarrow \overrightarrow{OO'} = \vec{v}\, t$

$$\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OM}$$

soit

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}\, t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = x - v\,t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

C'est la transformation de Galilée

La transformation de Galilée

$$\begin{cases} x' = x - v\,t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Temps absolu

Espace euclidien

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$$

Addition des vitesses ⇒ $\vec{V}' = \vec{V} + \vec{v}$

Voyageur dans un train

conserve accélérations ⇒ $\vec{\Gamma}' = \vec{\Gamma}$

Problème !

Pour passer de **(R)** à **(R ')**

Transformation de Galilée

Conserve les Lois de le Mécanique Newtonienne

mais

<u>ne conserve pas</u> toutes les Lois de l'électromagnétisme

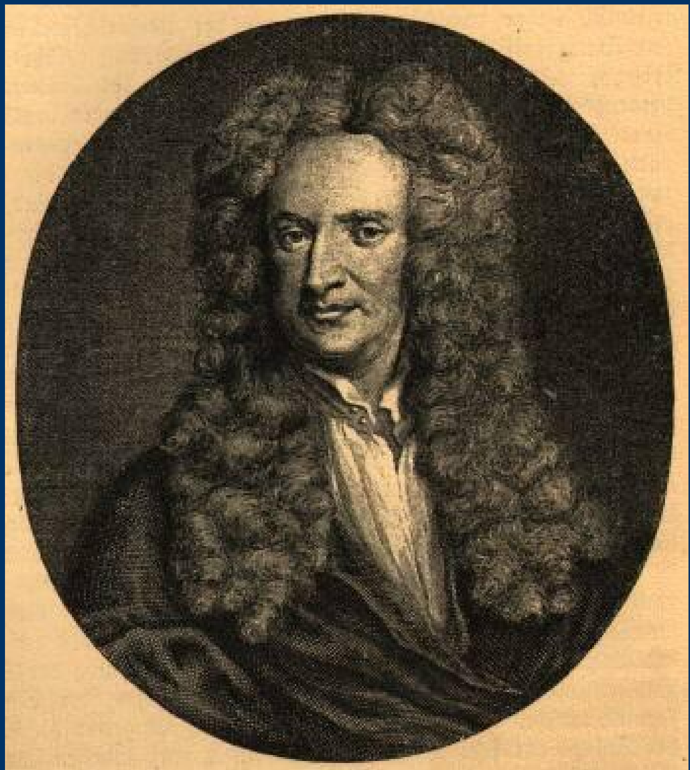
Un peu d ' histoire !

Avant 1905

XVII ième

1. *La Physique Newtonienne*

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica 1687



Isaac Newton

1642 - 1727

basée sur :

- ***Concept de FORCE***
- ***Action à distance***

Espace vide infini statique
Temps s'écoule indéfiniment

absolus

La matière n'influe ni sur l'espace
ni sur le temps

Par rapport à cet espace, on définit
- *des repères d'inertie*
- *et des repères accélérés*

XIX^{ième}

2. *La Théorie de Maxwell*

basée sur :

- ***Concept de CHAMP***
- ***Propagation du champ***

Lois de l'électromagnétisme développées depuis 1820

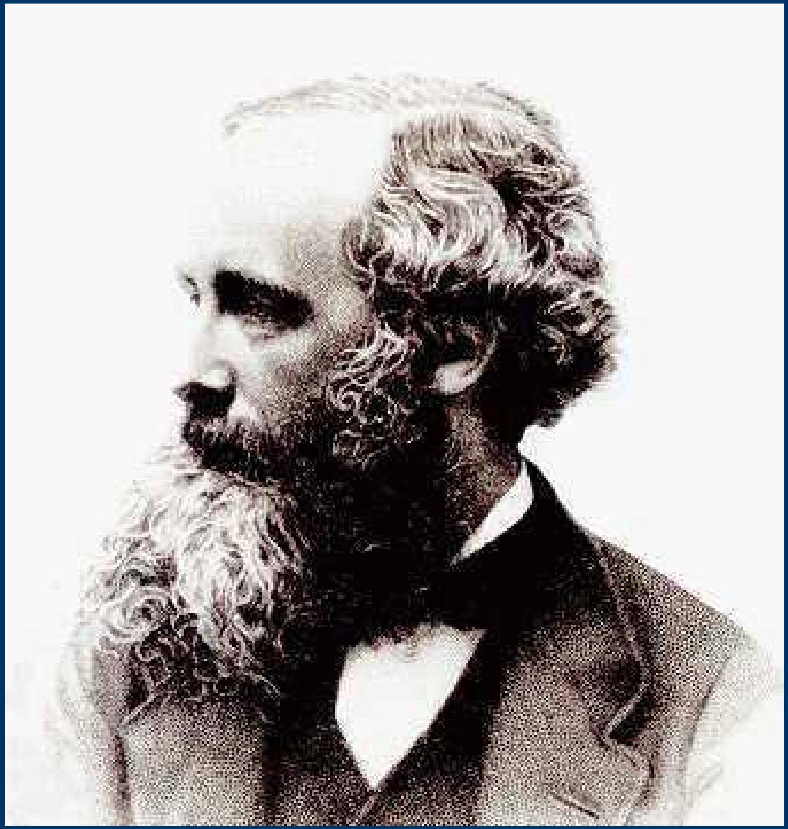
↓

4 *Equations*

↓

Equation de propagation d'ondes

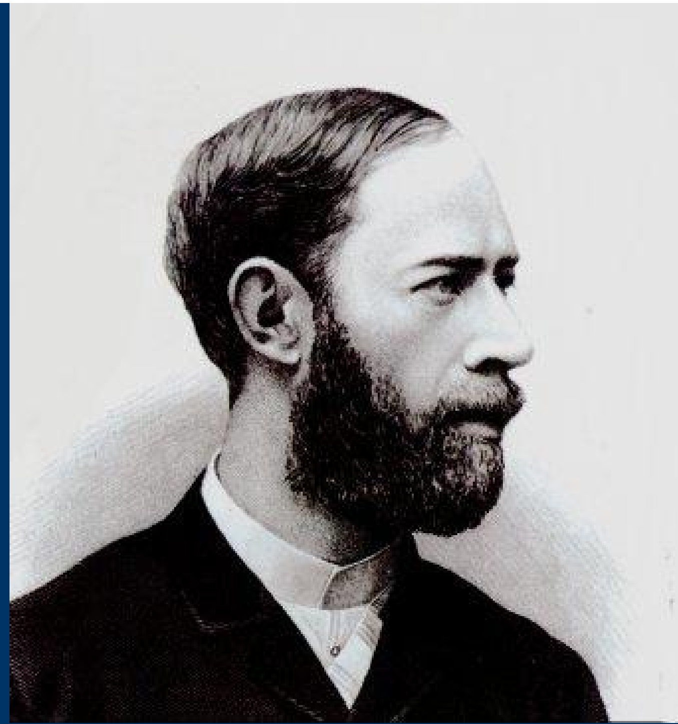
Vitesse de propagation C dans le vide



Maxwell 1831-1879

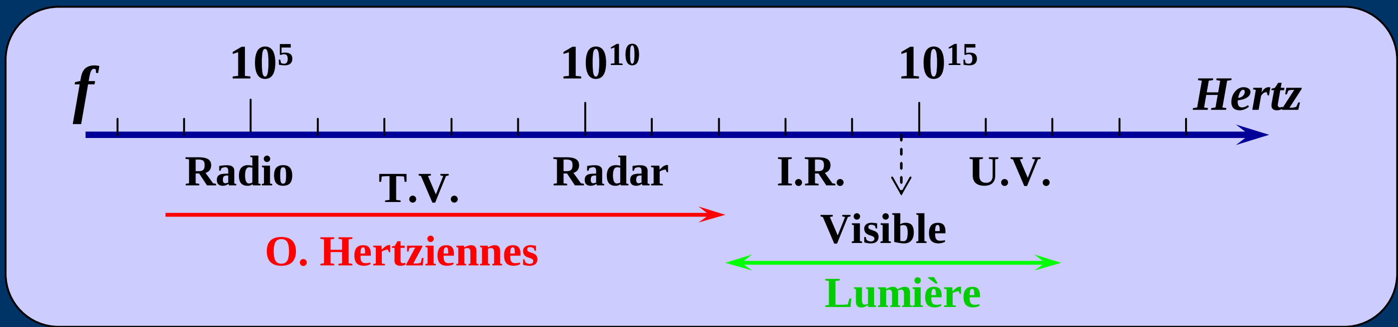
En 1888 : Hertz

vérifie expérimentalement
La Théorie de Maxwell



Hertz 1857-1894

Lumière & Ondes hertziennes: même nature



La lumière est une onde électromagnétique

différente des ondes mécaniques

Questions ?

Mécanique Newtonienne

ou

Théorie Electromagnétique

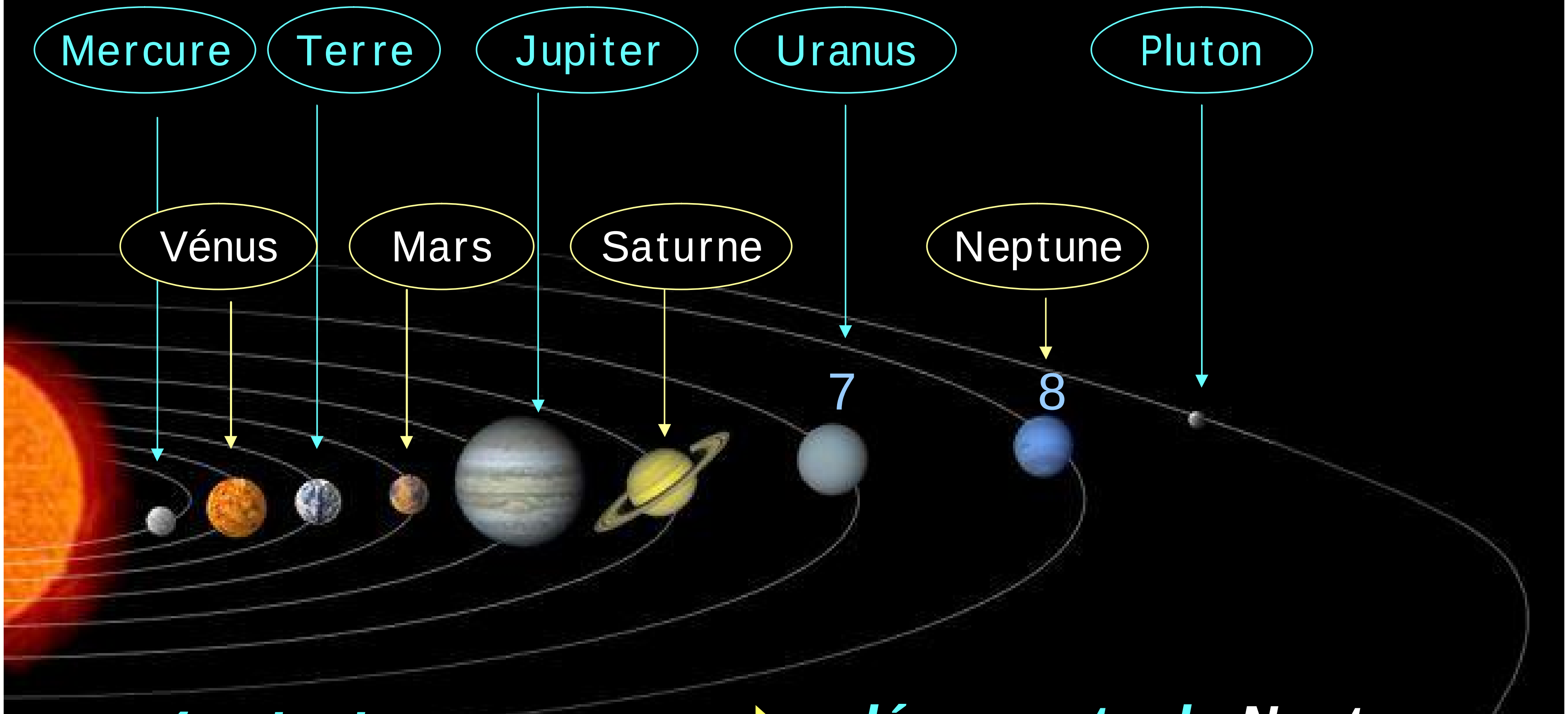
Les 2 Théories

Vérification

Prédiction

Mécanique newtonienne

1846 *Leverrier & Adams*



L'étude d' Uranus ➡ ***découverte de Neptune***

1781

Observée un mois plus tard à Berlin

Devant ce :

Dilemme

Alors

on fait appel à la :

Théorie de l'Ether

Théorie de l'Ether

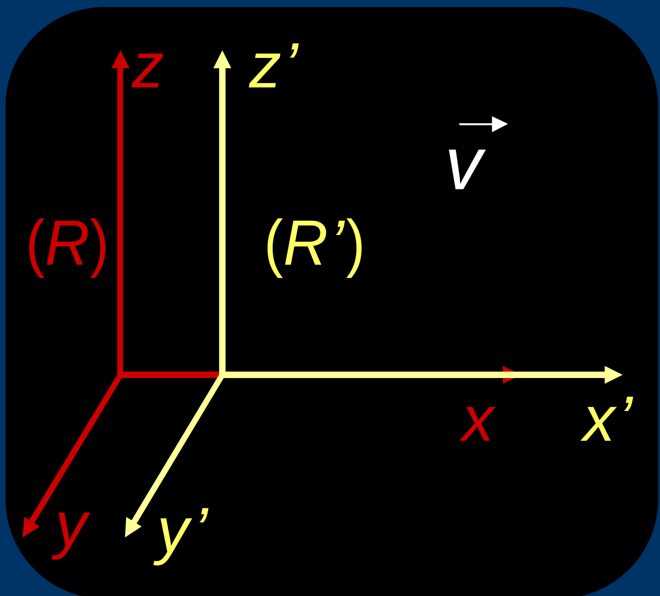
Dès le: **XVII$^{\text{ième}}$**

À la fin **IXX$^{\text{ième}}$** 2 Rôles

1 → Support : Propagation des ondes électromagnétiques

2 → Repère Absolu (R)

Où les lois de l'électromagnétisme sont valables

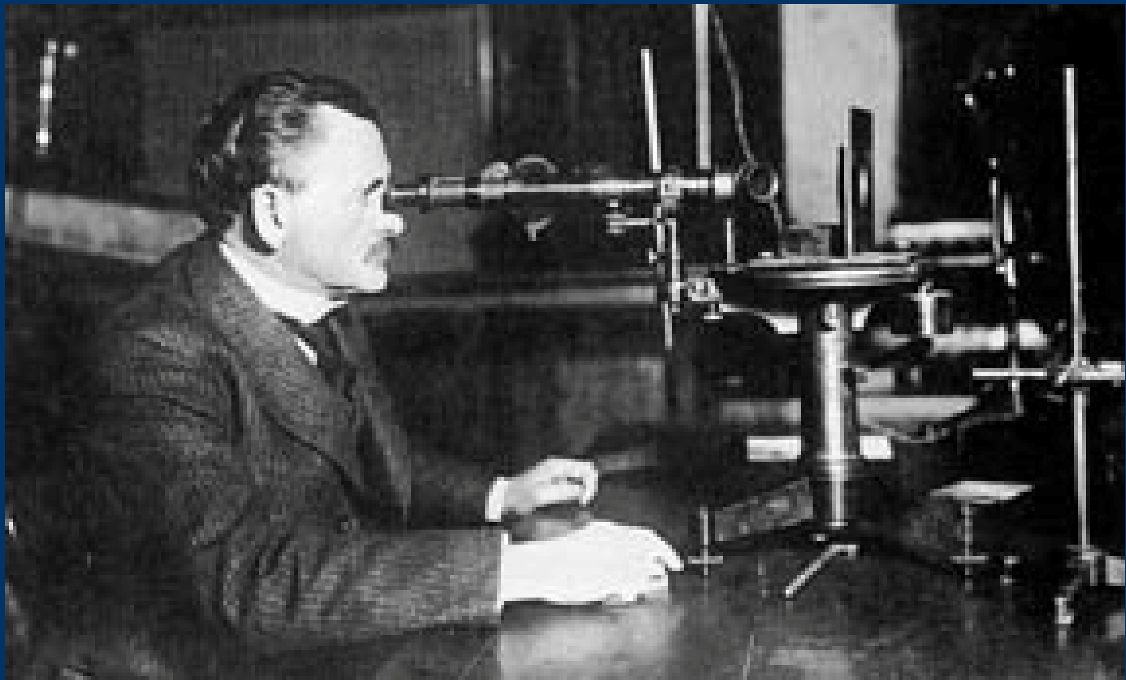


Pour passer de **(R)** à **(R ')**

Transformation de Galilée

Expériences de Michelson & Morley

But : ***Mise en évidence de la vitesse de la Terre / R***



Michelson et son interféromètre

1887

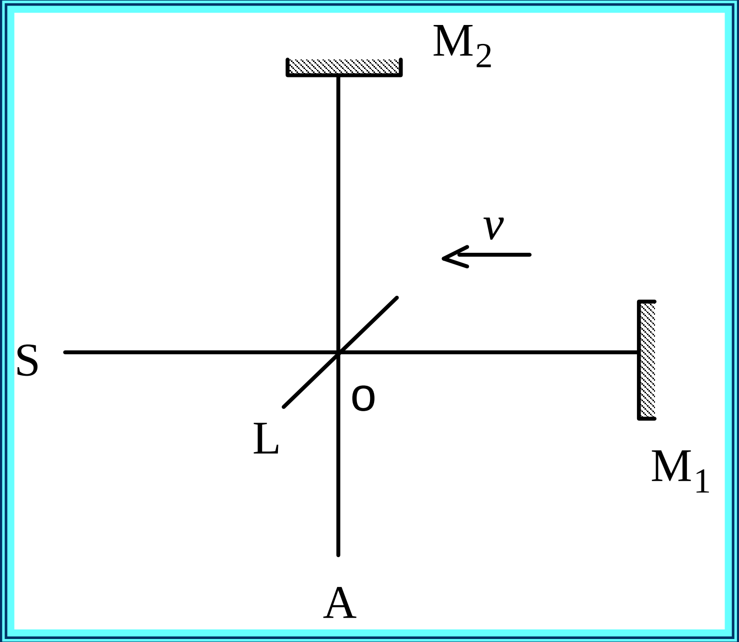
↓

Echec

N.B. Michelson a construit un autre dispositif en 1887

Pour expliquer cet échec, Fitzgerald & Lorentz supposent une contraction de la longueur d'un des bras de l'interféromètre

Exercice



Un interféromètre de Michelson est placé de façon que l'un des bras soit disposé dans la direction du mouvement annuel de la terre qui se déplace sur son orbite à la vitesse v = 30 Km/s.
L'un des miroirs est incliné d'un petit angle α de façon à obtenir des franges d'interférence données par un coin d'air. Les deux bras sont égaux

$OM_1 = OM_2 = 10$ mètres,

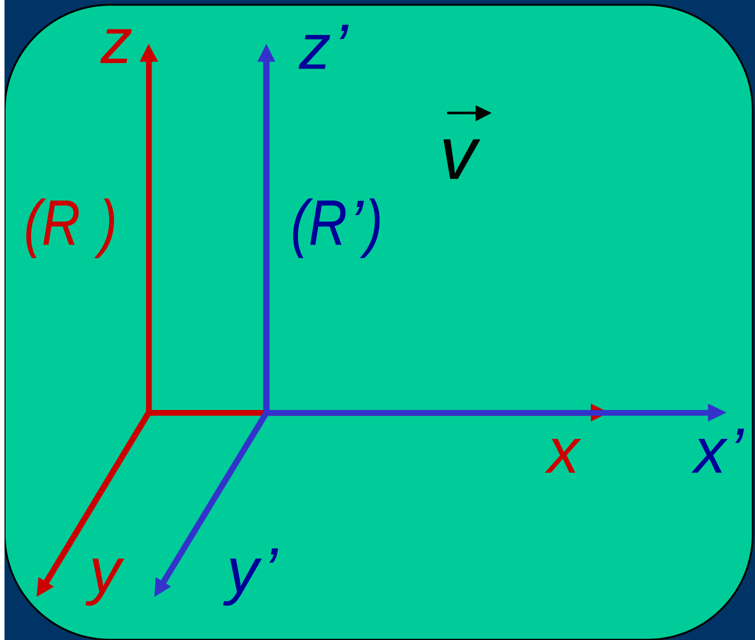
et la source émet une lumière monochromatique :

$\lambda = 0{,}56\ \mu$

1°) En appliquant la transformation de Galilée (loi d'addition des vitesses) calculer le temps t_1 mis par la lumière pour effectuer le trajet "aller-retour" OM_1O, et celui t_2 pour parcourir OM_2O.
En déduire la différence de marche: $\delta = c\,(t_1 - t_2)$ entre les deux rayons ($v \ll c$)

2°) L'appareil, étant placé sur un bac rempli de mercure, on lui fait subir une rotation de $\pi/2$. Calculer la variation de l'ordre d'interférence Δp qu'auraient dû obtenir Michelson et Morley au point d'observation A. L'appareil est sensible au centième d'interfrange. $c = 3.\ 10^{8}$

1904 : *La Transformation de Lorentz* de Lorentz



Lorentz procède en 2 étapes:

1°) *Il fait une transformation de Galilée:*

$$x'' = x - v.t \qquad t'' = t$$

2°) *Il fait un changement de variables pour établir relations entre les grandeurs électromagnétiques dans (R) et (R')*

Avec:

Temps local : Concept mathématique

Contraction des longueurs : Phénomène physique

$$x' = \gamma\, l\, x'' \qquad y' = l\, y'' \qquad z' = l\, z''$$

$$t' = \frac{l}{\gamma}\, t'' - \gamma\, l\, \frac{v}{c^2}\, x''$$

l* : fonction de *v

Cette transformation conserve 3 équations de Maxwell

Mais pas

div D $= \rho$

1905

La Théorie de Poincaré

1905

La Relativité Restreinte

Poincaré **a 51 ans, célèbre**

"Sur la dynamique de l'électron"

le 5 juin 1905 aux C.R.A.S

le 8 juillet 1905 au

Rendiconti del circolo matematico di Palermo

Henry Poincaré

1854-1912

25
25

LA SCIENCE et L'HYPOTHESE

1902

1°) *Il n'y a pas d' Espace Absolu ni de Temps Absolu*

2°) *Il n'y a pas de simultanéité de 2 événements qui se produisent sur des théâtres différents*

Conférence de Saint Louis USA
The principles of Mathématical Physics

1904

1°) *c est une vitesse limite impossible à atteindre*

2°) *Principe de Relativité*

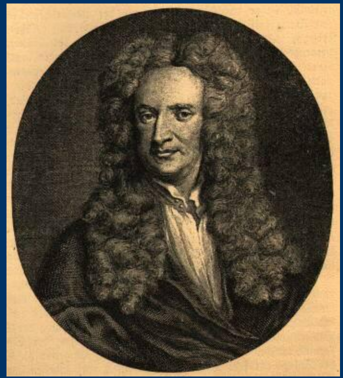
Première fois

Les lois de la Physique doivent être les mêmes

soit pour un observateur fixe

soit pour un observateur en mouvement de translation uniforme

Comparaison



1686

L'espace absolu ,sans relation aux choses extérieures, demeure similaire & immoblie

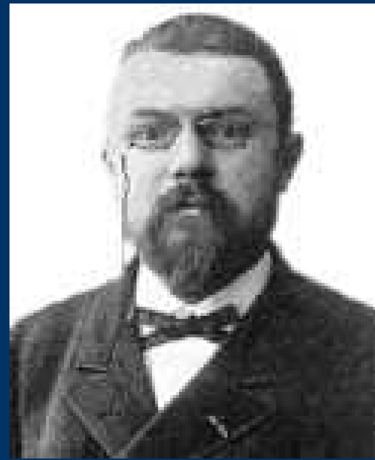
Le temps absolu vrai & math sans relation à rien d'extérieur coule uniformément

simultanéité

Action à v = ∞

Principes Mathématiques de la philosophie naturelle 1686

1904



Il n'y a pas d'espace absolu

Il n'y a pas de temps absolu

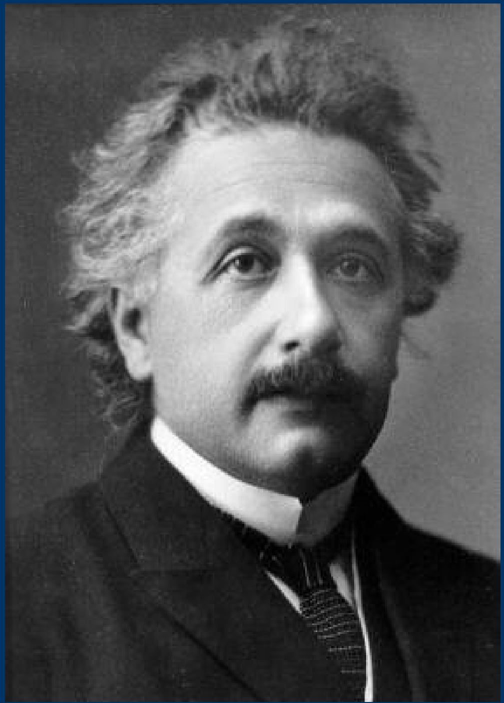
Il n'y a pas de simultanéité de 2 événements qui se produisent sur des théâtres différents

c est une vitesse limite impossible à atteindre

Théorie d ' Einstein

En : 1905

***Einstein* avait 26 ans, inconnu**



Albert Einstein

.1879-1955

Avant ***quelques Travaux* :** **En Thermodynamique**

Annus Mirabilis

6 Articles dont *:*

Effet photoélectrique
Mouvement Brownien
***Relativité Restreinte* (1)**

(1) Zur Electrodynamik bewegter Körper (juin 1905) An. der Physik

Sur l'électrodynamique des corps en mouvement

But **: Construire une ''** ***Nouvelle Théorie*** **'' pour expliquer tous les phénomènes que les théories classiques de la mécanique & l'électromagnétisme ne pouvaient interpréter**

Les Postulats

1905

1°) ***Principe de Relativité:***

Les lois de l'électrodynamique et de l'optique s'appliquent dans tous les systèmes de référence pour lesquels les lois de la mécanique s'appliquent **(1)**

2°) ***La vitesse de la lumière :***

La lumière se propage toujours dans le vide à une vitesse définie ***c*** ***qui est indépendante du mouvement de la source qui l'émet*** **(1)**

Ces 2 postulats suffisent pour construire une théorie simple qui ne fait appel **(1)**

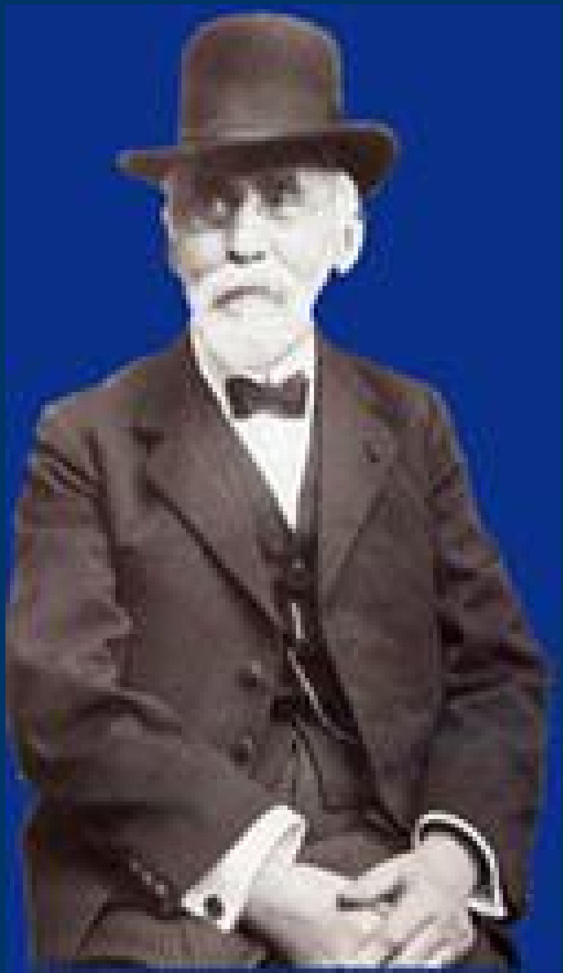
ni au concept d' *'' Ether lumineux ''*
ni au concept de repos absolu

(1) Electrodynamique des corps en mouvement (juin 1905)

Reprenons le cours

Après 1905

II. La transformation de Lorentz



Hendrik Lorentz 1853-1953

La transformation de Lorentz est donnée par Poincaré le 5 juin 1905

C'est Poincaré qui l'a appelée ainsi

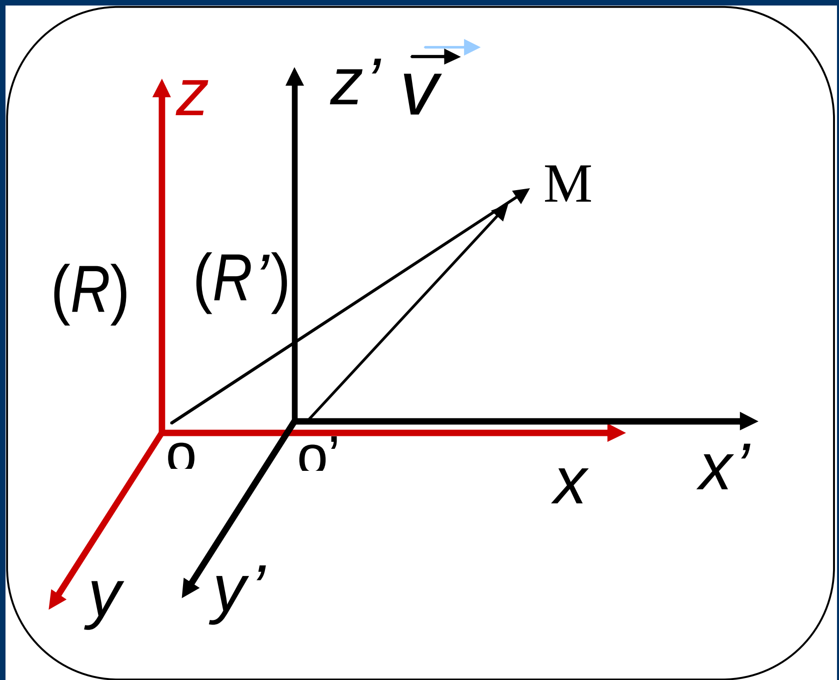
On la retrouve dans l'article d'Einstein du 27 juin 1905

La démonstration qui suit est donnée par Einstein en 1907.

On trouvera en Annexe III une démonstration plus générale .

Transformation de Lorentz

Transformation spéciale



$\overrightarrow{o'x'}$ glisse le long de $\overrightarrow{ox}$

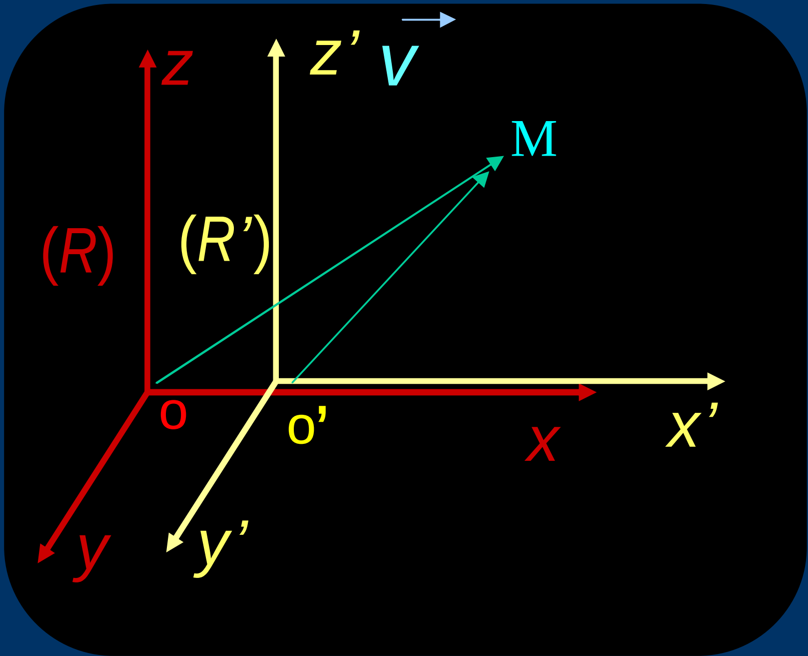
à la vitesse constante

$\vec{V}$

Soient 2 *repères d'inertie* (R) et (R') :

On suppose que la *vitesse de la lumière reste constante* $= c$ dans (R) et (R') : Deuxième postulat

A : $\boxed{t = t' = 0}$ → O et O' sont *confondus*,



A cet instant *un éclair lumineux* est émis de O, ou de O ' (les 2 points coïncident)

L'observateur **O,** lié à (R), note que, au bout d'un temps t, la *lumière a atteint* $M(x,y,z)$:

$$OM = r = ct \rightarrow OM^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$$

L'observateur **O',** lié à (R'), note que, au bout de t' :

$$O'M' = r' = ct' \rightarrow O'M^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

D'autre part, on a : $y' = y$ $z' = z$

et $\boxed{OO' = vt}$

x' est une ***fonction linéaire*** de x et de t

Propriété de L'espace

$$\boxed{x' = \gamma x + \lambda t}$$

γ et λ ***constantes***

L'abscisse de **O'** est : $\begin{cases} x' = 0 & \text{dans } (R') \\ x = v\,t & \text{dans } (R) \end{cases}$

$$0 = \gamma v t + \lambda t \longrightarrow \lambda = -\gamma v$$

$\boxed{x' = \gamma (x - v t)}$ **de même** $\boxed{t' = a (t - b x)}$

γ , a et b : constantes à déterminer

On a: $$O'M^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

avec $$x' = \gamma\,(x - v\,t)$$ et $$t' = a\,(t - b\,x)$$

$$\Rightarrow \quad \gamma^2 (x - v\,t)^2 + y^2 + z^2 = c^2 a^2 (t - b\,x)^2$$

$$\left(\gamma^2 - c^2 a^2 b^2\right) x^2 + y^2 + z^2 - 2\left(\gamma^2 v - c^2 a^2 b\right) x\,t = \left(c^2 a^2 - \gamma^2 v^2\right) t^2$$

avec $$OM^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma^2 - c^2 a^2 b^2 = 1 \\ \gamma^2 v - c^2 a^2 b = 0 \\ c^2 a^2 - \gamma^2 v^2 = c^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad a = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \qquad b = \frac{v}{c^2}$$

D'où

la Transformation de Lorentz

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - \beta\, ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ ct' = \gamma\,(ct - \beta\, x) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{v}{c} \\ \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \end{cases}$$

Transformation inverse:

On change v en $-v$ $\Rightarrow$

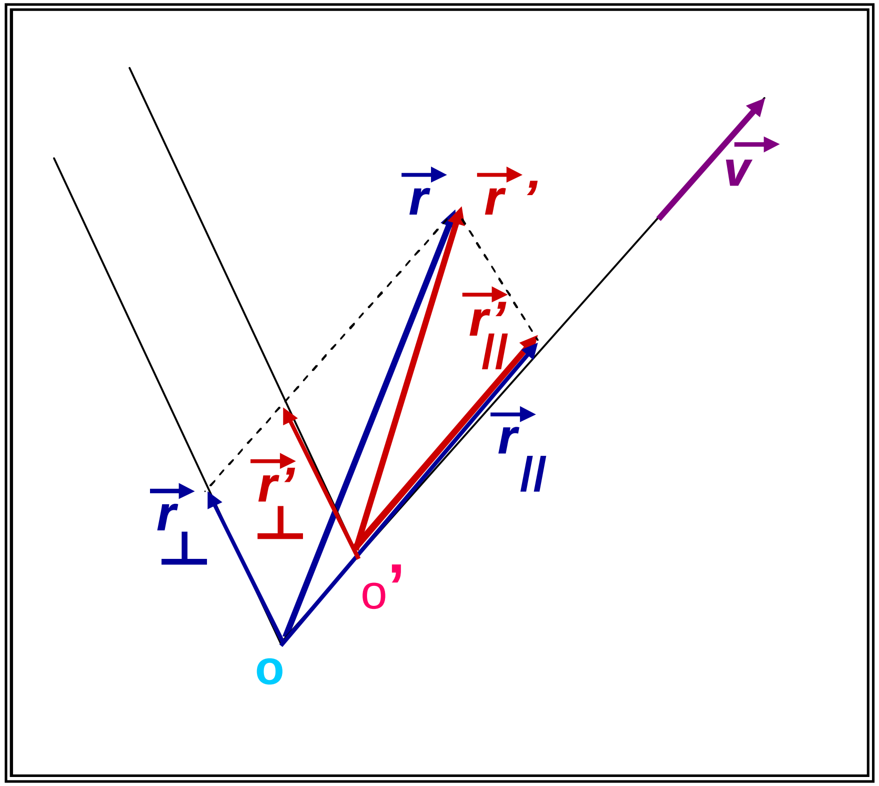
$$\begin{cases} x = \gamma\,(x' + \beta\, ct') \\ y = y' \\ z = z' \\ ct = \gamma\,(ct' + \beta\, x') \end{cases}$$

Transformation de Lorentz

Cas général

Transformation de Lorentz: cas général

La direction de $\vec{v}$ est quelconque



On décompose $\vec{r}$ { dans la direction de $\vec{v}$ → $\vec{r}_{//}$; perpendiculaire à $\vec{v}$ → $\vec{r}_{\perp}$ }

$$\vec{r} = \vec{r}_{//} + \vec{r}_{\perp} \qquad (1)$$

☛ ***Transformation*** dans la direction de $\vec{v}$

$$\vec{r}\,'_{//} = \gamma\left(\vec{r}_{//} - \vec{v}\,t\right) \qquad (2)$$

On ajoute et on retranche $\vec{r}_{//}$ ➞ $\vec{r}\,'_{//} = \vec{r}_{//} + (\gamma - 1)\,\vec{r}_{//} - \gamma\,\vec{v}\,t \qquad (3)$

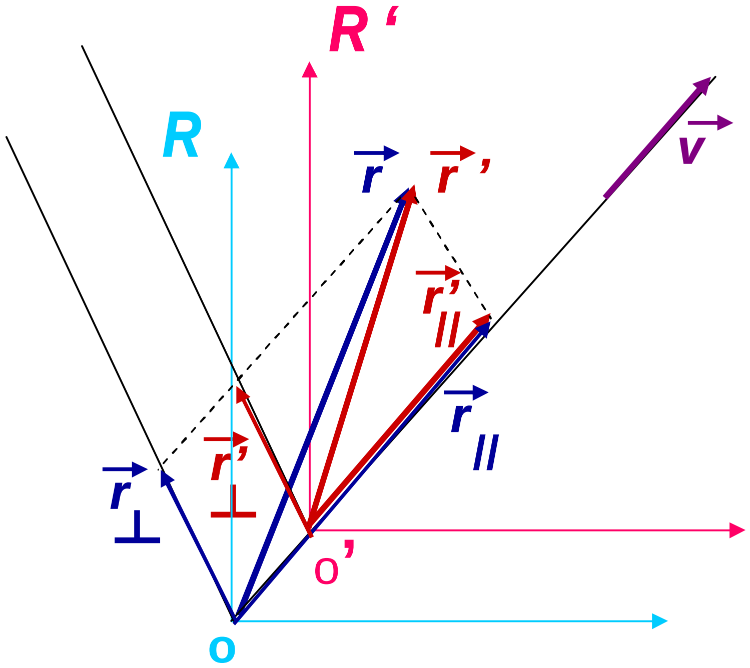
☛ ***Transformation*** dans la direction $\perp$ **à** $\vec{v}$

Pas de changement

$$\vec{r}\,'_{\perp} = \vec{r}_{\perp} \qquad (4)$$

3 & 4 $\Longrightarrow$ $$\vec{r}' = \vec{r} + (\gamma - 1)\,\vec{r}_{//} - \gamma\,\vec{v}\,t$$

Transformation **du temps** $$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}\,r_{//}\right)$$



Avec: $$\vec{r}_{//} = \frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{v^2}\,\vec{v}$$

On obtient:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{r}\,' &= \vec{r} + (\gamma - 1)\,\frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{v^2}\,\vec{v} - \gamma\,\vec{v}\,t \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{c^2}\right) \end{aligned}}$$

Expression des équations générales de Lorentz

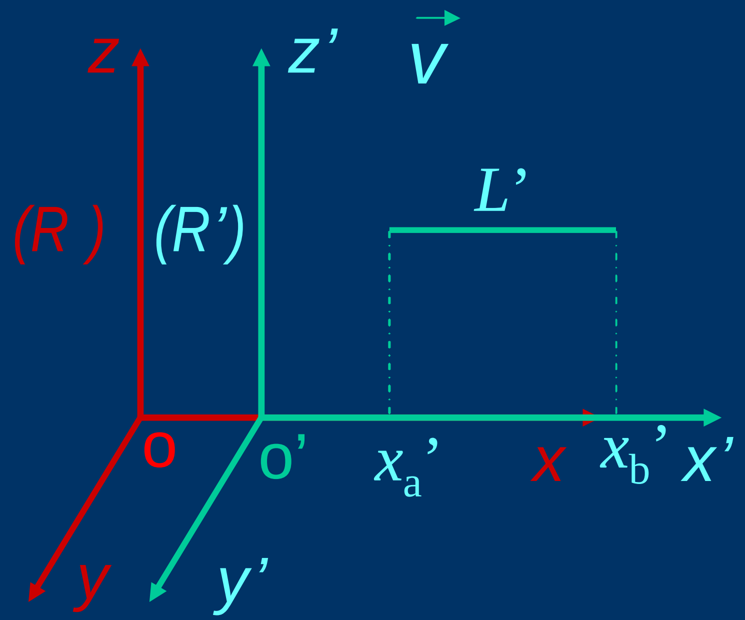
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{r}' &= \vec{r} + (\gamma - 1)\frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{v^2}\vec{v} - \gamma\,\vec{v}\,t\\ t' &= \gamma\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)\end{aligned}}$$

dans 3 axes $\vec{ox}$, $\vec{oy}$, $\vec{oz}$

$$\left\{\begin{aligned}
x' &= x + (\gamma - 1)\frac{xV_x + yV_y + zV_z}{V^2}V_x - \gamma V_x t\\
y' &= y + (\gamma - 1)\frac{xV_x + yV_y + zV_z}{V^2}V_y - \gamma V_y t\\
z' &= z + (\gamma - 1)\frac{xV_x + yV_y + zV_z}{V^2}V_z - \gamma V_z t\\
t' &= \gamma\left(t - \frac{xV_x + yV_y + zV_z}{c^2}\right)
\end{aligned}\right.$$

I I I. Conséquences de la T. L.

III. 1. Contraction des longueurs



La règle L' est **immobile** dans (*R*')
L'observateur O' mesure:

$$L' = x_b' - x_a'$$

Dans (*R*) L'observateur O mesure les coord. x_a et x_b , **au même temps** t :

$$L = x_b - x_a$$

$$x'_a = \frac{x_a - v\ t}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x'_b = \frac{x_b - v\ t}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Rightarrow \quad x'_b - x'_a = \frac{x_b - x_a}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\boldsymbol{L < L'}$$

La règle en mouvement est plus courte

Ce phénomène est bien illustré par le physicien Gamow qui décrit les aventures de Mr Tompkins dans un monde imaginaire où la vitesse de la lumière est de 15 Km/H :

" Un cycliste roulait lentement et, à son approche, les yeux de Mr Tompkins s'écarquillèrent d'étonnement.

Car la bicyclette et le jeune homme qui la montait étaient incroyablement aplatis dans la direction de leur mouvement.

Mr Tompkins emprunta une bicyclette et s'élança dans la rue. Il comptait se trouver immédiatement aplati..

Mais, à sa grande surprise, rien n'arriva, ni à lui , ni à sa bicyclette. Par contre les rues devinrent plus courtes, les devantures des boutiques se mirent à ressembler à des fentes étroites

Ah s'exclama Mr Tompkins, je comprends le truc, c'est de là que vient le mot relativité.

Tout ce qui est mobile par rapport à moi devient plus petit que moi, peu importe qui fait tourner les pédales."

III. 2. Dilatation du temps

Considérons deux événements qui se produisent, *au même endroit*, en x' dans le repère (R') , en mouvement par rapport à (R) , à la vitesse $\vec{v}$

Pour l'observateur O' l'intervalle entre les 2 événements , qui ont lieu en x' à t'_a et t'_b , est:

$$T' = t'_b - t'_a$$

Pour l'observateur O placé dans (R), cet intervalle devient:

$$T = t_b - t_a$$

La transformation de Lorentz permet d'écrire:

$$\boxed{t_a = \frac{t'_a + \beta \frac{x'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{t_b = \frac{t'_b + \beta \frac{x'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

Par soustraction

$$T = t_b - t_a = \frac{t'_b - t'_a}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \Longrightarrow T > T'$$

Le Paradoxe des Jumeaux

<u>Exercice</u> I. 3. Ali et Omar sont deux jumeaux.
A l'âge de 20 ans Omar décide d'effectuer un voyage dans l'espace à bord d'une fusée qui se déplace à une vitesse constante $V = 0,97\ c$.
Il quitte son frère, se déplace en ligne droite, effectue un demi tour, et revient sur terre. Il retrouve Ali âgé de 30 ans.
Quel est l'age d'Omar?
On négligera les phases d'accélération et de décélération de la fusée

Solution; Ali se trouve dans le repère (R) lié à la Terre.

A l'aller Omar est dans un repère (R'_1) qui se déplace à la vitesse $+V$ par rapport à (R). Pour lui cette partie du voyage a duré

$$T_1' = T_1 \sqrt{1 - \beta^2}$$

T_1 est la durée mesurée par Ali dans le repère (R).

Au retour Omar se trouve dans un repère (R'_2) en mouvement par rapport à (R) à la vitesse $-V$. Pour Omar le retour aura duré:

$$T_2' = T_2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

T_2 : durée du retour mesuré dans (R). Pour Omar le voyage aura duré en tout:

$$T' = T_1' + T_2' = (T_1 + T_2)\sqrt{1 - \beta^2} \quad \Rightarrow \quad T' = T\sqrt{1 - \beta^2}$$

Avec $T = 10$ ans et $\beta = 0{,}97$ on obtient $\boldsymbol{T' = 2{,}4}$ **ans**
Lorsqu'ils se retrouveront Ali aura **30 ans** et Omar **22 ans et 5 mois.** Omar, qui s'est déplacé, a vieilli moins vite que son frère resté sur Terre.

Hamid **H** et Farida **F** ont 20 ans lorsqu'ils se marient

Dans (R) à $\boldsymbol{t}$ = 0 : **H** = 20 ans **F** = 20 ans

1 an plus tard, ils ont un Bébé **B**

Dans (R) à $\boldsymbol{t}$ = 1 : **H** = 21 ans **F** = 21 ans **B = 0 an**

1 an plus tard, Hamid **H** cosmonaute part en mission

Dans (R) à $\boldsymbol{t}$ = 2 : **H** = 22 ans **F** = 22 ans **B = 1 an**

Hamid **H** est dans une fusée qui se déplace à :
$v = 0{,}97\,c$. Il passe $T' = 12$ ans dans sa fusée et revient sur Terre.

Quel est l'âge de Hamid, Farida et Brahim au retour de la fusée ?

Le Paradoxe des Jumeaux

La théorie de la relativité rejette la notion de repère fixe. On peut alors faire le même raisonnement que dans le cas du cycliste et du piéton (§III.1) C'est Omar qui, à présent, voit son frère Ali s'éloigner à la vitesse $-V$ puis revenir à la vitesse $+V$.

n peut penser que, dans ces conditions, c'est Ali qui sera le plus jeune lorsque les deux frères se retrouvent.; ***tel est le paradoxe***.

En fait le problème ***n'est pas symétrique***

Effet de perspective

Il est impossible de mettre en évidence la dilatation du temps, qui résulte de la T.L, à l'aide d'avions ou de fusées, les vitesses étant trop faibles par rapport à *c*. *L'expérience doit porter sur des particules élémentaires.*

Expérience de Frish & Smith

1963

But

Mise en évidence de la dilatation du temps, à partir d'une expérience sur des muons.

Principe

la *durée de vie moyenne* de muons (mésons μ) produits dans l'atmosphère est calculée :

- lorsqu'ils sont en mouvement
- lorsqu'ils sont au repos

Le dispositif expérimental comporte 2 scintillateurs, *séparés par une hauteur de* 1907 *mètres, chacun est surmonté d'une couche de fer.*

Voir Annexe I

IV. Transformation des Vitesses

La vitesse de M a pour composantes :

dans (R)

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

$$V_y = \frac{dy}{dt}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt}$$

dans (R')

$$V'_{x'} = \frac{dx'}{dt'}$$

$$V'_{y'} = \frac{dy'}{dt'}$$

$$V'_{z'} = \frac{dz'}{dt'}$$

Avec la **T. L.**

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - \beta\, ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\,(ct - \beta\, x) \end{cases}$$

Après calculs:

$$V'_{x'} = \frac{V_x - v}{1 - \beta/c\, V_x}$$

$$V'_{y'} = \frac{V_y}{\gamma\,(1 - \beta/c V_x)}$$

$$V'_{z'} = \frac{V_z}{\gamma\,(1 - \beta/c V_x)}$$

Transformation inverse:

On change ***v*** en ***- v***

$$V_x = \frac{V'_{x'} + v}{1 + \beta/c\, V'_{x'}}$$

$$V_y = \frac{V'_{y'}}{\gamma\,(1 + \beta/c\, V'_{x'})}$$

$$V_z = \frac{V'_{z'}}{\gamma\,(1 + \beta/c\, V'_{x'})}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)}}$$

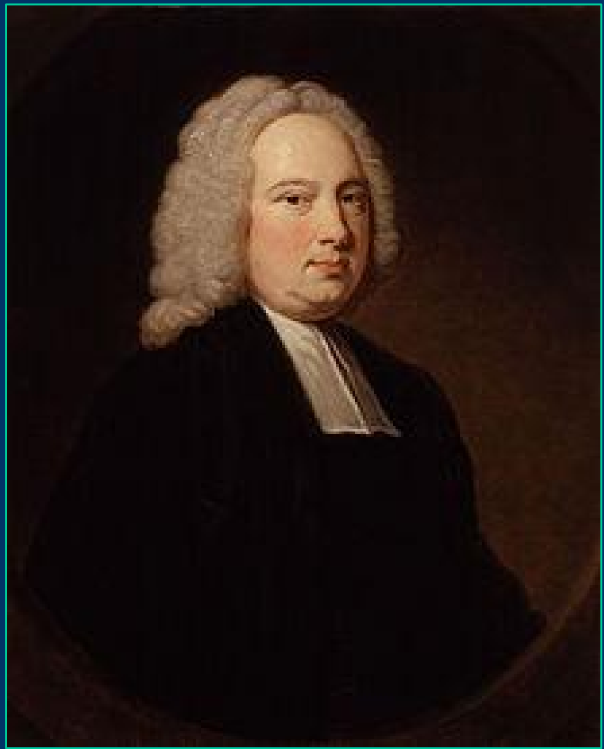
v << c

Transfo de Galilée

Cas où: $\vec{V}\,(c, 0, 0)$

V. Application: l'aberration de la lumière

Phénomène découvert par Bradley 1726



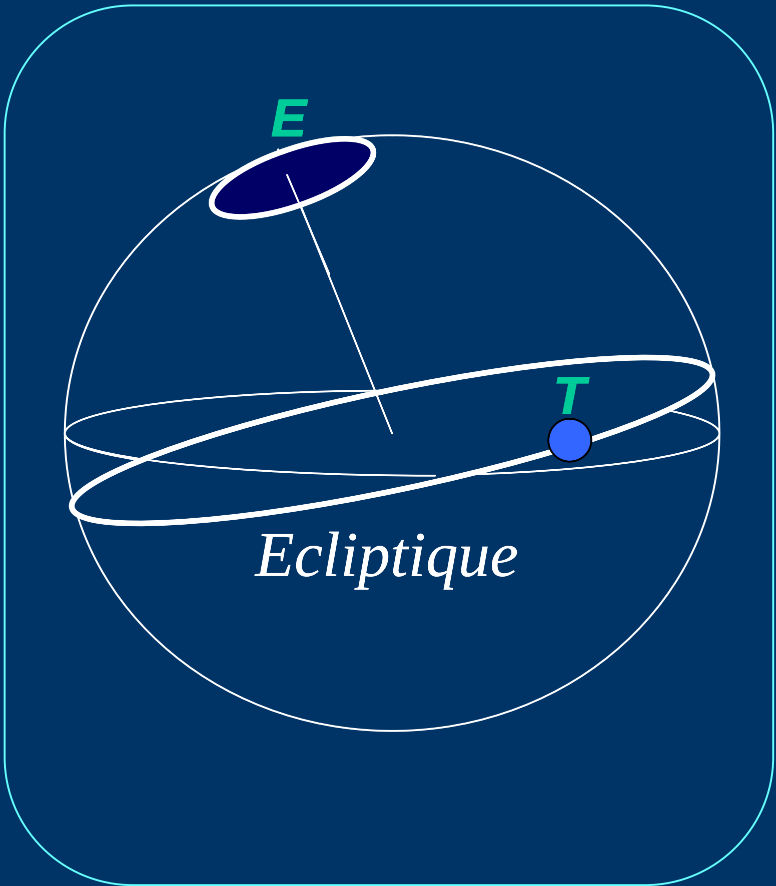
James BRADLEY

1693-1762

Aberration

Effet optique dû :

à la vitesse de l’observateur ***v***
& à la vitesse de la lumière ***c***



Si on observe, chaque soir, le passage supérieur d'une étoile au méridien du lieu , on constate que **l'étoile semble se déplacer** en décrivant , en un an , dans le ciel une **ellipse parallèle au plan de l'écliptique.**

Les observations ont montré que :

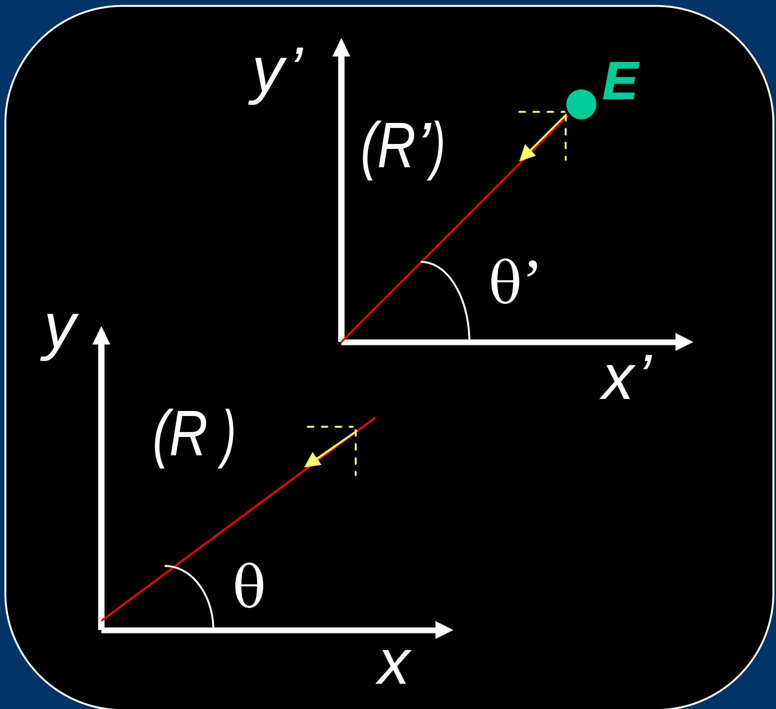
a = 20”49 : le même pour toutes ***E***

$b = a \sin \theta$

θ : latitude du l’étoile

L'observateur est lié à la Terre qui se déplace sur l'écliptique .
Mais nous allons considérer le ***mouvement apparent*** de l'étoile,
et lier l'observateur à un repère (R) et l'étoile à un repère (R')
en mouvement à la vitesse ***v*** par rapport à (R) .

On suppose que cette vitesse reste constante au cours d'une observation .



On suppose que le rayon lumineux émis par E est dans le plan $(o'x', o'y')$, et fait un angle θ' avec $o'x'$ dans (R')

Le rayon reçu par l'observateur O est dans le plan (ox, oy), et fait un angle θ avec ox dans (R')

Composantes de la vitesse du photon

Dans (R) $\begin{cases} V_x = -\, c \cos \theta \\ V_y = -\, c \sin \theta \end{cases}$

Dans (R ') $\begin{cases} V'_{x'} = -\, c \cos \theta' \\ V'_{y'} = -\, c \sin \theta' \end{cases}$

La transformation de Lorentz permet ,par exemple, d'exprimer $V'_{y'}$ en fonction de V_y

$$V'_{y'} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{\beta}{c} V_x} V_y \approx \frac{V_y}{1 - \frac{\beta}{c} V_x}$$

car $\beta^2 \# 0$

$$\sin\theta' = \frac{\sin\theta}{1 + \frac{V}{c}\cos\theta} \approx \sin\theta\left(1 - \frac{V}{c}\cos\theta\right)$$

sin *a* – sin *b* =

2 sin [(*a* – *b*)/2] cos [(*a* + *b*)/2]

$$\sin\theta - \sin\theta' = \frac{V}{c}\sin\theta\cos\theta$$

soit

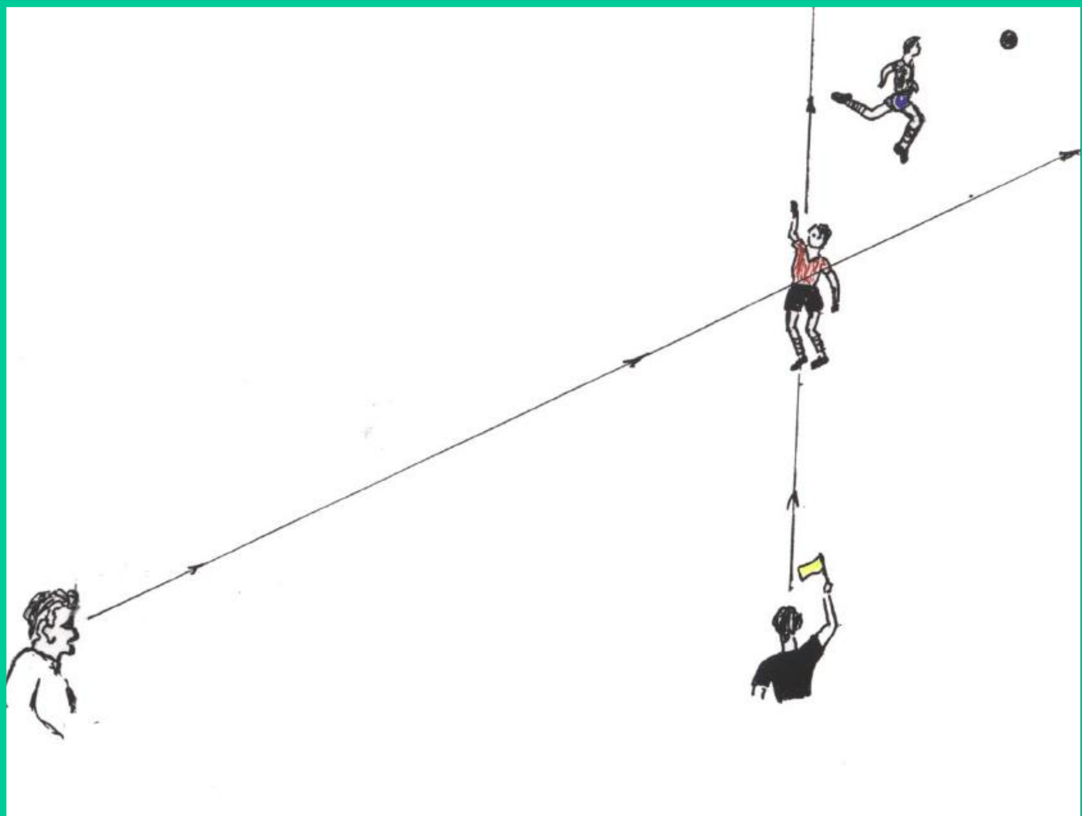
$$2\sin\left[\frac{\theta-\theta'}{2}\right]\cos\left[\frac{\theta+\theta'}{2}\right] = \frac{V}{c}\sin\theta\cos\theta$$

$\theta' \# \theta$

$$\left[\theta - \theta'\right]\cos\theta = \frac{V}{c}\sin\theta\cos\theta$$

$$|\Delta\theta| = \frac{V}{c}\sin\theta$$

En <u>Astronomie</u> : La réfraction, la parallaxe & l'aberration constituent , lors de l'observation d'un astre , 3 sources d'erreurs qu'il faut corriger



La Parallaxe

Annexe I

Dilatation du temps

Expérience de Frisch & Smith

Expérience sur des *muons* provenant de la haute atmosphère.

But

Sélectionner les muons en fonction de leurs vitesses

Compter ceux qui ont été retenus

Mesurer leur durée de vie.

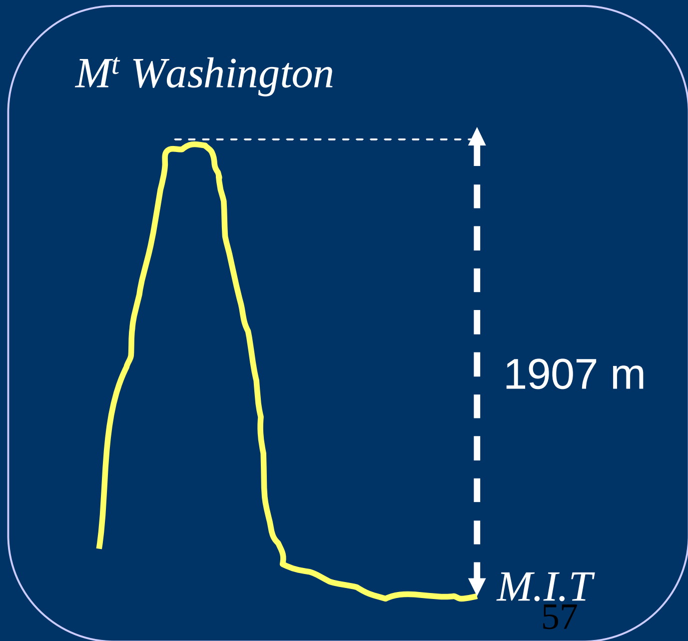
Afin de

↓

**Mettre en évidence
La dilatation du temps**

A cet effet un dispositif comportant un *scintillateur* est placé au sommet du Mont Washington (USA) et un *autre* au niveau de la mer au Massachusetts Institute of Technology (M.I.T à Boston) 1907 mètres plus bas.

Le flux de muons est le *même* aux latitudes des ces 2 lieux.



Le premier scintillateur est surmonté d'une couche de fer de : 75 cm d'épaisseur et le second recouvert de 45 cm de fer.

En effet 1907 mètres d'air correspondent à 30 cm de fer en ce qui concerne l'interaction muons-matière.

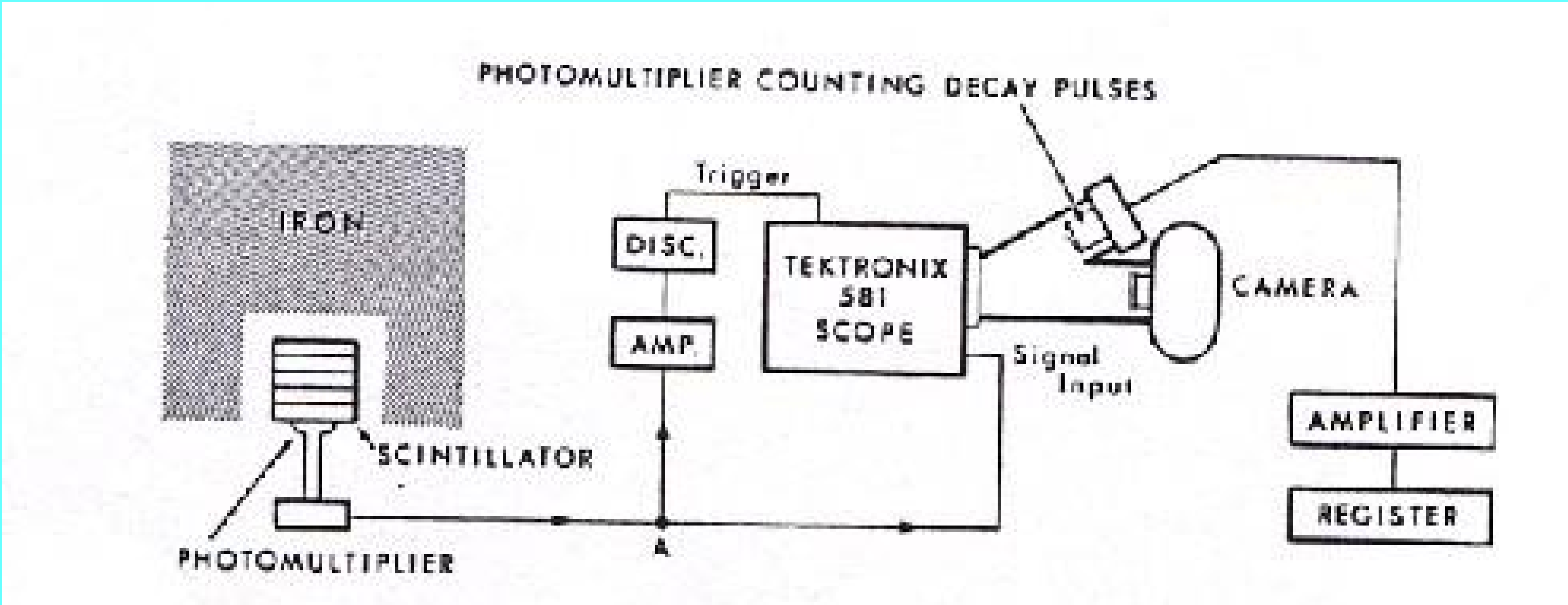
Les scintillateurs sont constitués de disques de *polystyrène dopé*.

Parmi les muons qui arrivent au niveau du 1ier scintillateur :

- une partie, $V < 0.9950\,c$, est *arrêtée* dans le fer et *se désintègre*,
- une autre, $V > 0.9954\,c$, *traverse* le scintillateur.

Les muons sélectionnés : $0.9950\,c < V < 0.9954\,c$,
sont arrêtés dans le scintillateur et finissent par se désintégrer.

Leur nombre est déterminé à l'aide du dispositif de la figure .



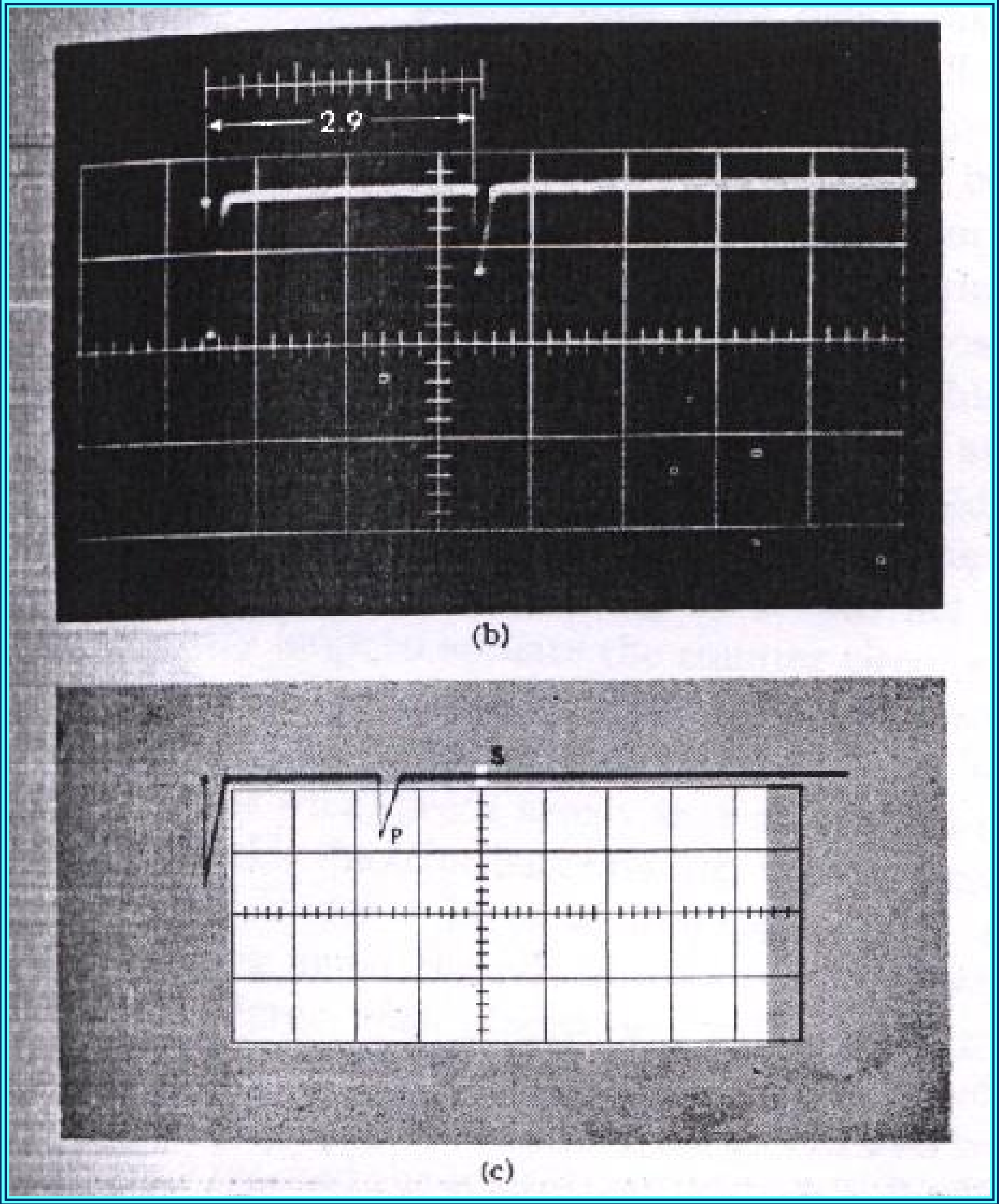
Pour avoir une distribution statistique *des durées de séjour des muons dans le scintillateur*, les deux physiciens ont relevé ces durées dans le cas d'un grand nombre de particules.

Ce dispositif a permis de ne relever que *les muons stoppés et désintégrés dans le scintillateur.*

La statistique de désintégration des particules montre que le nombre de muons décroît en fonction du temps selon la loi:

$$N(t) = N_0 \exp -\frac{t}{\tau}$$

Les résultats expérimentaux sont portés dans l'exercice suivant



L'arrivée d'un muon, dans le scintillateur, est repérée par une impulsion qui apparaît sur l'écran de l'oscilloscope.

Les muons stoppés se désintègrent, au bout Δt en produisant, chacun, une 2ème impulsion.

La figure montre les 2 signaux émis par l'*arrivée* et la *désintégration* d'un muon avec

Δt = 2.9 μs.

Exercice

La dénivellation entre le Mont Washington et le laboratoire du M.I.T est $h = 1907$ mètres,

les muons sélectionnés ont une vitesse comprise entre:

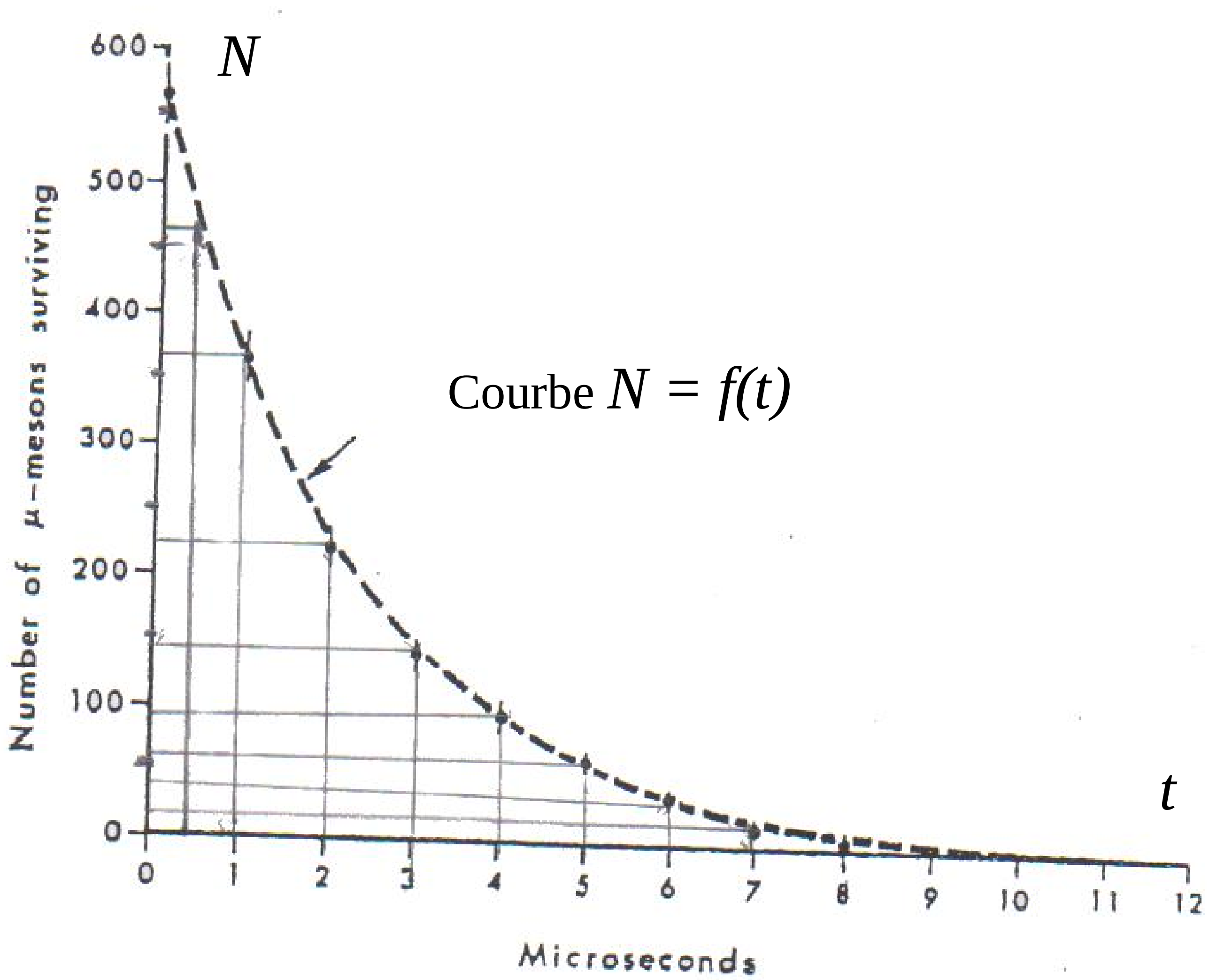
$0.9950\,c$ et $0.9954\,c$

$N_1 = 563 \pm 10$/heure et $N_2 = 408 \pm 9$/heure (l'expérience a été répétée 6 fois)

Calculer la durée de vie moyenne d'un muon en vol.

Frish et Smith ont compté le nombre de muons N encore présents dans le premier scintillateur au bout d'un certain temps t (ces particules sont à l'arrêt), ils ont obtenu la courbe représentative de la fonction $N = f(t)$ représentée sur la figure suivante..

A partir des valeurs numériques portées sur cette figure, trouver, par une méthode graphique la durée de vie moyenne d'un muon à l'arrêt. En déduire le facteur de dilatation du temps.


N
Courbe $N = f(t)$
t
600
500
400
300
200
100
0
Number of μ-mesons surviving
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Microseconds

Solution

1°) Durée de vie d'un muon en vol.

La décroissance du nombre de muons en fonction du temps est donné par la loi:

$$N(t) = N_0 \exp -\frac{t}{\tau} \longrightarrow t/\tau = \mathrm{Log}\,(No/N)$$

$t = h/V$ $\quad$ $h = 1907$ m, $\quad V = 0,9952 \,.\, 3\ 10^{8}$ m/s $\quad$ $t = 6,38\ \mu s$

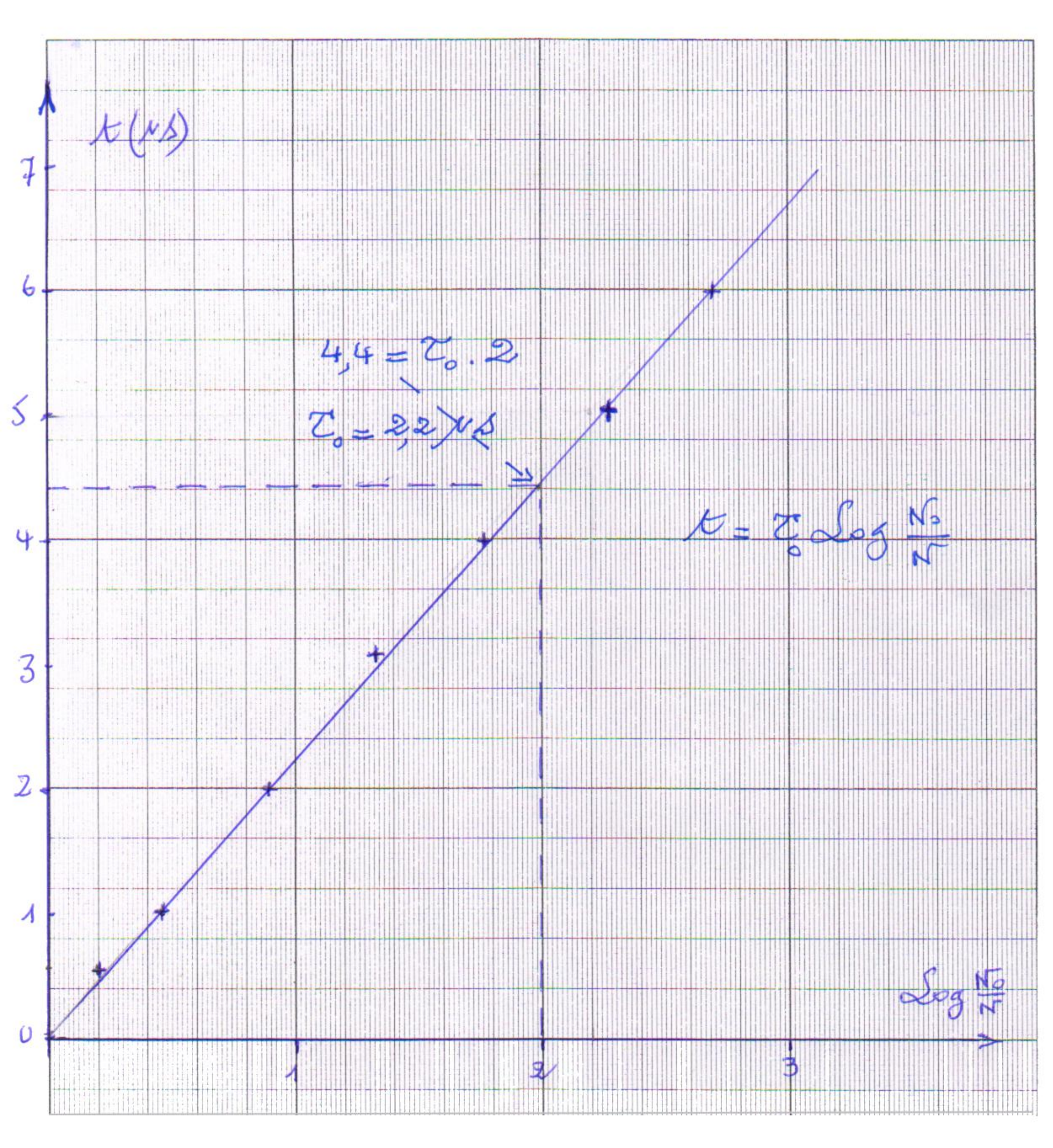
$\mathrm{Log}\,(563/408) = 0,32 \longrightarrow \tau = (6,38/0,32) = 20\ \mu\mathrm{s}$

la durée de vie moyenne d'un muon en vol est: $\tau = 20\ \mu\mathrm{s}$

2°) Durée de vie d'un muon à l'arret.

A partir des valeurs numériques portées sur la figure, on trace la droite:

$$t = \tau_0\, \mathrm{Log}\,(No/N)$$



La figure ci-contre représente la droite

$$\boxed{t = \tau_0 \, \mathrm{Log}\,(No/N)}$$

On obtient à partir de cette droite:

$$\boxed{\tau_0 = 2,2\ \mu s}$$

Le facteur de dilatation du temps est :

$$\gamma = \tau/\tau_0 = 20/2,2 = 9,1$$

La théorie donne :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)}}$$

$\beta = 0,9952 \quad \gamma = 10$

Annexe III

Transformation de Lorentz

Démonstration à partir des propriétés de l'espace-temps

Le 2ième postulat, sur lequel repose la théorie d'Einstein, est basé sur un ***phénomène électromagnétique*** :

l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide.

Mais alors pourquoi les propriétés de l'espace et du temps sont elles tributaires des seuls phénomènes électromagnétiques ?

D’après l’article de:

Jean Marc Lévy-Leblond : *One more dérivation of the Lorentz transformation*"
American Journal of Physics Vol. 44, N° 3, March 1976.

Levy Leblond postule 4 hypothèses.

Hypothèse 1: Principe de relativité

Il existe une infinité de classes de référentiels dans l'espace-temps qui sont physiquement équivalentes.

Transformation des coordonnées spatiotemporelles (x,t) d'un événement :

$$x' = F(x,t,a) \quad \text{et} \quad t' = G(x,t,a)$$

a est un paramètre qui intervient dans la transformation

Hypothèse 2: Propriétés de l'espace-temps

a) Homogénéité de l'espace-temps :

Dans le cas d'éléments infiniment petits la loi de transformation devient

$$dx' = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt \qquad \text{et} \qquad dt' = \frac{\partial G}{\partial x}dx + \frac{\partial G}{\partial t}dt$$

L'homogénéité de l'espace-temps entraîne la linéarité des transformations

$$x' = H(a)x - K(a)t \qquad \text{et} \qquad t' = L(a)t - M(a)x$$

Levy Leblond introduit le signe (-) pour des raisons pratiques,

En identifiant le paramètre a à la vitesse relative v de deux référentiels d'inertie, (R') par rapport à (R), il vient:

$$x' = \gamma(v)\left(x - vt\right) \qquad \text{et} \quad t' = \gamma(v)\left(\lambda(v)t - \mu(v)x\right)$$

$\gamma(v)$, $\lambda(v)$, $\mu(v)$ sont des fonctions de la vitesse.

Hypothèse 3: Structure de groupe de la transformation

a) Existence de l'dentité :

Si les deux référentiels coïncident lorsque $v = 0$,

on doit avoir : $\gamma(0) = 1$, $\lambda(0) = 1$, $\mu(0) = 0$

b) Existence de la transformation inverse

Celle-ci doit avoir la même forme que la transformation directe,
mais la vitesse est changée en (- v).

Après calculs, il vient:

$$x' = \gamma(v)\left(x - v\,t\right) \qquad t' = \gamma(v)\left(t - \mu(v)\,x\right)$$

avec

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v\,\mu(v)}}$$

Hypothèse 4: Principe de causalité.

a $\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\gamma(v) = 1}$

on obtient la transformation de Galilée.

b $\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\alpha < \beta}$

Le principe de causalité n'est pas respecté

c $\alpha = 0 \quad \rightarrow$ Le principe de causalité est respecté

α a la dimension de l'inverse du carré d'une vitesse,

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Fin

Chapitre 1 :