



Département de Génie Mécanique  
 L2 Energétique  
 Matière : **Math04**

**Série de TD N°01**

**Ex01:** Trouver les parties réelles et imaginaires, arguments et modules des nombres complexes suivants :

$$(1 + i\sqrt{3})^6, \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5, \frac{2+i}{1-i}, \frac{2i}{1+i}, \frac{1+\cos\theta+i\sin\theta}{1+\cos\theta-i\sin\theta}$$

**Ex02:** Trouver les points  $z$  du plan complexe vérifiant :

$$|z| = |z - i|, |\bar{z} - 4 + i| = 1, \operatorname{Re}(1 - z) < \frac{1}{2}$$

**Ex03:** 1. Trouver les solutions de l'équation  $z^4 = 1$ .  
 2. Calculer les racines cubiques de  $i$ .

**Ex04:** Résoudre l'équation  $z^3 = 1$  en utilisant la forme exponentielle.

2. On note  $j$  la solution complexe de partie imaginaire positive.

a) Vérifier que  $j^2$  est aussi solution.

b) Montrer que  $j^2 = \frac{1}{j} = \bar{j}$ .

c) Calculer  $1 + j + j^2$ .

**Ex05:** Soit  $z$  un nombre complexe vérifiant  $|z| = 1$ . Montrer que

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \operatorname{Im}(z) > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \operatorname{Im}(z) < 0 \end{cases}$$

**Ex06:** 1. Démontrer que

$$1 + e^{\frac{i\pi}{5}} + e^{\frac{i2\pi}{5}} + e^{\frac{i3\pi}{5}} + e^{\frac{i4\pi}{5}} = \frac{2}{1 - e^{\frac{i\pi}{5}}}$$

2. En déduire les valeurs des sommes

$$S = \sum_{k=0}^4 \cos\left(\frac{k\pi}{5}\right), \quad S' = \sum_{k=0}^4 \sin\left(\frac{k\pi}{5}\right),$$

**Ex07:** Trouver les lieux géométriques suivants :

1.  $|z - z_1| = |z - z_2|$
2.  $\operatorname{Re}(z) \geq c$  et  $\operatorname{Im}(z) < c$
3.  $0 < \operatorname{Re}(iz) < 1$
4.  $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) < 1$
5.  $|z - 2i| \leq 3$
6.  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = c$  et  $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = c$
7.  $z = t^2 + it^4, t \in \mathbb{R}$
8.  $z = \frac{1}{1+it}, t \in \mathbb{R}$