

PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
MOHAMED BOUDIAF UNIVERSITY OF M'SILA

Technology Faculty Department of Mechanical Engineering Licence (L2)
 University year : 2019/2020 Date : October 15,2020 (08:30-09:30)
 Module : Numerical Methods (Math 05)

NORMAL SESSION EXAM

Exercice N°01 :

Soit $f(x) = 2x^3 - x - 5$.

1. Montrer que la fonction f s'annule dans l'intervalle $[1; 2]$.	Points
Réponse 1.1 :	03 Pts
.....	
.....	
.....	
.....	
2. En utilisant la méthode de Dichotomie dans l'intervalle $[1; 2]$ avec une précision de 10^{-2}.	
- Calculer le nombre d'itérations.	
Réponse 1.2 :	03 Pts
.....	
.....	
.....	
.....	

Exercice N°02 :

On veut donner une approximation de la solution de l'équation suivante : $\ln(x) + x = 0$

1. Montrer qu'il n'ya qu'une solution $x_0 \in \mathbb{R}^+$ puis appliquer la méthode de Newton sur l'intervalle $[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}]$ pour les cinq premières itérations. (Utiliser 12 décimales exactes)	Points
Réponse 2.1 :	14 Pts
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Module manager : Dr Djerad Abdelkader

CORRECTED TYPE (NORMAL SESSION EXAM)

Exercice N°01 :

Soit $f(x) = 2x^3 - x - 5$.

1. Montrer que la fonction f s'annule dans l'intervalle $[1; 2]$.	Points
Réponse 1.1 :	
Soit $f(x) = 2x^3 - x - 5$. Sur l'intervalle $[1; 2]$ on a une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$	01
Sur l'intervalle $[1; 2]$ on a : $f'(x) = 6x^2 - 1 > 0$ et $f(1) = -4 < 0$, $f(2) = 9 > 0$	01
D'après théorème des valeurs intermédiaires il existe un unique $c \in]1; 2[$ tel que $f(c) = 0$	01
2. En utilisant la méthode de Dichotomie dans l'intervalle $[1; 2]$ avec une précision de 10^{-2}	
- Calculer le nombre d'itérations n .	
Réponse 1.2 :	
En appliquant la méthode de dichotomie avec une précision $\epsilon = 10^{-2}$ sur $[1; 2]$.	
On calcule d'abord le nombre d'itération. On sait que : $n = \left\lceil \frac{\ln\left(\frac{b-a}{\epsilon}\right)}{\ln 2} \right\rceil + 1$	02
avec $a = 1$ et $b = 2$. On obtient : $n = 6 + 1 = 7$	01

Exercice N°02 :

On veut donner une approximation de la solution de l'équation suivante : $\ln(x) + x = 0$

Montrer qu'il n'y a qu'une solution $x_0 \in \mathbb{R}^+$ puis appliquer la méthode de Newton sur l'intervalle $[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}]$ pour les cinq premières itérations. (Utiliser 12 décimales exactes)	Points
Réponse 2.1 :	
La fonction $f(x) = x + \ln(x)$ est définie, continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$ et :	01
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Par le théorème des valeurs intermédiaires	02
Il existe un unique $c \in \mathbb{R}_+^*$ tel que : $f(c) = 0$.	01
Appliquons la méthode de Newton sur $I = [\frac{1}{2}; \frac{3}{4}]$ La suite de Newton :	
$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n + \ln(x_n)}{1 + \frac{1}{x_n}} = \frac{x_n(1 + \ln(x_n))}{1 + x_n}$	02
Avec $x_0 = \frac{1}{2}$ on obtient :	02
$x_1 \simeq 0,56438239352$;	01
$x_2 \simeq 0,567138987716$;	01
$x_3 \simeq 0,567143290399$;	01
$x_4 \simeq 0,567143290410$;	01
$x_5 \simeq 0,5671432904098 \simeq 0,567143290410$.	01
On remarque que on a 10 décimales exactes avec x_5 :	01

Module manager : Dr Djerad Abdelkader