PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
MOHAMED BOUDIAF UNIVERSITY OF M'SILA

Technology Faculty Department of Mechanical Engineering Master (M1)
University year : 2019/2020
Option: Energetic Module : Finite Volume Method (FVM)

CORRECTED TYPE (NORMAL SESSION EXAM)

Exercice :

.

(Probleme de Diffusion Stationaire Unidimensionnelle sans Terme Source.)
Soit l'équation qui régit le transfert de challeur par conduction pour un état stationnaire unidimensionnel est :

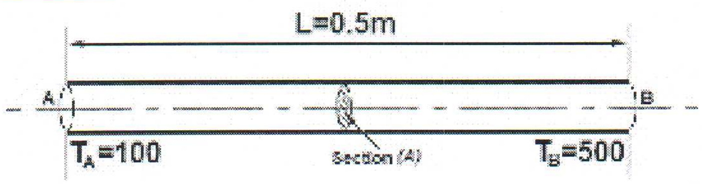
$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) + S = 0. \tag{1}$$

k : La conductivité thermique.
T : La température.
Considérons la conduction de la chaleur dans un tige isolée de longueur de 0.5 m et de section $10 \text{x} 10^{-3} m^2$ dont les extrémité sont maintenues à des températures constantes de $100^{\circ} C$ et $500^{\circ} C$ respectivement avec une conductivité de 1000W/m.K.

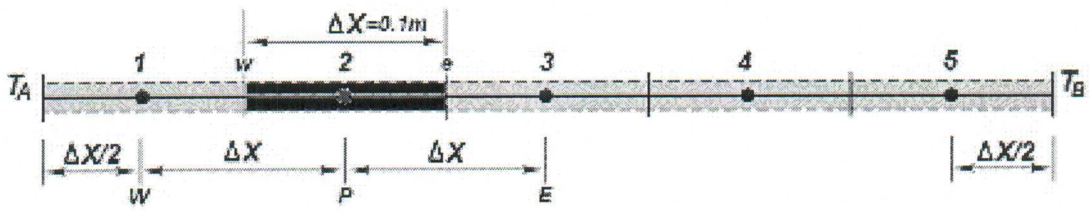
1.Trouver la solution de l'équation (1) avec la MVF en divisons la longueur de la tigue en cinq volumes de controles égaux.

.

Réponce :



Divisons la longueur de la tige en cinq volumes de controle égaux, comme suit :



.
.
.
.

-Traitement du noeud 01 (4pts)

$kA\left(\frac{T_E-T_P}{\delta x}\right)-kA\left(\frac{T_P-T_A}{\delta x/2}\right)=0$ $\quad$ $\left(\frac{k}{\delta x}A+\frac{2k}{\delta x}A\right)T_p=0.T_W+\left(\frac{k}{\delta x}A\right)T_E+\left(\frac{2k}{\delta x}A\right)T_A$

$a_PT_P=a_WT_W+a_ET_E+S_u$

a_W	a_E	a_P	S_P	S_u
0	$\frac{kA}{\delta x}$	$a_W+a_E-S_P$	$-\frac{2kA}{\delta x}$	$\frac{2kA}{\delta x}T_A$

-Traitement du noeud 05 (4pts)

$kA\left(\frac{T_B-T_P}{\delta x/2}\right)-kA\left(\frac{T_P-T_W}{\delta x}\right)=0$ $\quad$ $\left(\frac{k}{\delta x}A+\frac{2k}{\delta x}A\right)T_p=\left(\frac{k}{\delta x}A\right)T_W+0.T_E+\left(\frac{2k}{\delta x}A\right)T_B$

$a_PT_P=a_WT_W+a_ET_E+S_u$

a_W	a_E	a_P	S_P	S_u
$\frac{kA}{\delta x}$	0	$a_W+a_E-S_P$	$-\frac{2kA}{\delta x}$	$\frac{2kA}{\delta x}T_B$

-Récapitulatif : **(3pts)**

noeud	a_W	a_E	S_u	S_P	$a_P=a_W+a_E-S_P$
1	0	100	$200T_A$	-200	300
2	100	100	0	0	200
3	100	100	0	0	200
4	100	100	0	0	200
5	100	0	$200T_B$	-200	300

Elaboration du système d'équation : **(3pts)**

$300T_1=100T_2+200T_A$
$300T_2=100T_1+200T_3$
$300T_3=100T_2+200T_4$
$300T_4=100T_3+200T_5$
$300T_5=100T_4+200T_B$

$$\begin{bmatrix}300&-100&0&0&0\\-100&200&-100&0&0\\0&-100&200&-100&0\\0&0&-100&200&-100\\0&0&0&-100&300\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\\T_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}200T_A\\0\\0\\0\\200T_B\end{bmatrix}$$ ....**(3pts)**

En utilisant une méthode de résolution de ce système (élimination de Gauss) on aura la solution suivante :

$$\begin{bmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\\T_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}140\\220\\300\\380\\460\end{bmatrix}$$ ....**(3pts)**

Module manager : Dr Djerad Abdelkader