Université Ziane Achour de Djelfa
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique
Filière de Télécommunications

جامعة زيان عاشور بالجلفة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية
شعبة الاتصالات السلكية و اللاسلكية

Niveau : $1^{ère}$ année Master en Télécommunications **Semestre : 01** Année Univ. : **2017/2018**

Spécialité : Réseaux et Télécommunications **Le 03/02/2018**

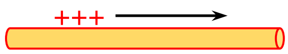
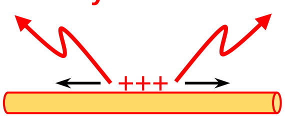
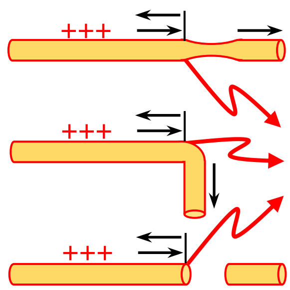
Corrigé-Type

de l'Épreuve de la Matière : Propagation et Antennes

Partie I : Cours (08 points)

1. Décrire le mécanisme de rayonnement.

Réponse :

1. Des charges transitant sur un métal **droit** à vitesse constante ne produisent pas de rayonnement.	 **Pas de rayonnement**
2. Dans une structure en **résonance**, les charges oscillent en permanence, créant un flux de rayonnement continu.	**Rayonnement** 
3. Si les charges rencontrent une **discontinuité** (rupture, courbure, ...) leur vitesse change, il y a alors rayonnement.	 **Rayonnement**

0.5pt
0.5pt
0.5pt

2. Citer les caractéristiques d'un milieu nécessaires pour l'étude de phénomènes de propagation.

Réponse :

Les caractéristiques d'un milieu nécessaires pour l'étude de phénomènes de propagation sont :

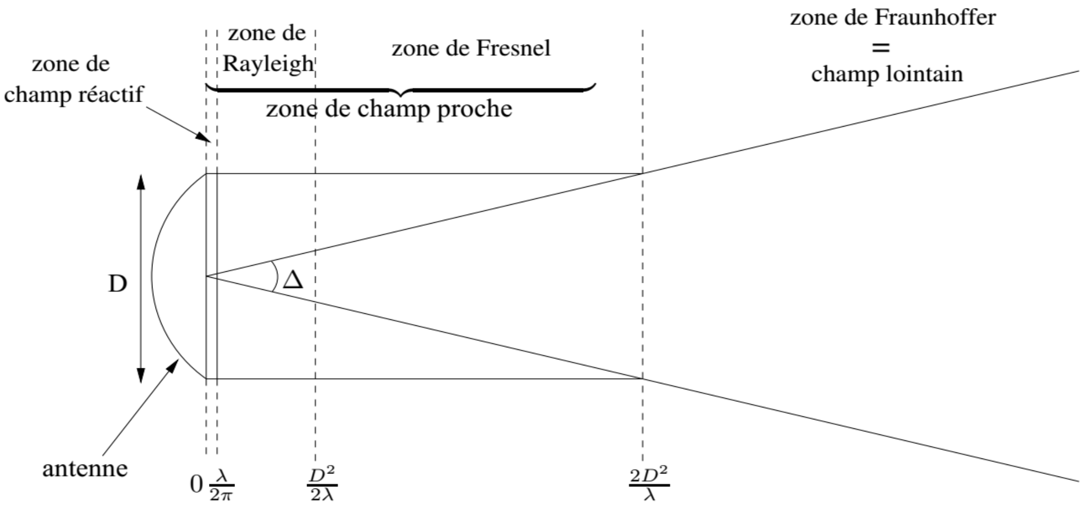
1. Sa permittivité électrique complexe : $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ (F/m)
2. Sa perméabilité magnétique complexe : $\mu = \mu' - j\mu''$ (H/m)
3. Sa conductivité (pertes ohmiques) : $\sigma = \varepsilon''\omega$ (S/m)

0.5pt

3. Décrire les trois zones de rayonnement, leurs spécificités et leurs limites.

Réponse :

L'onde électromagnétique n'a pas les mêmes propriétés de propagation dans tout l'espace entourant une source. Pour modéliser la propagation d'une onde dans un environnement global, il convient donc de découper l'espace en différentes zones. Classiquement, en s'éloignant de l'antenne émettrice, on distingue quatre zones de propagation, dont **trois principales comme le montre la figure ci-dessous :**



0.5pt

Les zones de rayonnement autour d'une antenne émettrice : de la plus proche de l'antenne à la plus éloignée, on distingue la zone de champ réactif où l'onde est **évanescente**, la zone de **Rayleigh**, la zone de **Fresnel** et la zone de **Fraunhoffer** qui constitue la zone de champ lointain où l'onde est localement plane. 0.5pt

4. Citer les trois modes de polarisation d'une onde électromagnétique.

Réponse :

La polarisation d'une onde électromagnétique **plane** correspond à la direction et à l'amplitude du champ électrique $\vec{E}(E_x, E_y, E_z = 0)$. Pour une onde non-polarisée, le champ $\vec{E}$ tourne autour de son axe de façon aléatoire et imprévisible en fonction du temps. Polariser une onde correspond à donner une trajectoire définie au champ électrique $\vec{E}(E_x, E_y, E_z = 0)$. Il y a trois modes de polarisation :

1. La **polarisation linéaire** (**rectiligne**) quand $\vec{E}$ reste toujours dans le même plan.
2. La **polarisation circulaire**, le champ électrique tourne autour de son axe en formant un cercle. 0.5pt
3. La **polarisation elliptique**, le champ électrique tourne autour de son axe et change d'amplitude pour former une ellipse.

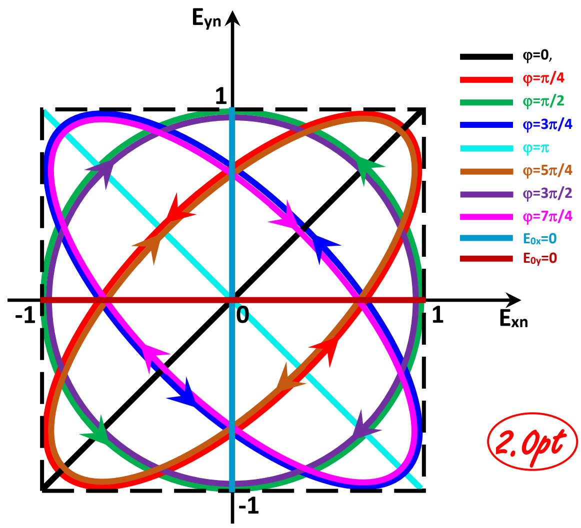
On peut modéliser les composantes du champ électrique comme suit :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x}\cos(\omega t) \\ E_y = E_{0y}\cos(\omega t - \varphi) \\ E_z = 0 \end{cases} \tag{C.4.1}$$

En considérant : $E_{0x}=E_{0y}$, on peut normaliser le système d'équations (4.1) comme suit :

$$\begin{cases} E_{xn} = \dfrac{E_x}{E_{0x}} = \cos(\omega t) \\ E_{yn} = \dfrac{E_y}{E_{0y}} = \cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \tag{C.4.2}$$

Le comportement de E_y en fonction E_x donne lieu à une trajectoire qu'on l'appelle **forme de polarisation**. La figure s-ci-dessous donne les **huit principales trajectoires** que peut prendre une onde plane en fonction du déphasage (**φ=0**, **π/4**, **π/2**, **3π/4**, π, **5π/4**, **3π/2** et **7π/4**).



2.0pt

a. Pour un déphasage nul (**φ=0** ou **nπ** avec **n pair**), l'onde plane est polarisée **rectilignement**. Le vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ garde une direction fixe dans le plan d'onde (selon **+45°**).

b. Pour un déphasage **φ=π/4**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est une **ellipse** dont les axes sont différents de x et y (grand axe selon **+45°**). L'onde est dite de **polarisation elliptique**. L'ellipse est parcourue dans le sens **trigonométrique**, l'onde est dite de polarisation **elliptique gauche**.

c. Pour un déphasage **φ=π/2**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est un **cercle**. L'onde est dite de **polarisation circulaire**. Le cercle est parcouru dans le sens **trigonométrique**, l'onde est dite de polarisation **circulaire gauche**.

d. Pour un déphasage **φ=3π/4**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est une **ellipse** dont les axes sont différents de x et y (grand axe selon **-45°**). L'onde est dite de **polarisation elliptique**. L'ellipse est parcourue dans le sens **trigonométrique**, l'onde est dite de **polarisation elliptique gauche**.

e. Pour un déphasage **φ=π** (ou **nπ** avec **n impair**), l'onde plane est **polarisée rectilignement**. Le vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ garde une direction fixe dans le plan d'onde (selon **-45°**).

f. Pour un déphasage **φ=5π/4**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est une **ellipse** dont les axes sont différents de x et y (grand axe selon **+45°**). L'onde est dite de **polarisation elliptique**. L'ellipse est parcourue dans le sens **anti-trigonométrique**, l'onde est dite de **polarisation elliptique droite**.

g. Pour un déphasage **φ=3π/2**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est un **cercle**. L'onde est dite de **polarisation circulaire**. Le cercle est parcouru dans le sens **anti-trigonométrique**, l'onde est dite de **polarisation circulaire droite**.

h. Pour un déphasage **φ=7π/4**, la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$ est une **ellipse** dont les axes sont différents de x et y (grand axe selon **-45°**). L'onde est dite de **polarisation elliptique**. L'ellipse est parcourue dans le sens **anti-trigonométrique**, l'onde est dite de **polarisation elliptique droite**.

NB : Dans le cas où **E_{0x}=0** (**E_{0y}=0**), l'onde plane est polarisée **rectilignement verticalement** (**horizontalement**).

5. Décrire les principales caractéristiques de rayonnement d'une antenne.

Réponse :

La théorie des antennes est basée sur le rayonnement produit par des sources (charges, courants) à la surface d'un conducteur. Quand on veut décrire le fonctionnement d'une antenne particulière, certaines caractéristiques **fondamentales**, communes à tous les types d'antennes, sont nécessaires :

1. **Impédance d'entrée**.
2. Fonction caractéristique.
3. **Diagramme de rayonnement**.
4. Ouverture.
5. **Gain**.
6. Directivité.
7. Résistance de rayonnement.
8. Densité de rayonnement.
9. Puissance rayonnée.
10. Bande passante.
11. Surface équivalente.
12. **Polarisation**.

0.5pt

6. Décrire les grandes familles d'antennes à l'origine de l'ensemble des structures rayonnantes.

Réponse :

Les grandes familles d'antennes à l'origine de l'ensemble des structures rayonnantes :

1. Les antennes filaires (dipôle, monopôle, Yagi).
2. Les antennes à fentes (demi- ou quart-d'onde).
3. Les antennes patchs (planaires). 0.5pt
4. Les antennes à ouverture (cornet).
5. Les antennes à réflecteurs (paraboles).

7. Décrire le principe des réseaux d'antennes et leurs différents alignements.

Réponse :

La mise à réseau consiste à utiliser des antennes simples dont on somme les contributions en contrôlant les amplitudes et phases avec lesquelles on les alimente. Il existe plusieurs types d'alignements des éléments rayonnants constituant l'antenne réseau. Parmi ces alignements on cite :

1- Alignement uniforme.

2- Alignement non-uniforme. 0.5pt

3- Rideau d'antennes.

Partie II : Exercices (12 points)

Exercice 1 (03 points)

Une antenne isotrope rayonne dans l'espace libre. Le champ électrique total E_θ mesuré à 200m de l'antenne vaut 4V/m. Sachant que l'impédance caractéristique du vide est $Z_0=120\pi\ \Omega$,

1. Trouver la densité de puissance rayonnée.

Réponse :

La densité de puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$\vec{S}_{ray} = \frac{1}{2}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right] = \frac{E^2}{2Z_0}\vec{a}_r \quad \text{0.5pt} \quad (\text{Ex.1.1})$$

A.N. :

$$\boxed{\vec{S}_{ray} = \frac{(4)^2}{2\times 120\pi}\vec{a}_r = 0.02122\times\vec{a}_r \quad (\mathrm{W/m^2})} \quad \text{1.0pt} \quad (\text{Ex.1.2})$$

2. Trouver puissance rayonnée.

Réponse :

La puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$P_{ray} = \oint_S \vec{S}_{ray}\cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{E^2}{2Z_0}r^2\sin\theta d\theta d\varphi = \frac{E^2}{2Z_0}r^2\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta = \frac{E^2\pi}{Z_0}r^2\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta = \frac{2\pi E^2}{Z_0}r^2 \quad \text{0.5pt} \quad (\text{Ex.1.3})$$

A.N. :

$$\boxed{P_{ray} = \frac{2\pi E^2}{Z_0}r^2 = \frac{2\pi(4)^2}{120\pi}(200)^2 = 10666.67\mathrm{W}} \quad \text{1.0pt} \quad (\text{Ex.1.4})$$

Exercice 2 (05 points)

L'intensité de rayonnement normalisée d'une antenne est rotationnellement symétrique dans la direction des φ et est exprimée par :

$$U=\begin{cases}1 & 0\le\theta\le\pi/6\\ 0.25 & \pi/6\le\theta\le\pi/3\\ 0 & \pi/3\le\theta\le\pi/2\\ 0.25 & \pi/2\le\theta\le 3\pi/4\\ 0 & 3\pi/4\le\theta\le\pi\end{cases}$$

1. Calculer la directivité de l'antenne en dB en prenant l'antenne isotrope comme référence.

Réponse :

La directivité de l'antenne en prenant l'antenne isotrope comme référence est exprimée par :

$$D_0=\frac{4\pi U_{max}}{P_{ray}}=\frac{U_{max}}{U_0} \quad \text{0.25pt} \quad (\text{Ex.2.1})$$

La puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$P_{ray}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}U\sin\theta d\theta d\varphi=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}U\sin\theta d\theta=2\pi\int_0^{\pi}U\sin\theta d\theta \quad \text{0.25pt} \quad (\text{Ex.2.2})$$

A.N. :

$$P_{ray}=2\pi\left\{\int_0^{\pi/6}\sin\theta d\theta+\frac{1}{4}\int_{\pi/6}^{\pi/3}\sin\theta d\theta+\frac{1}{4}\int_{\pi/2}^{3\pi/4}\sin\theta d\theta\right\}=2\pi\left\{\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/6}+\frac{1}{4}\left[-\cos\theta\right]_{\pi/6}^{\pi/3}+\frac{1}{4}\left[-\cos\theta\right]_{\pi/2}^{3\pi/4}\right\} \quad (\text{Ex.2.3})$$

$$P_{ray}=2\pi\left\{\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right]+\frac{1}{4}\left[-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}+0\right]\right\}$$

$$\boxed{P_{ray}=\frac{\pi}{4}\left(7-3\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=2.5275W} \quad \text{0.5pt} \quad (\text{Ex.2.4})$$

La directivité de l'antenne est donc :

A.N. :

$$\boxed{D_0=\frac{4\pi\times 1}{2.5275}=4.9719=6.9652dB} \quad \text{0.5pt} \quad (\text{Ex.2.5})$$

2. Calculer la directivité de l'antenne en dB en prenant l'antenne dipôle-infinitésimal comme référence.

Réponse :

La directivité de l'antenne en prenant l'antenne dipôle-infinitésimal comme référence est exprimée par :

$$D_0'(dB)=D_0(dB)-D_{0d}(dB) \quad \text{0.25pt} \quad (\text{Ex.2.6})$$

Nous savons que **D_{0d} = 1.5 = 1.7609 dB**, en effet :

A.N. :

$$\boxed{D_0'=6.9652-1.7609=5.2043dB} \quad \text{0.5pt} \quad (\text{Ex.2.6})$$

On considère maintenant l'intensité de rayonnement exprimée par :

$$U(\theta,\varphi)=\begin{cases}\sin^4\theta & \text{pour } 0\le\theta\le\pi/2 \quad \text{et} \quad 0\le\varphi\le 2\pi\\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$$

3. Trouver la directivité exacte en dB.

Réponse :

La puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$P_{ray}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}U(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^5 d\theta=2\pi\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^5 d\theta \qquad \text{(Ex.2.7)}$$

0.25pt

Le calcul de l'intégrale donne :

$$\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^5 d\theta=\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^4\sin\theta d\theta=\int_0^{\pi/2}\left((\sin\theta)^2\right)^2\sin\theta d\theta=\int_0^{\pi/2}\left(1-(\cos\theta)^2\right)^2\sin\theta d\theta=\int_0^1\left(1-x^2\right)^2 dx$$

$$=\int_0^1\left(1-2x^2+x^4\right)dx=\left[x-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{5}x^5\right]_0^1=\left[1-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}-0\right]=\frac{8}{15}$$

A.N. :

$$\boxed{P_{ray}=2\pi\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^5 d\theta=\frac{16\pi}{15}=3.3510W} \qquad \text{(Ex.2.8)}$$

0.5pt

Nous extrayons maintenant U_{max} :

$$\left.\begin{array}{l}U(\theta,\varphi)=(\sin\theta)^4\\ \text{pour } 0\le\theta\le\pi/2,\ \forall\varphi\end{array}\right\}\Rightarrow U_{max}=U(\theta=\pi/2)=1 \qquad \text{(Ex.2.9)}$$

0.25pt

La directivité de l'antenne est exprimée par :

A.N. :

$$\boxed{D_0=\frac{4\pi U_{max}}{P_{ray}}=\frac{4\pi\times 1}{\frac{16\pi}{15}}=\frac{15}{4}=3.75=5.7403dB} \qquad \text{(Ex.2.10)}$$

0.5pt

4. Trouver l'ouverture en degrés.

Réponse :

Pour extraire l'ouverture notée α, on fixe φ et on fait varier θ et puisque $U(\theta,\varphi)$ est **indépendante** de φ, nous pouvons passer directement au calcul :

$$U(\theta)=(\sin\theta)^4 \quad \text{pour } 0\le\theta\le\pi/2 \qquad \text{(Ex.2.11)}$$

0.25pt

La moitié de l'ouverture (**$\alpha/2$**) représente la moitié de la puissance ou **-3dB**, donc :

$$\left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^4=\frac{U_{max}}{2}=\frac{1}{2} \qquad \text{(Ex.2.12)}$$

0.25pt

$$\alpha=2\times\arcsin\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}\right) \qquad \text{(Ex.2.13)}$$

0.25pt

A.N. :

$$\boxed{\alpha=2\times\arcsin(0.8409)=2\times 57.235^\circ=114.47^\circ\cong 114^\circ 28'} \qquad \text{(Ex.2.14)}$$

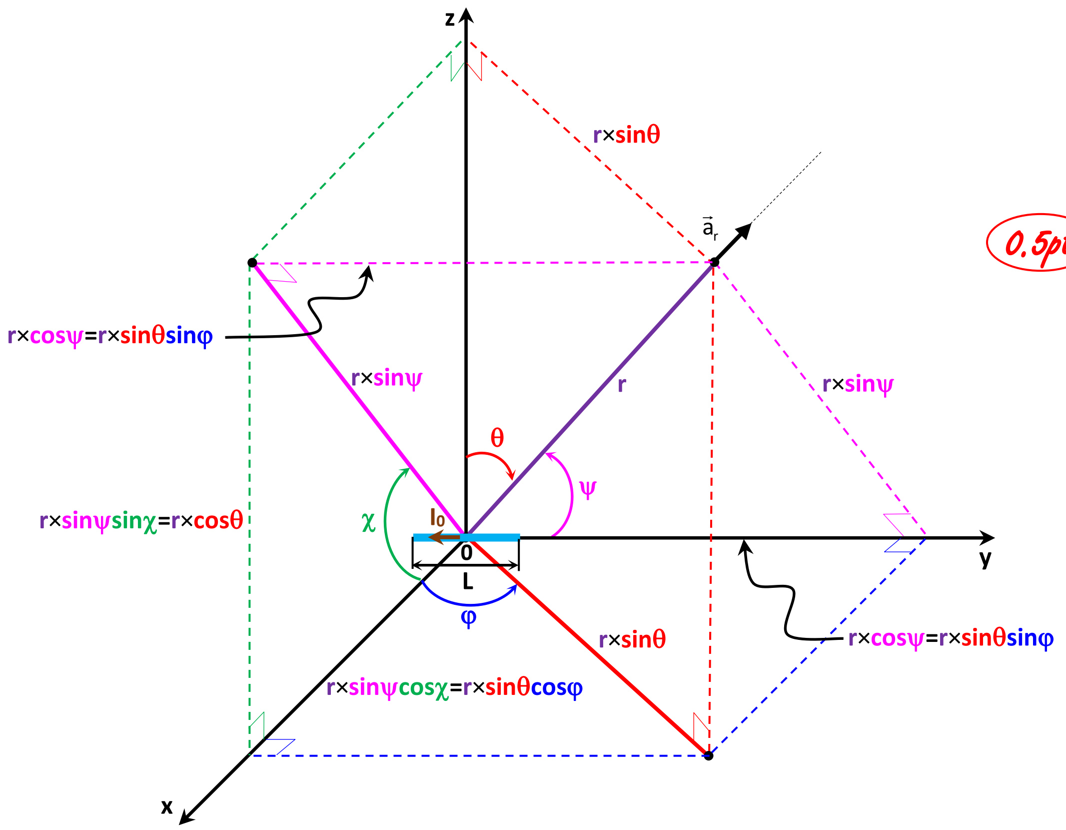
0.5pt

Exercice 3 (05 points)

Un dipôle électrique vertical (de longueur L) considéré comme infinitésimal de courant constant I_0 est placé symétriquement par rapport à l'origine et dirigé selon l'axe des y.

1. Trouver les champs rayonnés par l'antenne dans la zone lointaine.

Réponse :



0.5pt

D'après la représentation vectorielle, nous pouvons écrire :

$$\sin\psi = \sqrt{1-\cos^2\psi} = \sqrt{1-\left|\vec{a}_y \cdot \vec{a}_r\right|^2} = \sqrt{1-(\sin\theta\sin\varphi)^2} \qquad \text{0.25pt} \qquad \text{(Ex.3.1)}$$

Pour la zone lointaine :

$$\begin{cases} E_\psi = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sin\psi = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-(\sin\theta\sin\varphi)^2} \\ H_\chi = j\dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sin\psi = \dfrac{E_\psi}{Z_0} \end{cases} \qquad \text{0.25pt} \qquad \text{(Ex.3.2)}$$

2. Trouver la directivité de l'antenne.

Réponse :

Pour la zone lointaine, nous pouvons exprimer l'intensité de rayonnement en fonction du champ électrique comme suit :

$$U(\theta,\varphi)=\frac{r^2\left|\vec{E}\right|^2}{2Z_0}=Z_0\frac{(kI_0L)^2}{32\pi^2}\left(1-(\sin\theta\sin\varphi)^2\right)$$ 0.25pt (Ex.3.3)

L'intensité maximale est obtenue donc pour **sinθsinφ=0** :

$$\boxed{U_{max}=U_0=Z_0\frac{(kI_0L)^2}{32\pi^2}}$$ 0.25pt (Ex.3.4)

Alors :

$$U(\theta,\varphi)=U_0\left(1-(\sin\theta\sin\varphi)^2\right)$$ 0.25pt (Ex.3.5)

La puissance rayonnée est exprimée par :

$$P_{ray}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}U(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}U_0\left(1-(\sin\theta\sin\varphi)^2\right)\sin\theta d\theta d\varphi$$ 0.25pt (Ex.3.6)

Le calcul donne :

$$P_{ray}=U_0\left[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta d\varphi-\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(\sin\theta)^3(\sin\varphi)^2 d\theta d\varphi\right]=U_0\left[\int_0^{2\pi}[-\cos\theta]_0^{\pi}d\varphi-\int_0^{2\pi}(\sin\varphi)^2\int_0^{\pi}(\sin\theta)^3 d\theta d\varphi\right]$$

$$P_{ray}=U_0\left[4\pi-\int_0^{2\pi}(\sin\varphi)^2 d\varphi\int_0^{\pi}(\sin\theta)^3 d\theta\right]$$

Nous savons que :

$$\int_0^{2\pi}(\sin\varphi)^2 d\varphi=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(1-\cos 2\varphi)d\varphi=\pi$$

$$\int_0^{\pi}(\sin\theta)^3 d\theta=\int_0^{\pi}(\sin\theta)^2\sin\theta d\theta=\left[-(\sin\theta)^2\cos\theta\right]_0^{\pi}+2\int_0^{\pi}(\cos\theta)^2\sin\theta d\theta=\left[0+2\int_{-1}^{1}x^2dx\right]=\frac{2}{3}\left[x^3\right]_{-1}^{+1}=\frac{4}{3}$$

Par substitution, nous obtenons :

$$\boxed{P_{ray}=U_0\left[4\pi-\frac{4\pi}{3}\right]=\frac{8\pi}{3}U_0}$$ 0.25pt (Ex.3.7)

La directivité de l'antenne est exprimée par :

$$\boxed{D_0=\frac{4\pi U_{max}}{P_{ray}}=\frac{4\pi U_0}{\frac{8\pi}{3}U_0}=\frac{3}{2}=1.5=1.7609\text{dB}}$$ 0.5pt (Ex.3.8)

3. Trouver la polarisation des champs électriques (E_θ, E_φ) rayonnés dans la zone lointaine pour : $\varphi=0$, $\varphi=\pi/2$ et $\theta=\pi/2$.

Réponse :

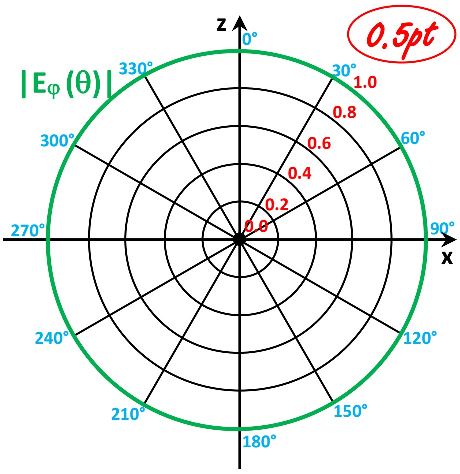
a. Polarisation des champs électriques (E_θ, E_φ) pour $\boldsymbol{\varphi=0}$:

Pour $\boldsymbol{\varphi=0}$ (c-à-d : le plan **xz**), l'équation (Ex.3.2) devient :

$$\begin{cases} E_\psi = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-0} = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r} \\ H_\chi = j\dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r} \end{cases}$$

0.25pt

Pour $\boldsymbol{\varphi=0}$, E_ψ n'a qu'une direction $(\vec{a}_\varphi)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E}_\psi$ a la polarisation de $\mathbf{E}_\varphi$ comme le montre la figure ci-contre :



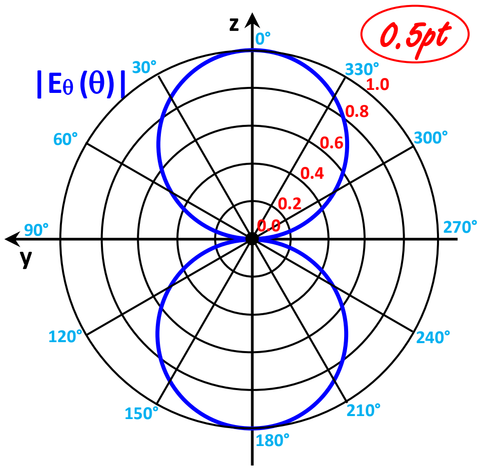
b. Polarisation des champs électriques (E_θ, E_φ) pour $\boldsymbol{\varphi=\pi/2}$:

Pour $\boldsymbol{\varphi=\pi/2}$ (c-à-d : le plan **yz**), l'équation (Ex.3.2) devient :

$$\begin{cases} E_\psi = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-(\sin\theta)^2} = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\cos\theta \\ H_\chi = j\dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\cos\theta \end{cases}$$

0.25pt

Pour $\boldsymbol{\varphi=\pi/2}$, E_ψ n'a qu'une direction $(\vec{a}_\theta)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E}_\psi$ a la polarisation de $\mathbf{E}_\theta$ comme le montre la figure ci-contre :



c. Polarisation des champs électriques (E_θ, E_φ) pour $\boldsymbol{\theta=\pi/2}$:

Pour $\boldsymbol{\theta=\pi/2}$ (c-à-d : le plan **xy**), l'équation (Ex.3.2) devient :

$$\begin{cases} E_\psi = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-(\sin\varphi)^2} = jZ_0 \dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\cos\varphi \\ H_\chi = j\dfrac{kI_0Le^{-jkr}}{4\pi r}\cos\varphi \end{cases}$$

0.25pt

Pour $\boldsymbol{\theta=\pi/2}$, E_ψ n'a qu'une direction $(\vec{a}_\varphi)$ $\Rightarrow$ $\mathbf{E}_\psi$ a la polarisation de $\mathbf{E}_\varphi$ comme le montre la figure ci-contre :