

Université Larbi Ben M'Hidi, Oum El Bouaghi
Faculté des Sciences Exactes et Sciences de la Nature et de la vie
Département de Mathématiques et Informatique

Première année Master
Mathématiques appliquées

Année Universitaire 2019/2020
Matière: **Probabilités**

TD 03: Fonctions caractéristiques et fonctions génératrices

Exercice 1.

1. Calculer la fonction caractéristique de X :

1.1. Si X suit une loi de Poisson de paramètre λ , c'est-à-dire:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad \forall k \in \mathbb{N}.$$

1.2. Si X suit une loi exponentielle de paramètre β , c'est à dire si X a pour densité:

$$f(x) = \beta e^{-\beta x}, \quad \beta > 0 \text{ et } x \geq 0.$$

1.3. Si X suit une loi normale centrée réduite, c'est à dire si X , est une variable aléatoire Gaussienne, a pour densité:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

2. Calculer, en utilisant la fonction caractéristique, l'espérance et la variance de X .

Exercice 2. Montrer, en utilisant la fonction caractéristique, que

1. la somme de deux variables aléatoires de Poisson indépendantes est une variable aléatoire de Poisson.

2. la somme de deux variables aléatoires Gaussiennes indépendantes est une variable aléatoire Gaussienne.

Exercice 3.

1. Calculer la fonction génératrice des moments, l'espérance et la variance de X , lorsque

1.1. X suit la loi de Poisson de paramètre α .

1.2. X suit une loi exponentielle de paramètre θ .

2. Montrer, en utilisant la fonction génératrice, que la somme de deux variables Gaussiennes indépendantes est une variable aléatoire Gaussienne.

Exercice 4. Une variable aléatoire réelle X a pour fonction fonction caractéristique

$$\phi(t) = \frac{c}{4} e^{(1-2|t|)}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

1. Calculer la valeur de c .

2. Déterminer la densité de probabilité de X ?
