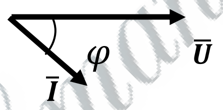
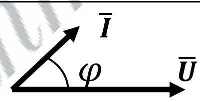
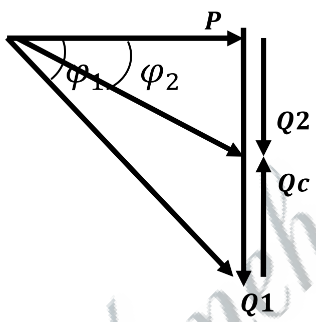
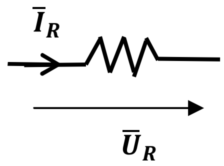
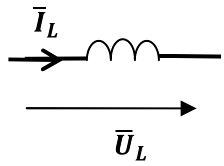
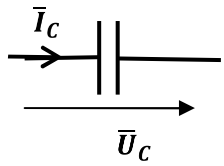
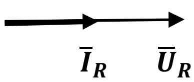
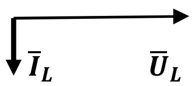
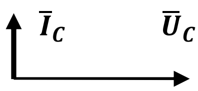
Systèmes Monophasés

Résumé

Grandeur alternative sinusoïdale	
Définition	$u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t + \varphi)$
En notation complexe	$\overline{U} = \sqrt{2}\, U\, e^{j(\omega t + \varphi)}$
La dérivée	$\overline{U}_d = \dfrac{d\overline{U}}{dt} = j\omega\sqrt{2}\, U\, e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega\overline{U}$
L'intégrale	$\overline{U}_i = \displaystyle\int \overline{U}\, dt = \dfrac{\sqrt{2}\, U\, e^{j(\omega t + \varphi)}}{j\omega} = \dfrac{1}{j\omega}\overline{U} = \dfrac{-j}{\omega}\overline{U}$
Déphasage	
u(t) origine des phases i(t) en retard par rapport à u(t)	$u(t) = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t)$ $i(t) = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi)$
En notation complexe	$\overline{U} = \sqrt{2}\, U\, e^{j\omega t}$ $\overline{I} = \sqrt{2}\, I\, e^{j(\omega t - \varphi)}$
Impédance	
Définition	$\overline{Z} = \dfrac{\overline{U}}{\overline{I}} = a + j\, b = Z\, e^{j\varphi}$ $Z = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\varphi = arctg\left(\dfrac{b}{a}\right)$ $a = Z\, cos\varphi$; $b = Z\, sin\varphi$
Groupement d'impédances en série	$\overline{Z}_{équi\_s} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \overline{Z}_i$
Groupement d'impédances en parallèle	$\dfrac{1}{\overline{Z}_{équi\_p}} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{\overline{Z}_i}$

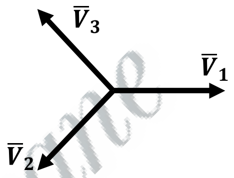
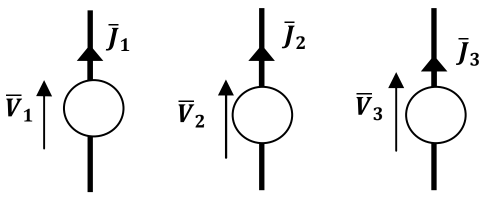
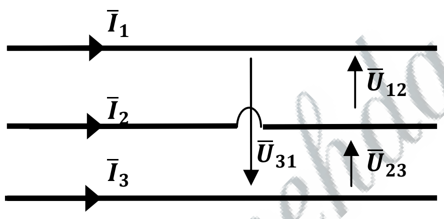
Puissances	
Puissance active en Watt W)	$P = U.I.cos\varphi$
Puissance réactive en volt ampère réactif (VAR)	$Q = U.I.sin\varphi$
Puissance apparente en volt ampère (VA)	$S = U.I = \sqrt{P^2 + Q^2}$
Facteur de puissance	
Définition	$Fp = \frac{P}{S} = cos\varphi$
Facteur de puissance arrière Le courant en retard par rapport à la tension	$Q > 0 \quad ; \quad \varphi > 0$ 
Facteur de puissance avant Le courant en avance par rapport à la tension	$Q < 0 \quad ; \quad \varphi < 0$ 
Amélioration du facteur de puissance Compensation de l'énergie réactive 	$Q_2 = Q_1 + Q_C$ $Q_C = -P\,(tg\varphi_1 - tg\varphi_2) = -C\,.\,\omega\,.\,U^2$ $C = \frac{P\,(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)}{\omega\,.\,U^2}$
Etude d'une installation électrique monophasée	
Puissance active totale en W)	$P_T = \sum_{i=1}^{n} P_i$
Puissance réactive totale en (VAR)	$Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i$
Puissance apparente totale en (VA)	$S_T = \sqrt{{P_T}^2 + {Q_T}^2}$
Courant total de ligne En ampère (A)	$I_T = \frac{S_T}{U}$
facteur de puissance total	$cos\varphi_T = \frac{P_T}{S_T}$

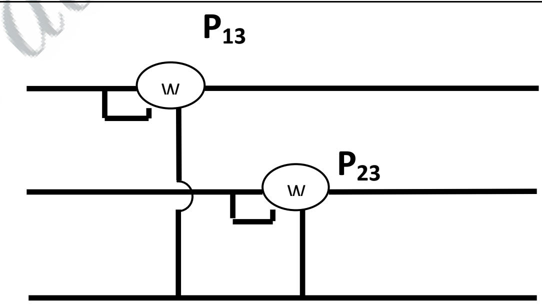
Eléments de base

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Schéma			
Equation fondamentale	$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$u_L(t) = L \dfrac{i_L(t)}{dt}$	$u_C(t) = \dfrac{1}{C}\int i_C(t)dt$
En complexe $\bar{U} = \bar{Z}.\bar{I}$	$\bar{U}_R = R \cdot \bar{I}_R$	$\bar{U}_L = jL\omega \cdot \bar{I}_L$	$\bar{U}_C = \dfrac{-j}{C\omega} \cdot \bar{I}_C$
Impédance Complexe $\bar{Z}$	R	$j\,L\,\omega$	$\dfrac{-j}{C\omega}$
Impédance Z	R	$L\,\omega$	$\dfrac{1}{C\omega}$
Déphasage φ	0	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{-\pi}{2}$
Facteur de puissance Cosφ	1	0	0
Puissance active P	$P_R = U_R \cdot I_R = R.I_R^{\,2} = \dfrac{U_R^{\,2}}{R}$	0	0
Puissance réactive Q	0	$Q_L = U_L \cdot I_L = L\omega.I_L^{\,2} = \dfrac{U_L^{\,2}}{L\omega}$	$Q_C = -U_C \cdot I_C = -C\omega.U_C^{\,2} = -\dfrac{I_C^{\,2}}{C\omega}$
Représentation			

Systèmes Triphasés

Résumé

Système triphasé équilibré direct de tensions	
Définition	$v_1(t) = \sqrt{2}\ V\ \sin(\omega t)$ $v_2(t) = \sqrt{2}\ V\ \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ $v_3(t) = \sqrt{2}\ V\ \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$
En notation complexe et Représentation	$\overline{V}_1 = \sqrt{2}\,V\,e^{j\omega t}$ $\overline{V}_2 = \sqrt{2}\,V\,e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}$ $V_3 = 2\,V\,e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}$  $\overline{V}_1 + \overline{V}_2 + \overline{V}_3 = 0$
Grandeurs de phase 	**V** : Tension simple ou de phase **J** : Courant de phase
Grandeurs de ligne 	**U** : Tension composée ou entre phases **I** : Courant de ligne
Couplage étoile	$U = \sqrt{3}\,V \quad ; \quad I = J$ $\begin{bmatrix}\overline{U}_{12}\\ \overline{U}_{23}\\ \overline{U}_{31}\end{bmatrix} = \sqrt{3}\,.\,e^{j\frac{\pi}{6}}\,.\begin{bmatrix}\overline{V}_1\\ \overline{V}_2\\ \overline{V}_3\end{bmatrix} \; ; \; \begin{bmatrix}\overline{I}_1\\ \overline{I}_2\\ \overline{I}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\overline{J}_1\\ \overline{J}_2\\ \overline{J}_3\end{bmatrix}$
Couplage triangle	$I = \sqrt{3}\,.J \quad ; \quad U = V$ $\begin{bmatrix}\overline{I}_1\\ \overline{I}_2\\ \overline{I}_3\end{bmatrix} = \sqrt{3}\,.\,e^{-j\frac{\pi}{6}}\,.\begin{bmatrix}\overline{J}_1\\ \overline{J}_2\\ \overline{J}_3\end{bmatrix} \; ; \; \begin{bmatrix}\overline{U}_{12}\\ \overline{U}_{23}\\ \overline{U}_{31}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\overline{V}_1\\ \overline{V}_2\\ \overline{V}_3\end{bmatrix}$

Puissances	
Puissance active en Watt W)	$P = 3.V.J.cos\varphi = \sqrt{3}.U.I.cos\varphi$
Puissance réactive en volt ampère réactif (VAR)	$Q = 3.V.J.sin\varphi = \sqrt{3}.U.I.sin\varphi$
Puissance apparente en volt ampère (VA)	$S = 3.V.J = \sqrt{3}.U.I = \sqrt{P^2 + Q^2}$
Facteur de puissance	
Définition	$Fp = \dfrac{P}{S} = cos\varphi$
Amélioration du facteur de puissance et Compensation de l'énergie réactive Par 3 condensateurs montés en triangle	$Q_C = -P\,(tg\varphi_1 - tg\varphi_2) = -3.C.\omega.U^2$ $C = \dfrac{P\,(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)}{3\,\omega.U^2}$
Mesure de puissances – Méthode des deux wattmètres	
Montage	
Puissance active en Watt (W)	$P = P_{13} + P_{23}$
Puissance réactive en volt ampère réactif (VAR)	$Q = \sqrt{3}\,(P_{13} - P_{23})$

Etude d'une installation électrique triphasée	
Total (1) : Avant compensation de l'énergie réactive.	
Puissance active totale 1 en (W)	$$P_{T1} = \sum_{i=1}^{n} P_i$$
Puissance réactive totale (1) en (VAR)	$$Q_{T1} = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$
Puissance apparente totale (1) en (VA)	$$S_{T1} = \sqrt{{P_{T1}}^2 + {Q_{T1}}^2}$$
Courant total de ligne (1) En ampère (A)	$$I_{T1} = \frac{S_{T1}}{\sqrt{3}U}$$
facteur de puissance total (1)	$$cos\varphi_{T1} = \frac{P_{T1}}{S_{T1}}$$
Total (2) : Après compensation de l'énergie réactive et amélioration du facteur de puissance :	
Amélioration du facteur de puissance Compensation de l'énergie réactive	$$Q_C = -P\,(tg\varphi_1 - tg\varphi_2) = -3.C\,.\,\omega\,.\,U^2$$
Puissance active totale (2) en (W)	$$P_{T2} = P_{T1}$$
Puissance réactive totale (2) en (VAR)	$$Q_{T2} = Q_{T1} + Q_C$$
Puissance apparente totale (2) en (VA)	$$S_{T2} = \sqrt{{P_{T1}}^2 + {Q_{T2}}^2}$$
Courant total de ligne (2) En ampère (A)	$$I_{T2} = \frac{S_{T2}}{\sqrt{3}U}$$
facteur de puissance total (2)	$$cos\varphi_{T2} = \frac{P_{T1}}{S_{T2}}$$