Séries de TD sur les guides d'ondes

Ex 1 : Déterminer la fréquence de coupure du mode TE_{10} d'un guide d'ondes rectangulaire (G.O.R) de dimensions $a = 22,9$ cm et $b = 10,2$ cm, rempli d'air.
Calculer son impédance caractéristique à la fréquence 10 GHz.

Ex 2 : Calculer les pertes sur les parois latérales en cuivre du G.O. de l'exercice précédent, sachant que la valeur du champ électrique dans l'axe du guide $E_0 = 100$ V/m ; la conductivité du cuivre $\sigma = 0,6 \cdot 10^{+8}\ (\Omega m)^{-1}$ et la longueur du guide $l = 1$ m.

Ex 3 : On décide de limiter l'utilisation d'un G.O.R aux fréquences pour lesquelles il n'existe qu'un seul mode possible et $f \geq 1,25\, f_c$. Déterminer les dimensions d'un G.O.R vide pouvant transmettre la gamme de fréquence (3,75 – 5,5) GHz ; f_c est la fréquence de coupure.

Ex 4 : La fréquence de coupure d'un mode de propagation dans un G.O.R vaut 143 MHz. Déterminer la fréquence, les vitesses de phase et de groupe, ainsi que l'impédance caractéristique (impédance d'onde) respectivement pour un mode TE et pour un mode TM ; pour $\beta_g = 4$ rad/m. (Sol : $Z_{TE} = \frac{\omega\mu}{\beta_g}$; $Z_{TM} = \frac{\beta_g}{\omega\varepsilon}$; $v_\varphi = \frac{\omega}{\beta_g}$; $v_\varphi \cdot v_g = c^2$.)

Ex 5 : Un signal de 3 GHz traversant une section d'un G.O.R. de 2 cm de longueur, rempli de diélectrique (ε_r, $\mu_r = 1$) non aimantable, subit un déphasage de 288°. On sait de plus que la fréquence de coupure du G.O.R vide vaut 5 GHz. Quelle est la permittivité relative ε_r du diélectrique ?

Ex 6 : Déterminer l'impédance d'onde pour un G.O.R vide (rempli d'air) ayant une section droite de 2 cm x 4 cm, dans laquelle se propage un signal à 9 GHz (mode dominant). Quel est le déphasage produit par un G.O.R de 1 m de longueur ? Quel temps faut-il à une impulsion du signal pour parcourir 10 m de guide ?

Ex 7 : Quels sont les modes qui peuvent se propager à 15 GHz dans un G.O.R ayant une section droite de (3 cm x 1,5 cm) ? Déterminer les vitesses de phase, de groupe et les longueurs d'onde λ_g du guide de chacun des modes.

Ex 8 : On désire utiliser un G.O.R pour la bande de fréquence [12,5 – 19] GHz. Déterminer les dimensions du G.O.R adéquat rempli d'air.

Ex 9 : Etudier l'évolution de la bande passante monomodale d'un G.O.R vide, de ~~(côté)~~ section $(a \times b)$, ~~en~~ fonction du rapport $K = \frac{a}{b}$.

Ex 10 : Calculer les fréquences de coupure des trois premiers modes d'un G.O. carré vide, de côté a.

Ex 11 : Un G.O.R vide de dimension $(a \times b)$ et $a > b$, admet une bande passante monomodale pratique de 500 MHz. La fréquence de coupure du 2ème mode est de 3 GHz.

a/ Trouver les dimensions de ce guide.

b/ Le mode TE_{11}, de ce même G.O.R chargé d'un diélectrique de permittivité ε_r et $\mu_r = 1$; admet une fréquence de coupure de 7,2 GHz.

Déterminer la valeur de ε_r.

Ex 12 : On désire utiliser un G.O.R. sur la bande de fréquence [12,5 – 19] GHz. Déterminer les dimensions d'un G.O.R. vide rempli d'air.

Ex 13 : Dans une ligne à mesure fendue, réalisée à partir d'un G.O.R vide de section transversale (5 cm x 2 cm) et fonctionnant sur son mode fondamental, on trouve un T.O.S égal à 1,5. On trouve également deux maximas consécutif de tensions situés en $z_1 = 7{,}5$ cm et $z_2 = 9{,}5$ cm.
Déterminer le module du coefficient de réflexion, et la fréquence du signal et la constante de propagation longitudinale β_g

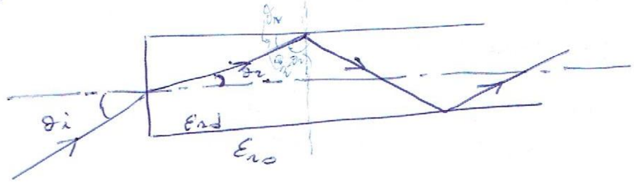
Exercice 14 : Quel rayon minimum doit avoir un guide d'onde cylindrique (G.O.C) vide pour propager le mode TE_{04} à 60 GH
On donne ($x'_{04} = 13{,}3237$ et $x_{04} = 11{,}7951$).

Exercice 15 : Dans un G.O.C vide, le mode TE_{21} apparaît à 7GHz. Lorsqu'on remplie ce même guide par un matériau diélectrique (ε_r, $\mu_r = 1$), le mode TM_{01} apparaît à 5 GHz.
Déterminer la valeur de ε_r.
On donne : $x'_{11} = 1{,}841$; $x'_{21} = 3{,}054$; $x_{01} = 2{,}405$;
$x'_{31} = 4{,}201$; $x_{11} = 3{,}832$; $x_{12} = 5{,}136$.

Exercice 16 :
a) Déterminer le schéma équivalent d'une ligne équivalente de longueur dz pour le mode TE d'un guide d'ondes avec pertes et sans pertes.
b) même question pour le mode TM.

Exercice 17 :

Une onde électromagnétique tombe sur l'extrémité d'une plaque diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_{r1} = 9$, avec un angle d'incidence θ_i. Déterminer les valeurs de θ_i pour lesquelles l'onde reste entièrement dans le diélectrique. Le milieu entourant le diélectrique admet une permittivité relative $\varepsilon_{r0} = 6$.



Exercice 18 :

On désire disposer d'une fibre à saut d'indice monomodale $\lambda = 850\,nm$. Quel diamètre doit avoir le coeur de la fibre, la variation relative d'indice est $\Delta = 0{,}01$ et la permittivité du coeur est $\varepsilon_{r1} = 2{,}34$.

Qu'en est-il lorsque $\lambda = 1{,}5\,\mu m$?

Solution Exercice 5 :

$k_c^2 = k^2 - \beta_g^2$.

$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \beta_g^2 \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{c} f_c\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{c} f\right)^2 - \beta_g^2$.

avec $c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$.

$\Rightarrow \left(\frac{2\pi f_c \sqrt{\varepsilon_r}}{c_0}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r}}{c_0}\right)^2 - \beta_g^2$.

or $\varphi = \beta_g l = 288° = \pi . \frac{288}{180} . \text{rad}$.

$288 \rightarrow x$ / $\Rightarrow x = \pi \cdot \frac{288}{180}$

$180° \rightarrow \pi$

$$\boxed{\beta_g = \frac{\pi . 288}{180} \cdot \frac{1}{l}}$$

$k_c = k_{c_0} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right) = \left(\frac{2\pi}{\lambda_{c0}}\right) \Rightarrow \boxed{\lambda_c = \lambda_{c0}}$

$\Rightarrow \frac{c}{f_c} = \frac{c_0}{f_{c0}} \Rightarrow \frac{c_0}{f_c \sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c_0}{f_{c0}} \Rightarrow f_{c0} = f_c \sqrt{\varepsilon_r}$.

$$\Rightarrow \boxed{f_c = \frac{f_{c0}}{\sqrt{\varepsilon_r}}}$$

avec f_{c0} = fréquence de coupure du guide vide.

f_c : " " du guide chargé de matériau (

$\left(\frac{2\pi}{c} f_c\right)^2 = \left(\frac{2\pi \sqrt{\varepsilon_r} f_c}{c_0}\right)^2 = \left(\frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} \cdot \frac{f_{c0}}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f_{c0}}{c_0}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r}}{c_0}\right)^2 - \beta_g^2$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{c_0} f \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{\left(\frac{2\pi f_{c0}}{c_0}\right)^2 + \beta_g^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{c_0}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{2\pi f_{c0}}{c_0}\right)^2 + \beta_g^2}$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_r = \left(\frac{c_0}{2\pi f}\right)^2 \left[\left(\frac{2\pi f_{c0}}{c_0}\right)^2 + \beta_g^2\right]}$$

avec $\boxed{f_{c0} = 9 \text{ GHz}}$; $c_0 = 3.10^8$ m/s.

[Exe]rcices. Guides d'ondes Rectangulaires

[Ex]1 : Étudier l'évolution de la BP d'un G.O.R. de côtés a, b (avec a>b), en fct du rapport $K = \frac{a}{b}$.

Solution :

$f_{c_{mn}}$ des modes TE_{mn} => $f_{c_{mn}} = \frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{1}\right)^2 + (Kn)^2}$

$$k_{c_{mn}} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \pi\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} = \frac{2\pi}{\lambda_{c_{mn}}}$$

$$\text{et } \lambda_{c_{mn}} = \frac{c}{f_{c_{mn}}} = \frac{c_0}{f_{c_{mn}}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_{c_{mn}}} = \frac{2\pi}{c_0} f_{c_{mn}} \cdot \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} = \pi\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_{c_{mn}} = \frac{c_0}{a\,2\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}\sqrt{m^2 + (Kn)^2}}$$

$BP = f_c(1^{er}\ Sup.) - f_c(fond.)$.

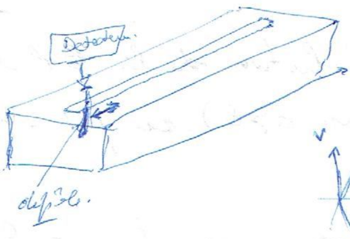
mode fondamental : TE_{10} => $f_{c\,TE_{10}} = \frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$

mode supérieur : TE_{01} => $f_{c\,TE_{01}} = \frac{c_0}{2b\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = K f_{c\,TE_{10}}$

TE_{20} => $f_{c_{20}} = \frac{c_0}{a\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = 2 f_{c\,TE_{10}}$

	1^{er} mode supérieur	B.P.
$K = 1$	TE_{01}	nulle car TE_{10} et TE_{01}
$1 < K < 2$	TE_{01}	$(K-1) f_{c\,TE_{10}}$
$K = 2$	TE_{01} et TE_{20}	$f_{c\,TE_{10}}$
$K > 2$	TE_{20}	$f_{c\,TE_{10}}$

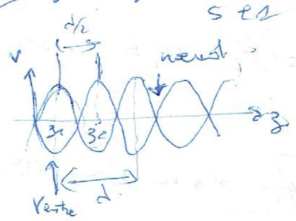
Solution EX13 :



T.O.S. = S.

$|\Gamma| = \frac{S-1}{S+1}$,

2 ventres (ou 2 nœuds) consécutifs sont séparés de $d = \frac{\lambda}{2}$.



$\Rightarrow \frac{\lambda}{2} = z_2 - z_1 \Rightarrow \lambda = 2(z_2 - z_1)$.

Sol. Ex14 : G.O.C vide : Pour les modes TE_{mn}

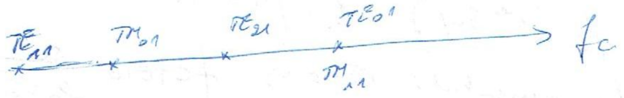
$$k_{c\,TE_{mn}} = \frac{\chi'_{mn}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{c\,TE_{mn}}} \Rightarrow \lambda_{c\,TE_{mn}} = \frac{2\pi a}{\chi'_{mn}} = \frac{c_0}{f_{c\,TE_{mn}}}$$

$$\Rightarrow f_{c\,TE_{mn}} = \frac{c_0\,\chi'_{mn}}{2\pi a}.$$

Pour les modes TM_{mn} :

$$k_{c\,TM_{mn}} = \frac{\chi_{mn}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{c\,TM_{mn}}} \Rightarrow f_{c\,TM_{mn}} = \frac{c_0\,\chi_{mn}}{2\pi a},$$

G.O.C



Solution EX.14:

G.O.C. vide propageant le mode TE_{04} à 60 GHz.

on a : $\lambda_{c\,TE_{04}} = \dfrac{2\pi a}{\chi'_{04}} = \dfrac{2\pi . a}{13,3237} = \dfrac{c_0}{f_{c\,TE_{04}}}$.

pour que à la fréquence 60 GHz, le mode TE_{04} soit présent, il faut que $f = 60\ GHz > f_{c\,TE_{04}}$

$$\Rightarrow \quad f_{c\,TE_{04}} = \frac{13,3237 . c_0}{2\pi a} < 60.10^9 .$$

$$\Rightarrow \quad a > \frac{13,3237 . 3.10^8}{2\pi . 60 . 10^9} \Rightarrow \quad a > \underline{\qquad}$$

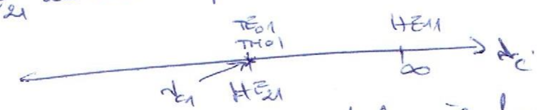
Solution Ex 18 :

* fibre à saut d'indice monomodale à $850nm = \lambda$..

Diamètre $2a$ du cœur ? si $\Delta = 0,01$ et $\varepsilon_{r1} = 2,34$.

voir Démonstration en cours :

Le mode fondamental est le HE_{11} qui n'admet pas de fréquence de coupure. Les modes suivants sont le TE_{01}, TM_{01} et le HE_{21} admettant tous la même $\lambda_c = \frac{2\pi a}{2,405} n_1 \sqrt{2\Delta}$.



Pour que la fibre soit monomodale, il faut que :

$\lambda > \lambda_{c_1}$ et $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{n_1 f}$. car $C = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}}} = \frac{c_0}{n_1}$.

D'où $\lambda_{c_1} = \frac{2\pi a}{2,405} n_1 \sqrt{2\Delta} < \lambda = 850nm$

$\Rightarrow \boxed{d = 2a < \frac{\lambda \cdot 2,405}{\pi n_1 \sqrt{2\Delta}}}$.

A.N : $d <$ ______

On déduit de la relation précédente, que si λ augmente alors d augmente aussi.

D'où si $\lambda = 1,5 \mu m \Rightarrow d < \frac{\lambda \cdot 2,405}{\pi n_1 \sqrt{2\Delta}} =$ ______