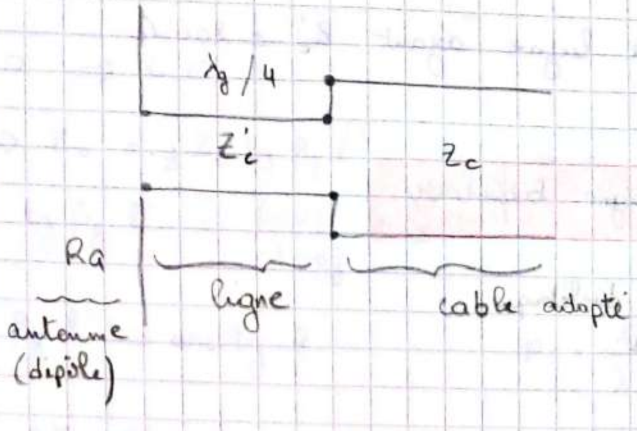
TD Canaux de transmission et composants opt

TD :

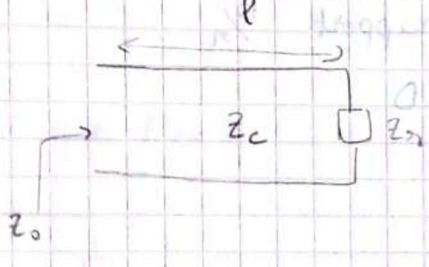
Ex1 :



$R_a = 80\ \Omega$

$Z_c = 500$ $\qquad\qquad$ $Z'_c = ?$

Solution :



$$Z_o = Z_c \frac{(Z_r + j Z_c \operatorname{tg} \beta_g \ell)}{(Z_c + j Z_r \operatorname{tg} \beta_g \ell)}$$

$$\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} \Rightarrow \beta_g \ell = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \ell$$

$$\text{si } \ell = \lambda_g/4 \Rightarrow \beta_g \ell = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \lambda_g/4 = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} \beta_g \ell = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = \frac{\sin \pi/2}{\sin \pi/2} \longrightarrow \infty$$

D'où $Z_o = \dfrac{Z_c^2}{Z_r}$

ligne $\lambda_g/4$ est inverseur d'impédance

On a ici $\begin{cases} Z_o = R_a \\ Z_r = Z_c \end{cases}$

D'où $Z_c'^2 = Z_o \cdot Z_r = R_a \cdot Z_c$

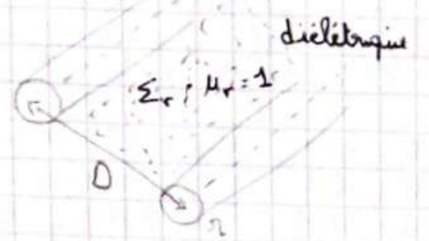
$$Z'_c = \sqrt{R_a \cdot Z_c}$$

A.N $\quad Z'_c = \sqrt{80 \cdot 500} = \boxed{200\,\Omega}$

On veut fabriquer cette ligne ayant $Z'_c = 200\,\Omega$

trouver ses dimension.

* Pour une technologie en ligne bifilaire :



$$Z'_c = \frac{276}{\sqrt{\varepsilon_r}} \log D/r \quad \text{en } \Omega$$

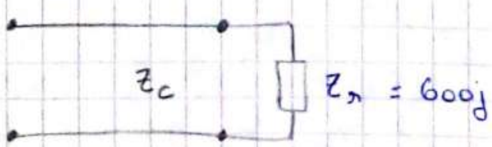
- On fixe ε_r et on trouve le rapport D/r
- On fixe ensuite r et on trouve D

* Pour une technologie coaxial.

$$Z'_c = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon_r}} \log \frac{b}{a} \quad \text{en } \Omega$$

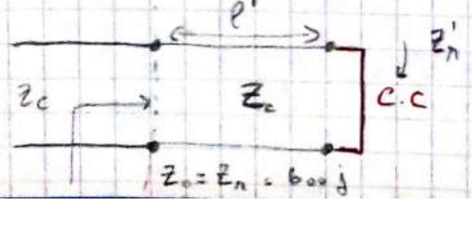
On fixe ε_r et on trouve (b/a) puis si l'on fixe a, on trouve b.

EX2 :



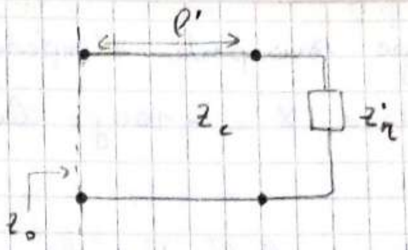
$Z_o = 300\,\Omega$

- calculer la longueur ℓ' d'une ligne court-circuité à son extremité telle que son impédance d'entrée $Z_o = 600j = Z_r$



Solution :

$$Z_0 = Z_c \frac{(Z'_r + jZ_c \, tg \, \beta_g l')}{(Z_c + j Z'_r \, tg \, \beta_g l')}$$



Si : $Z'_r = 0 \Rightarrow$ C.C

$$\Rightarrow Z_0 = j Z_c \, tg \, \beta_g l' = Z_r = 600j$$

$$tg \, \beta_g l' = \frac{600j}{300j} = 2$$

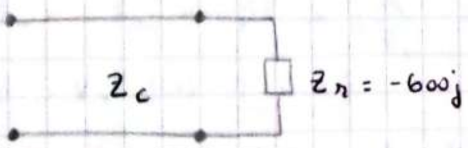
$$\beta_g l' = arc \, tg \, 2 \qquad \beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

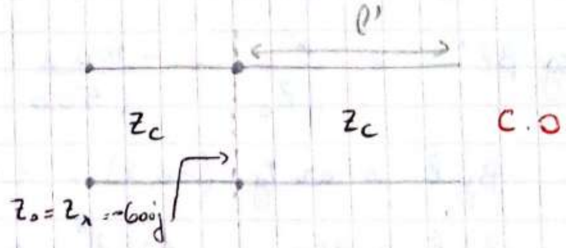
$$\frac{2\pi}{\lambda_g} l' = 63° \Rightarrow 360 \frac{l'}{\lambda_g} = 63°$$

$$\frac{l'}{\lambda_g} = 0,175 \qquad l' = 0,175 \, \lambda_g$$

Ex3 :

même énoncé que l'ex 2





Solution :

$$Z_0 = \frac{Z_c (Z'_r + j Z_c \, tg \, \beta_g l')}{(Z_c + Z'_r \, tg \, \beta_g l')}$$

$Z'_r \to \infty$ c'est plus grand par rapport à Z_c et $j Z_c \, tg \, \beta_g l'$

Si $Z'_r \Rightarrow \infty \to$ C.O

$$\Rightarrow Z_0 = -j \frac{Z_c}{tg \, \beta_g l'} = -j Z_c \, cotg \, \beta_g . l'$$

$$\frac{1}{tg \, \beta l'} = \frac{-600j}{-300j} = 2 \Rightarrow tg \, \beta_g l' = 0,5$$

$$\beta_g l' = arc \, tg \, 0,5 = 26°,56 = \frac{360° l}{\lambda_g}$$

$$\frac{2\pi l'}{\lambda_g} = 26°,56$$

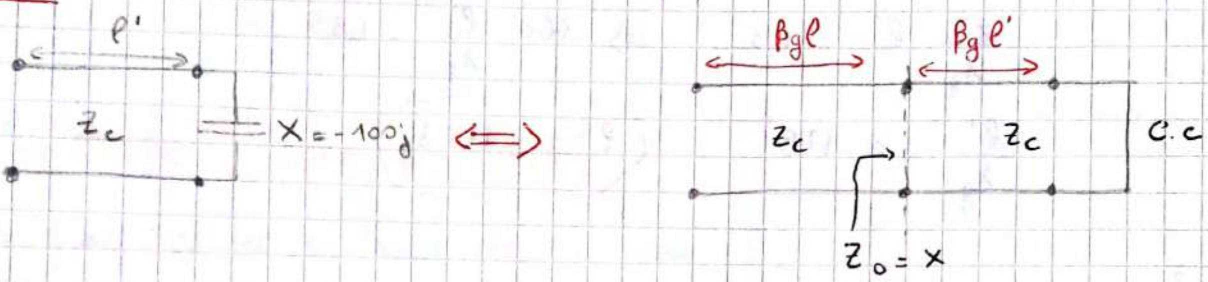
$$l' = 0,074 \, \lambda_g$$

Ex 4/ Soit une ligne sans perte d'impédance cara $Z_c = 500\,\Omega$ est terminé sur une réactance $X = -100j$. La longueur de cette ligne en angle $\beta_g \ell' = 315°$

1. calculer la longueur $\beta_g \ell'$ d'une ligne c.c à son extrémité pouvant remplacer cette réactance X.
2. Calculer la longueur totale de la ligne (en angle)
3. " le courant I_0 de la Source si la tension $V_0 = 1\,V$
4. " " " I au niveau de la réactance X.

Solution:

1)



$$Z_0 = j Z_c \, tg\, \beta_g \ell' = X$$

$$Z_c = 500\,\Omega$$

$$tg\, \beta \ell' = \frac{X}{j Z_c} = \frac{-100 j}{j\,500} = -0,2$$

$$\beta_g \ell' = arc\,tg\,(-0,2) = -11,3°$$

$$tg\,(\varphi + \pi) = \varphi$$

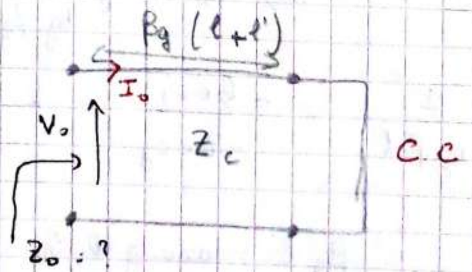
$$\beta_g \ell' = 180° - 11,3° = 168,7°$$

2) la longueur totale de la ligne

$$\beta_g \ell + \beta_g \ell' = 315° + 168,7°$$

$$\beta_g \ell + \beta_g \ell' = 483,7°$$

3) $V_0 = 1$ $\quad I_0 : ?$



$$Z_0 = j Z_c \, tg\, \beta_g (\ell + \ell')$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{V_0}{Z_0} \Leftrightarrow |I_0| = \frac{V_0}{|Z_0|}$$

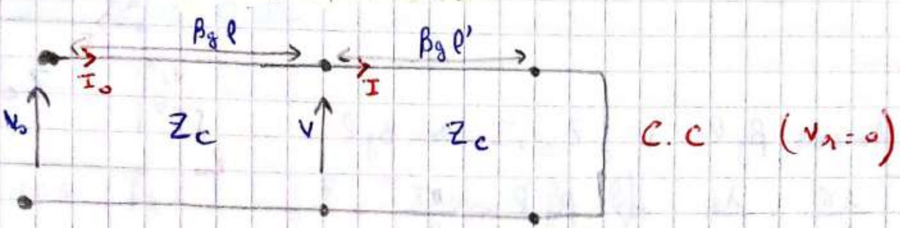
$$= \frac{V_0}{|j Z_c \, tg\, \beta_g (\ell + \ell')|}$$

$$|I_0| = \frac{V_0}{Z_c \operatorname{tg} \beta_g (\ell + \ell')}$$

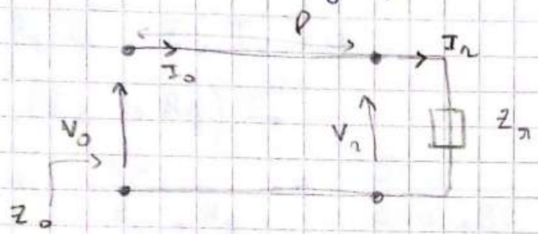
A.N : $|I_0| = \frac{1}{500 \operatorname{tg}(483,7 - 360)} =$

$|I_0| = 1,334 \cdot 10^{-3} A = 1,33\ mA$

4)



Rappel : Eq des Télégraphistes



$$\begin{cases} V_0 = V_r \cos \beta_g \ell + j Z_c I_r \sin \beta_g \ell \\ I_0 = I_r \cos \beta \ell + j \frac{V_r}{Z_c} \sin \beta_g \ell \end{cases}$$

Si $V_r = 0$ (c.c)

$I_0 = I_r \cdot \cos \beta_g (\ell + \ell')$

et $I = I_r \cdot \cos \beta_g \ell' \Rightarrow I = I_0 \frac{\cos \beta_g \ell'}{\cos \beta_g (\ell + \ell')}$

A.N : $I = I_0 \frac{\cos(168,5)^\circ}{\cos(483,7^\circ)} = 2,36\ mA$

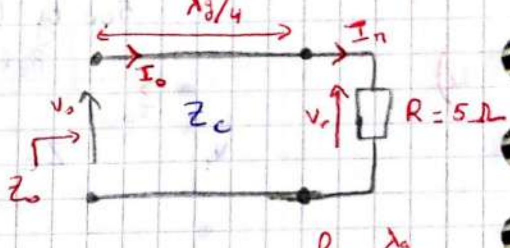
Ex5:

Une ligne de transmission sans perte est formé d'une ligne $\frac{\lambda_g}{4}$

elle est terminée sur une Résistance $R = 5\ \Omega$

1) calculer V_0 à l'entrée de la ligne si $I_r = 15\ mA$

2) Calculer l'impédance d'entrée Z_0 si $Z_c = 75\ \Omega$



$l = \frac{\lambda_g}{4}$

Solution

1) $V_0 = V_r \cos\beta_g l + j Z_c . I_r \sin\beta_g l$

$\beta_g l = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \frac{\lambda_g}{4} \Rightarrow \beta_g l = \frac{\pi}{2}$

$V_0 = j Z_c I_r \underbrace{\sin\beta_g l}_{1}$

$|V_0| = 75 . 15 . 10^{-3}$

$|V_0| = 1{,}125\ V$

2)

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_r + j Z_c \operatorname{tg}\beta_g l}{Z_c + j Z_r \operatorname{tg}\beta_g l}$$

Si $L = l = \lambda_g/4$

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_r + j Z_c \operatorname{tg}\pi/2}{Z_c + j Z_r \operatorname{tg}\pi/2}$$

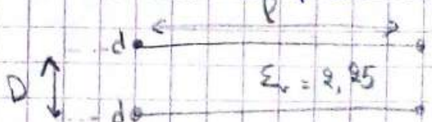
$\operatorname{tg}\pi/2 = \infty$

$$Z_0 = Z_c \frac{j Z_c \operatorname{tg}\pi/2}{j Z_r \operatorname{tg}\pi/2} = \frac{Z_c^2}{Z_r} = \frac{Z_c^2}{R}$$

$$Z_0 = \frac{(75)^2}{5} = 1125\ \Omega$$

Ex 6:

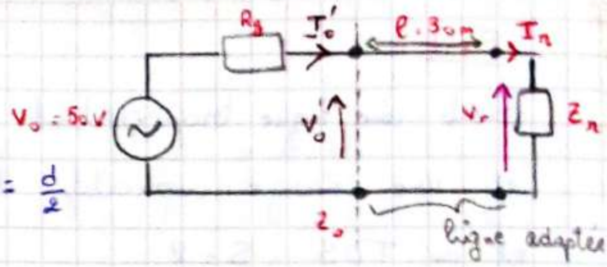
Soit un générateur de FEM (tension) $V = 50\ \Omega$ avec $f = 60\ MHz$ de Résistance interne $R_g = 30\ \Omega$, connecter à l'entrée d'une ligne sans perte formé de 2 fils parallèle de 2 mm diamètre à 4 cm l'un de l'autre, l'isolant ayant $\varepsilon_r = 2{,}25$



1) calculer Z_c de la ligne

2) Calculer la tension au niveau de la charge V_r ? si $l = 30\ m$ et la ligne est adaptée

3) Calculer l'intensité de courant I_n ?



Solution :

1) $Z_c = \frac{276}{\sqrt{2,25}} \log\left(\frac{D}{d/2}\right)$ $r = \frac{d}{2}$

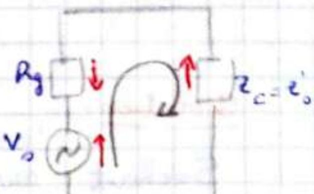
$Z_c = \frac{276}{\sqrt{2,25}} \log\left(\frac{40}{1}\right)$

$Z_c = 295\,\Omega \simeq 300\,\Omega$

2) $V_r = ?$

$V_r = V'_o \cos(\beta_g \ell) - j Z_c I'_o \sin(\beta_g . \ell)$

loi des mailles



$V_o - R_g I'_o - Z_c I'_o = 0$

$V_o = (Z_c + R_g) I'_o$

$I_o = \frac{V_o}{Z_c + R_g} = \frac{50}{300 + 30}$

$\boxed{I_o = 0,151\,A}$

$V'_o = Z_c . I_o = Z_o . I_o = 300 \times 0,151$

$\boxed{V'_o = 45,3\,V}$

3) $\beta g = \frac{2\pi}{\lambda_g} \Rightarrow \lambda_g = \frac{c_o}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\ 10^8}{60 . 10^6\ \sqrt{2,25}}$

$\lambda_g = 3,33 m$

$\beta g = \frac{2\pi}{3,33}$ rd / m

$V_r = 45,3 \cos\left(\frac{2\pi}{3,33} . 30\right) - j\ 300 . 0,151 \sin\left(\frac{2\pi}{3,33} . 30\right)$

$|V_r| = \sqrt{\left(45,3 \cos\left(\frac{2\pi}{3,33} . 30\right)\right)^2 + \left(300 \times 0,151 \times \sin\left(\frac{2\pi}{3,33} . 30\right)\right)^2}$

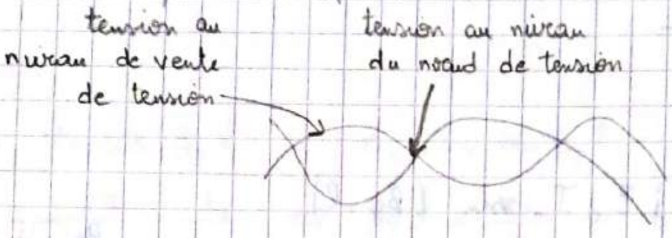
$\boxed{V_r = 45,3\,V}$

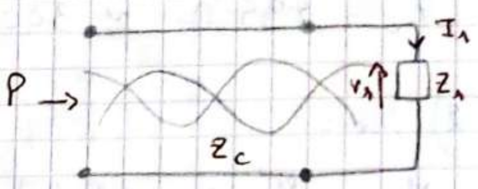
$|I_n| = \frac{45,3}{300} = 0,151\,A$

Ex 7

Soit une ligne transportant une puissance de 100 W avec $Z_c = 100\,\Omega$ et une charge capacitif d'impédance $Z_r = (200 - j\,100)\,\Omega$ et un TOS $= S = 2$

1) calculer V_{max}, V_{min}, I_{max}, I_{min}, I_r, V_r





Solution :

Sachant aussi que ~~Sakor~~ une ligne sans pertes, le courant et la tension sont en quadrature c-à-d :

$$V_{max} \longrightarrow I_{min}$$

$$V_{min} \longrightarrow I_{max}$$

$$Z_{max} = \frac{V_{max}}{I_{min}} = S . Z_c \qquad\qquad TOS = S = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}}$$

$$Z_{min} = \frac{V_{min}}{I_{max}} = \frac{Z_c}{S}$$

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \Rightarrow \Gamma = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$$

$$P = V_{max} . I_{min} = \frac{V_{max} . V_{max}}{Z_{max}} = \frac{V_{max}^2}{Z_{max}}$$

$$P = \frac{V_{max}^2}{S . Z_c} \Rightarrow V_{max} = \sqrt{P . S . Z_c}$$

$$V_{max} = \sqrt{100 . 2 . 100} = 141,42\,V$$

$$S = \frac{V_{max}}{V_{min}} \Rightarrow V_{min} = \frac{V_{max}}{S}$$

$$V_{min} = \frac{141,42}{2} = 70,71\ V$$

$$I_{max} = \frac{V_{min} . S}{Z_c} = \frac{V_{min}}{Z_{min}}$$

$$Z_c = \frac{V_{max}}{I_{max}} \Rightarrow I_{max} = \frac{V_{max}}{Z_c}$$

$I_{max} = \dfrac{141,42}{100} = 1,41\ A.$

$S = \dfrac{I_{max}}{I_{min}} \Rightarrow I_{min} = \dfrac{I_{max}}{S} = \dfrac{1,41}{5} = 0,7A$

- Comme la ligne est sans pertes.

P_{active} arrive jusqu'a à la charge

$Z_r = R_r + j X_r = 200 - 100j$

$P = Re(Z_r) \cdot I_r^2 = V_r \cdot I_r$

$P = R_r \cdot I_r^2$ où $|I_r| = \sqrt{\dfrac{P}{R_r}} = \sqrt{\dfrac{100}{200}} = \sqrt{0,5}$

$|I_r| = 0,71\ A.$

D'où $|V_r| = |Z_r| \cdot |I_r| = 0,71 \sqrt{200^2 + 100^2}$

$|V_r| = 159\ V$

Ex 8 :

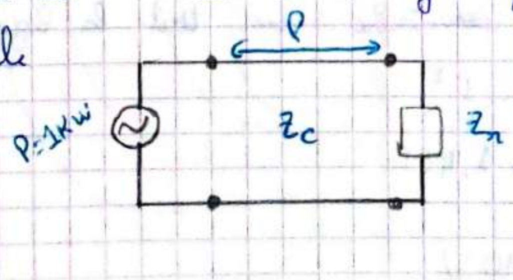
En place à l'extrimité d'une ligne bifilaire ayant $Z_c = 700\ \Omega$ une charge inconnu, en effectuant le relevée du courant de l'or de la ligne, on trouve les valeurs suivants. $200\,\mu A$ au max et $40\,\mu A$ au min.

On suppose que la charge se trouve à un vente de courant pour adaptée cette charge à la ligne, on utilise une ligne $\frac{\lambda}{4}$ formée de 2 tiges méthaliques de 5 mm de diamètre. On alimente la ligne sans pertes par un générateur qui fournit une puissance de 1KW

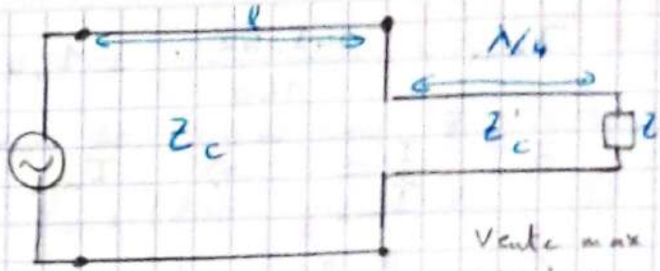
calculer

1) la distance D d'axe en axe des tiges de la ligne $\lambda_0/4$

2) les courants et la tension au niveau de la charge (I_r, V_r) au niveau de l'entrée de la ligne $\frac{\lambda}{4}$ et à l'entrée de la ligne principale



Solution :



$$S = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{200}{40} = 5 \qquad P = 1KW$$

La charge se trouve au niveau d'1 vente de courant, donc un noeud de tension

$$Z_{min} = \frac{V_{min}}{I_{max}} = Z_n = \frac{Z_c}{S}$$

$$Z_{min} = Z_n = \frac{500}{5} = 100\ \Omega$$

$Z_n \neq Z_e \Rightarrow$ désadaptation

On utilise une ligne $\frac{\lambda}{4}$ pour assurer l'adaptation ligne $\frac{\lambda}{4}$ = Inverseur d'impédance

$$Z_0 = \frac{Z_c'^2}{Z_n} = Z_c \Rightarrow Z'_c = \sqrt{Z_n \cdot Z_c}$$

A.N : $Z'_c = \sqrt{100 \cdot 500} = 224\ \Omega$

La ligne $\frac{\lambda}{4}$ est formée de 2 tiges méttaliques

$$Z'_c = \frac{276}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \log \frac{D}{r} \qquad \text{avec } r = \frac{d}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ mm}$$

ici $\varepsilon_r = \mu_r = 1$ A.N: $D = 16,1$ m.m

$$P = Z_0 . I_0^2 = Z_c . I_0^2$$

$$\Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{P}{Z_c}} = \sqrt{\frac{1000}{500}} = 1,41\text{ A.}$$

$$V_0 = Z_0 I_0 = Z_c . I_0 = \frac{P}{I_0}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{1000}{1,41} = 710\text{ V}$$

Ligne sans pertes $\Rightarrow$ P reste constante sur tout la ligne

$$P = V.I = Z'_0 I^2 = Z_c . I^2$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{Z_c}} = 1,41\text{A}$$

$$V = \frac{P}{I} = 710\text{ V}$$

$$P = V_r \cdot I_r = Z_r \cdot I_r^2 \Rightarrow I_r = \sqrt{\frac{P}{Z_r}} = \sqrt{\frac{1000}{100}}$$

$$I_r = 3,16 A$$

$$V_r = Z_r \cdot I_r = 100 \cdot 3,16$$

$$V_r = 316 V$$

L'abaque de Smith.

$$Z(x) = \frac{1+\tau(x)}{1-\tau(x)} \cdot Z_c \Rightarrow z_n = \frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{1+\tau(x)}{1-\tau(x)}$$

$$\tau(x) = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(x) - Z_c} = \frac{\frac{Z(x)}{Z_c} - 1}{\frac{Z(x)}{Z_c} + 1} = \frac{z_n - 1}{z_n + 1}$$

$$z_n = \frac{Z(x)}{Z_c} = r_n + j x_n = \frac{1+\tau(x)}{1-\tau(x)}$$

$$\tau(x) = \tau_1 + j\tau_2$$

$$r_n + j x_n = \frac{(1+\tau_1) + j\tau_2}{(1-\tau_1) - j\tau_2}$$

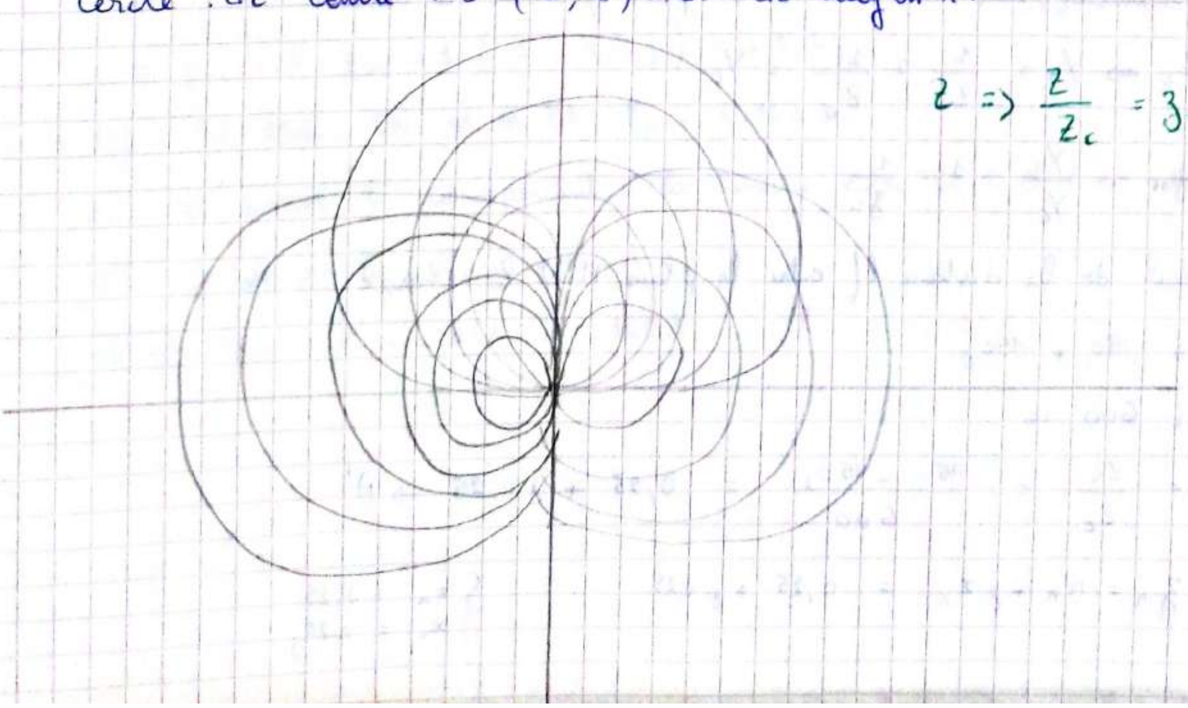
$$\begin{cases} \left(\tau_1 - \frac{r_n}{1+r_n}\right)^2 + \tau_2^2 = \frac{1}{(1+r_n)^2} \\ (\tau_1 - 1)^2 + \left(\tau_2 - \frac{1}{x_n}\right)^2 = \left(\frac{1}{x_n}\right)^2 \end{cases}$$

Ces 2 éq sont celles de cercle de la forme

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Cercle de centre $O(a,b)$ et de rayon r.

$$Z \Rightarrow \frac{Z}{Z_c} = z_n = r_n + j x_n$$

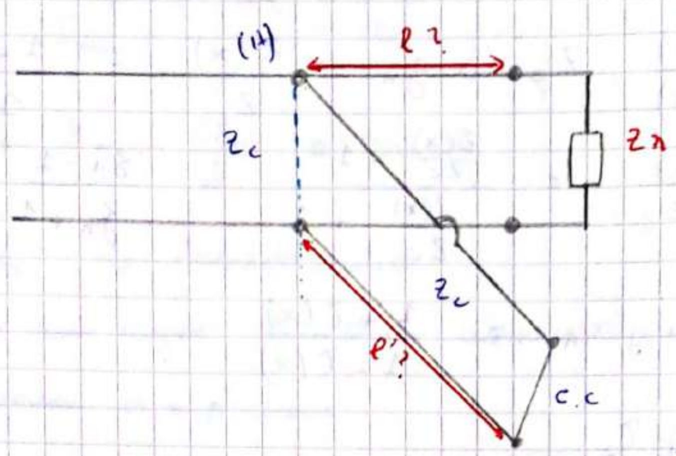


Ex :

Adaptation par un Stub à l'aide de l'abaque de Smith

1) déterminer un Stub c.c et cherché sa distance à la charge afin d'adapté une ligne ayant $Z_c = 600\ \Omega$ à une charge $Z_r = (150 + 150j)\ \Omega$

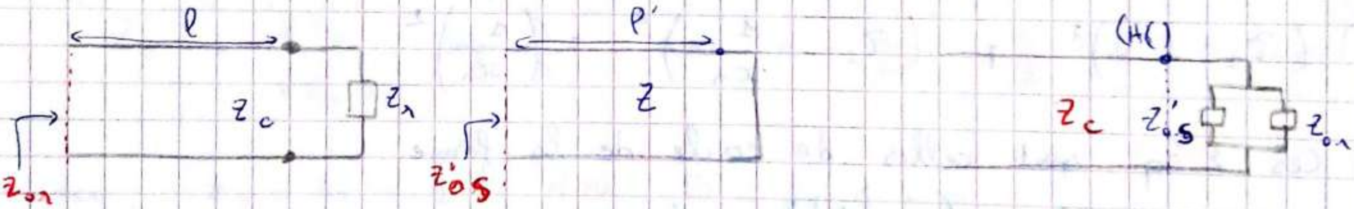
On considère le stub de m̂ Z_c que la ligne



Solution :

On cherche une adaptation au niveau du plan (H)

$$Z_H = Z_c \Rightarrow z_H = \frac{Z_H}{Z_c} = 1$$



$$Z_H = Z'_{0S} \,//\, Z_{0r}$$

On va travailler avec des admittances pour faciliter le calcul

$$Z_H = Z_c \Rightarrow Y_H = \frac{1}{Z_H} = \frac{1}{Z_c} = Y_c$$

$$y_H = \frac{Y_H}{Y_c} = 1 = \frac{1}{z_H}$$

a/ Calcul de la distance l entre le plan H et la charge

$Z_r = 150 + 150j$

$Z_c = 600\ \Omega$

$$z_r = \frac{Z_r}{Z_c} = \frac{150 + 150j}{600} = 0,25 + j\,0,25 \rightarrow A'$$

$$z_r = r_n + j\,x_n = 0,25 + j\,0,25 \qquad \begin{cases} r_n = 0,25 \\ x_n = 0,25_j \end{cases}$$

$y_r = \frac{1}{3r} \to A$ (symétrique de A'/ à O)

$y_r = 2 - j2 \Rightarrow A$

- tracer le cercle de Rayon OA
- L'intersection du cercle de rayon OA avec le cercle $r_n = 1$ donne 2 pts K et K'
- On lit au niveau de K : $1 - 1,6j$
- " " " " de K' : $1 + 1,6j$

Considerons la premiere solution relative à K ($1 - 1,6j$)

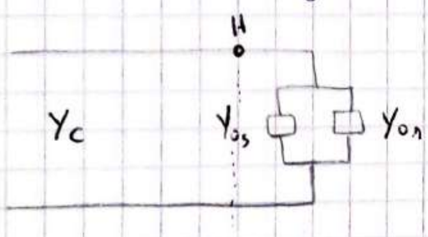
On projette OA jusqu'on cercle exterieur ou on lit on pt A'' ou on lit

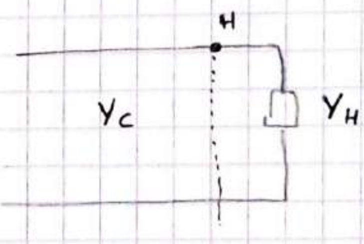
$l_A = 0,290\lambda$

De m̂ on projette OK jusqu'au cercle exterieur ou on lit $l_K = 0,321\lambda$ au pt K''

D'où $l = l_K - l_A = (0,321 - 0,290)\lambda = 0,03$

b) Calcul de la longueur l' du Stub c.c





$Y_H = Y_{0s} + Y_{0r}$

$\Rightarrow y_H = \frac{Y_H}{Y_c} = \frac{Y_{0s}}{Y_c} + \frac{Y_{0r}}{Y_c} = y_{0s} + y_{0r} = 1$ (car adaptation au niveau du plans H)

$Y_H = Y_c$

$\Rightarrow y_{0s} = 1 - y_{0r} = 1(1 - 1,6j) = +1,6j$

On trace la droite ON et on lit $l_N = 0,161\lambda$

D'ou on décrit l' correspondant à la distance entre le c.o (en admittance et le pt où on lit $l_N = 0,161\lambda$

Ce qui donne : $l' = 0,25\lambda + 0,161\lambda$ $\quad l' = 0,411\lambda$