



M1-S2-Télécom option Réseaux et Télécoms

Novembre 2020

Rattrapage Examen Matière: TR821

Durée : 1H

Exercice 1: 10 points

Dans un guide d'onde métallique cylindrique rempli d'air, le champ magnétique est décrit par l'expression $H_z(r, \theta, z, t) = H_0 J_m(k_c \cdot r) \cos m\theta e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t}$

Sachant que le relevé du champ magnétique du mode TE₂₁ de ce guide, a donné une expression de la forme $H_z(r, \theta, z, t) = H_0 \cdot J_2(152,7 \cdot r) \cdot \cos 2\theta \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}$, calculer:

- 1- Le rayon a de ce guide,
- 2- la fréquence de coupure f_c de ce mode,
- 3- la longueur d'onde dans le guide (λ_g) si ce mode propage un signal de fréquence 10GHz,
- 4- la bande passante théorique pour un fonctionnement monomodal de ce guide.

On donne : $x_{01}=2.405$; $x_{11}=3.832$; $x_{02}=5,520$; $x'_{01}=3.832$; $x'_{11}=1.841$; $x'_{02}=7.016$

$x_{12}=7.016$; $x_{21}=5.136$; $x'_{12}=5.331$; $x'_{21}=3.054$

Exercice 2: 10 points

Calculer les dimensions minimales de la section transversale (axb) d'un guide d'onde rectangulaire vide pour guider une onde électromagnétique seule et sans dispersion à la fréquence 2GHz. On donne également le rapport (b/a)=2.

Bon courage



Rattrapage TR 821.

Novembre 2020

Solution Exo 1.

mode TE_{21} du G.O.C. vide :

$$H_z(r, \theta, z, t) = H_0 J_m(k_c r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}$$

ici $m=2$ et $n=1$.

$$\text{avec } H_z(r, \theta, z, t) = H_0 J_2(k_c r) \cdot \cos 2\theta \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}$$

Avec des mesures, on trouve :

$$H_z(r, \theta, z, t) = H_0 J_2(152,7 r) \cos 2\theta \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}$$

Donc $k_{cTE_{21}} = \frac{x'_{21}}{a}$, avec a rayon du G.O.C.

1/ Calcul du rayon a du G.O.C.

$$k_{cTE_{21}} = \frac{x'_{21}}{a} = 152,7 \Rightarrow a = \frac{x'_{21}}{152,7} = \frac{3,054}{152,7} = 0,02 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \underline{a = 2 \text{ cm}}$$

2/ Calcul de $f_{cTE_{21}}$.

$$k_{cTE_{21}} = \frac{2\pi}{\lambda_{cTE_{21}}} = \frac{2\pi f_{cTE_{21}}}{c_0} = \frac{x'_{21}}{a} = 152,7$$

$$\Rightarrow f_{cTE_{21}} = \frac{c_0 \cdot 152,7}{2\pi} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 152,7}{2 \cdot \pi}$$

$$\Rightarrow \underline{f_{cTE_{21}} = 7,29 \text{ GHz}}$$

3/ Calcul de d_g si $f = 10 \text{ GHz}$

$$k_c^2 = k^2 - \beta_g^2 \Rightarrow \beta_g^2 = k^2 - k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_g} = \sqrt{k^2 - k_c^2} \Rightarrow d_g = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - k_c^2}}$$

$$\text{avec } k = \frac{2\pi f}{c_0} = \frac{2\pi f}{3 \cdot 10^8}$$

$$\Rightarrow d_g = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c_0}\right)^2 - k_c^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^8}\right)^2 - 152,7^2}}$$

$$\Rightarrow d_g = \frac{2\pi}{\sqrt{209,4^2 - 152,7^2}} = \underline{\underline{4,385 \text{ cm} \approx 4,39 \text{ cm}}}$$



a) Calculer BP théorique de ce G.O.C.

$$BP_{\text{théorique}} = f_{c2} - f_{c1} =$$

$$\text{avec } f_{c1} = f_{c_{\text{mode fondamental}}} = f_{c_{TE_{11}}} = \frac{c_0 \cdot \alpha'_{11}}{2\pi a}$$

$$\text{et } f_{c2} = f_{c_{TM_{01}}} = \frac{c_0 \cdot \alpha_{01}}{2\pi a}$$

$$f_{c_{TE_{11}}} = \frac{c_0 \cdot \alpha'_{11}}{2\pi a} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1,841}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \underline{4,395 \text{ GHz}}$$

$$f_{c_{TM_{01}}} = \frac{c_0 \cdot \alpha_{01}}{2\pi a} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2,405}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \underline{5,742 \text{ GHz}}$$

$$\text{Donc } BP_{\text{théorique}} = f_{c_{TM_{01}}} - f_{c_{TE_{11}}} = (5,742 - 4,395) \text{ GHz}$$

$$\Rightarrow BP_{\text{théorique}} = \underline{1,347 \text{ GHz}}$$



Solution: exercice 21

On a vide pour garantir seulement le mode
 TEM seul et sans dispersion
 c. à d. fonctionnement monomodal et
 $f \geq 1,25 f_{c1}$.

ici $\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow \underline{b \geq a}$.

Donc le mode fondamental de la cavité
 est le TEM.

\Rightarrow d'où $f_{c1} = f_{cTEM1} = \frac{c_0}{2b}$.

$\Rightarrow f = 20 \text{ GHz} \geq 1,25 f_{cTEM1} = \frac{c_0}{2b} \cdot 1,25$.

$\Rightarrow b \geq \frac{c_0 \cdot 1,25}{2 \cdot f}$

$\Rightarrow b \geq \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1,25}{2 \cdot 2 \cdot 10^9} = 0,09375 \text{ m}$.

$\Rightarrow b \geq 9,4 \text{ cm}$.

et donc $\geq 9,4 \text{ cm}$ et $\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow a = \frac{b}{2}$.

$\Rightarrow a_{\min} = \frac{9,4}{2} = \underline{4,7 \text{ cm}}$

$\left\{ \begin{array}{l} a_{\min} = 4,7 \text{ cm} \\ b_{\min} = 9,4 \text{ cm} \end{array} \right.$