Octobre 2020.

Examen TR821.

Solution exo. 1 : (10 pts)

G.O.R vide (air). avec $H_z(x, y, z, t) = H_0 \cos(k_x \cdot x) \cos(k_y \cdot y) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t}$

$= H_0 \cos(87{,}3 \cdot x) \cos(92{,}4\, y) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t}$

D'où $k_x = 87{,}3$ et $k_y = 92{,}4$

1/ Mode TE_{12} $\Rightarrow m = 1$ et $n = 2$.

(3 pts)

D'où $\begin{cases} k_x = \dfrac{m\pi}{a} = \dfrac{\pi}{a} = 87{,}3 \Rightarrow a = \dfrac{\pi}{87{,}3} = 3{,}6 \text{ cm} \\ k_y = \dfrac{n\pi}{b} = \dfrac{2\pi}{b} = 92{,}4 \Rightarrow b = \dfrac{2\pi}{92{,}4} = 6{,}8 \text{ cm} \end{cases}$

2/ Fréquence de coupure du mode TE_{12}.

(2 pts)

$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \Rightarrow k_c = \dfrac{2\pi}{\lambda_c} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ et $\lambda_c = \dfrac{c_0}{f_c}$

$\Rightarrow f_c = \dfrac{c_0}{2\pi}\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = f_{c_{TE_{12}}}$.

A.N : $f_{c_{TE_{12}}} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{2\pi}\sqrt{87{,}3^2 + 92{,}4^2} \simeq 6{,}07 \text{ GHz}$

3/ Calcul de λ_g si $f = 10$ GHz.

(2 pts)

$k_c^2 = k^2 - \beta_g^2 \Rightarrow \beta_g^2 = k^2 - k_c^2 \Rightarrow \beta_g = \dfrac{2\pi}{\lambda_g} = \sqrt{k^2 - k_c^2}$

avec $k_c = \dfrac{2\pi}{\lambda_c} = \dfrac{2\pi f_c}{c_0}$ et $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi f}{c_0}$.

D'où $\lambda_g = \dfrac{c_0}{\sqrt{f^2 - f_c^2}} \simeq 3{,}8 \text{ cm}$

4/ Bande passante théorique pour un fonctionnement monomodal.

(3 pts)

on a $a < b \Rightarrow$ le 1er mode est le TE_{01}.

avec $f_{c1} = f_{c_{TE_{01}}} = \dfrac{c_0}{2b} = 2{,}2$ GHz.

Le 2ème mode est le TE_{10} avec $f_{c_{TE_{10}}} = \dfrac{c_0}{2a} = f_{c2} \simeq 4{,}17$ GHz.

D'où $BP_{théorique} = f_{c2} - f_{c1} = 1{,}97$ GHz

Examen TR 821. Octobre 2020.

Solution Exo. 2 : 05 pts

G.O.R. vide WR-90 avec $a = 22,86\,mm$ et $b = 10,16\,mm$

On a $a > b \Rightarrow$ le mode dominant ~~ou~~ fondamental est le TE_{10}. 1pts

avec $fc_{TE_{10}} = fc_1 = \frac{c_0}{2a} = \underline{6,56\,GHz}$ 1pts

On a ici $a > 2b \Rightarrow \frac{a}{b} > 2$, donc le $2^{ème}$ mode est le TE_{20}. 1pt

avec $fc_2 = fc_{TE_{20}} = \frac{c_0}{a} = 13,12\,GHz$. 1pt

D'où la bande passante pratique est :

$$BP_{pratique} = fc_2 - 1,25\,fc_1 = \underline{4,92\,GHz}$$ 1pt

examen TR821. octobre 2020

Solution exo. 3 : 05pts

G.O.C vide de rayon $a = 2\ cm$

Le premier mode TE du G.O.C est le TE_{11} = 1er mode du G.O.C 0,5pt

$$k_{c_{TE_{11}}} = \frac{x'_{11}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{c_{TE_{11}}}} \quad \text{et} \quad \lambda_{c_{TE_{11}}} = \frac{c_0}{f_{c_{TE_{11}}}}.$$

$$\Rightarrow \quad f_{c_{TE_{11}}} = \frac{c_0 \cdot x'_{11}}{2\pi a} = \frac{3.10^8 \cdot 1,841}{2.\pi.2.10^{-2}} = 4,39\ GHz$$ 1pt

Le premier mode TM du G.O.C est le TM_{01} = 2ème mode du G.O.C 0,5pt

$$\text{avec} \quad k_{c_{TM_{01}}} = \frac{x_{01}}{a} = \frac{2\pi f_{c_{TM_{01}}}}{c_0}.$$

$$\Rightarrow \quad f_{c_{TM_{01}}} = \frac{c_0 \cdot x_{01}}{2\pi a} = \frac{3.10^8 \cdot 2,405}{2.\pi.2.10^{-2}} = 5,74\ GHz$$ 1pt

si on injecte dans le G.O.C un signal de fréquence $f = 4,40\ GHz$

alors $f_{c_{TE_{11}}} < f < f_{c_{TM_{01}}} \Rightarrow$ seul le mode TE_{11} va propager ce signal 1pt

$$\text{Alors} \quad \beta_g = \sqrt{k^2 - k_{c_{TE_{11}}}^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{c_0} f\right)^2 - \left(\frac{2\pi f_{c_{TE_{11}}}}{c_0}\right)^2} = 7,854\ rad/m$$ 1pt