الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان خضراوان مرقّمتان بـ: 1 ، 2
وثلاث كريّات بيضاء مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 2 وخمس كريّات حمراء مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3

I) نسحب عشوائيا من الصّندوق 3 كريّات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كريّات مختلفة الألوان مثنى مثنى » ، B : « الحصول على 3 كريّات تحمل نفس الرّقم »

C : « الحصول على 3 كريّات مجموع أرقامها 6 »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على التّرتيب.

ب) احسب $P(A\cap B)$ ثمّ استنتج حساب $P(A\cup B)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 3 كريّات بالكيفية السّابقة عدد ألوان الكريّات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

II) نسحب عشوائيا من الصّندوق 3 كريّات على التّوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألّا يبقى في الصّندوق أيّة كريّة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=e^2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2\sqrt{u_n}$

أ) احسب الحدّين u_1 ، u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $4<u_n\le e^2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln u_n-2\ln 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{1}{2}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

ب) استنتج بدلالة n الجُداء p_n حيث: $p_n=u_0\times u_1\times\cdots\times u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 7x-5y=9$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $7x\equiv 9[5]$ ثم حل المعادلة (E)

ب) نضع: $d=PGCD(x\,;y)$ حيث الثنائية $(x\,;y)$ تحقق المعادلة (E)

- عيّن القيم الممكنة للعدد d ثم جد كل الثنائيات $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $d=9$

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $1446^{2025}+5n+2$ قابلا للقسمة على 7

3) عيّن كل الثنائيات الطبيعية $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $3^{y-x}\equiv 5[7]$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x-1)^2e^{-x}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$

ب) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=(x-1)(x-3)e^{-x}$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+(x^2+1)e^{-x}$ ، (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المنحني (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

ب) تحقّق أنّ للمنحني (c_f) نقطتي انعطاف، يُطلب تعيين إحداثييهما.

4) احسب $f(-1)$ ثم ارسم كلًا من (Δ) ، (T) و (c_f)

5) أ) عيّن العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدّالة $h:x\mapsto(-x^2+ax+b)e^{-x}$ أصلية للدّالة $k:x\mapsto(x^2+1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع حساب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 12 كرية منها: 3 كريات خضراء و 4 كريات بيضاء و 5 كريات حمراء.

كلّ الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس.

I) نسحب عشوائيا من الصندوق 4 كريات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كريات بالضبط من نفس اللّون » ، B : « لا نحصل على أية كرية بيضاء »

C : « الحصول على كرية واحدة بيضاء على الأقل »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على التّرتيب.

ب) احسب $P(A \cap B)$ ثمّ استنتج حساب $P(A \cup B)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 4 كريات بالكيفية السابقة عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

II) نسحب عشوائيا من الصّندوق 4 كريات على التّوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألّا يبقى في الصّندوق أيّة كرية خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3+5u_n}{3+u_n}$

أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=5-\dfrac{12}{3+u_n}$

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0 \le u_n < 3$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{-3+u_n}{1+u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\dfrac{4}{1+u_n}=1-v_n$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{4}{1+u_0}+\dfrac{4}{1+u_1}+\cdots+\dfrac{4}{1+u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) a و b العددان الطّبيعيان المكتوبان في نظام التّعداد ذي الأساس 7 كما يلي: $a=\overline{4134}$ و $b=\overline{4630}$

- اكتب كلّا من a و b في النّظام العشري.

2) نعتبر المعادلة: $1446x-1687y=241\cdots(E)$ ذات المجهولين الصّحيحين x و y

أ) بيّن أنّ: $PGCD(1446;1687)=241$ ثمّ حلّ المعادلة (E)

ب) جد الثّنائية $(x_0\,;\,y_0)$ حلّ المعادلة (E) والتي تحقّق: $PPCM(x_0\,;\,y_0)=340$

3) عيّن الأعداد الصّحيحة α التي تحقّق الجملة: $\begin{cases}\alpha\equiv 5[6]\\ \alpha\equiv 6[7]\end{cases}$

4) A و B عددان حيث: $A=7n^2+13n+6$ ، $B=6n^2+11n+5$ مع n عدد طبيعي.

- بيّن أنّ A و B يقبلان القسمة على $n+1$ ثمّ استنتج بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+2-2\ln(x+1)$

1) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x(x+2)}{x+1}$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها. (لا يُطلب حساب النّهايات)

2) استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1+2\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

جـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$

ب) استنتج أنّ للمنحني (C_f) نقطة انعطاف، يطلب تعيين إحداثييها.

4) أ) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1+2\ln(x+1)=m(x+1)$

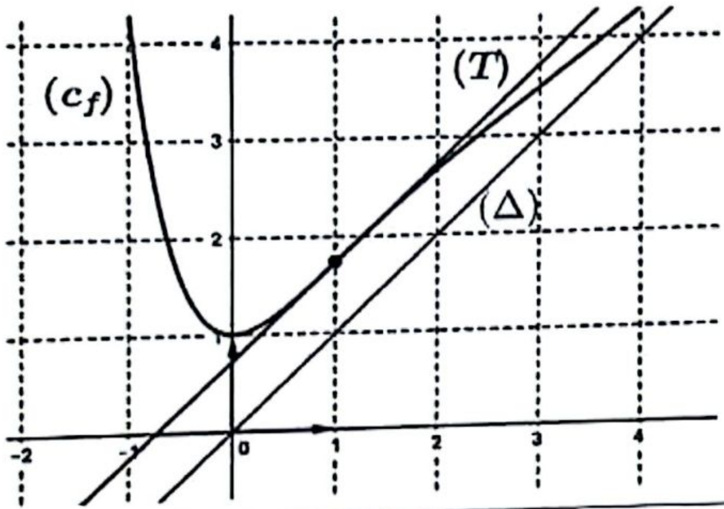
5) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x$ ، $x=0$ و $x=e-1$

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th rowspan="2" colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>العلامة</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I) 1)</td><td>أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3=120$
$P(A)=\frac{C_2^1\times C_3^1\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$ ، $P(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{60}$
$P(C)=\frac{C_4^3+C_5^1\times C_4^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{5}$</td><td>0,5
0,25×3</td><td rowspan="2">2,25</td></tr>
<tr><td>ب) $P(A\cap B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{20}$
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{19}{60}$</td><td>0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>$X(\Omega)=\{1;2;3\}$
<table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{11}{120}$</td><td>$\frac{79}{120}$</td><td>$\frac{30}{120}$</td></tr></table>
$E(X)=\frac{259}{120}$</td><td>0,25
0,25×3
0,25</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>II)</td><td>احتمال ألاّ يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{3A_2^2\times A_8^1}{A_{10}^3}=\frac{1}{15}$</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1)</td><td>أ) $u_1=2e$ ، $u_2=2\sqrt{2e}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.</td><td>0,25×3</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>ب) البرهان بالتراجع.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>جـ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n}\left(2-\sqrt{u_n}\right)$ ،
(u_n) متناقصة تماما.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$
$v_0=2-\ln 4$ ، $v_n=\frac{2-\ln 4}{2^n}=\frac{1-\ln 2}{2^{n-1}}$</td><td>0,5
0,25×2</td><td rowspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td>ب) $u_n=4e^{v_n}=4e^{\frac{1-\ln 2}{2^{n-1}}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$</td><td>0,25×2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3)</td><td>أ) $S_n=4(1-\ln 2)\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$</td><td>0,25</td><td rowspan="2">0,5</td></tr>
<tr><td>ب) $P_n=4^{n+1}\times e^{S_n}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>أ) $7x\equiv 9\,[5]$ تكافئ $x=5k+2\ ;\ k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,75</td><td>2,25</td></tr>
</table>

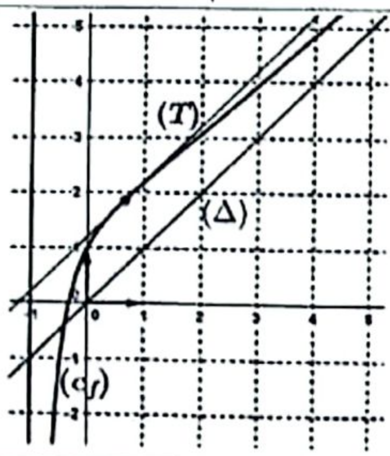
<table>
<tr><th></th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><td></td><td>$(x;y)=(5k+2;7k+1)$; $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,5</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td>ب) $d\in\{1;3;9\}$
من أجل $d=9$ نجد: $(x;y)=(45k+27;63k+36)$; $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,25
0,75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ) من أجل كلّ عدد طبيعي k:
$3^{6k}\equiv1[7]$ ، $3^{6k+1}\equiv3[7]$ ، $3^{6k+2}\equiv2[7]$
$3^{6k+3}\equiv6[7]$ ، $3^{6k+4}\equiv4[7]$ ، $3^{6k+5}\equiv5[7]$</td><td>1</td><td rowspan="2">1,75</td></tr>
<tr><td>ب) $1446^{2025}+5n+2\equiv0[7]$ تكافئ $n=7k+5$; $k\in\mathbb{N}$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>$3^{y-x}\equiv5[7]$ تكافئ $k=3\alpha+3;\alpha\in\mathbb{N}$
ومنه: $(x;y)=(15\alpha+17;21\alpha+22)$; $\alpha\in\mathbb{N}$</td><td>0,5
0,5</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">I)
1)</td><td>أ) $\lim_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ ، تبيان أنّ: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$</td><td>0,25×2</td><td rowspan="3">1,5</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=(x-1)(x-3)e^{-x}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>جـ) الدالة g متناقصة تماما على $[1;3]$
ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$
جدول التغيرات:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 1   3 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td>+   0   −   0   +</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ 1 ↘ $1-4e^{-3}$ ↗ 1</td></tr>
</table></td><td>0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>$g(0)=0$
إشارة $g(x)$:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>−   0   +</td></tr>
</table></td><td>0,25×2</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">II)
1)</td><td>أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$</td><td>0,25×2</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$
أي: (Δ) ذو المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة	
	0,25	جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	
1,25	0,5+0,25	أ) $f'(x)=1$ تكافئ $x=1$ ، $(T): y= x+\frac{2}{e}$	3)
	0,5	ب) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)= g'(x)$ ومنه: للمنحني (C_f) نقطتا انعطاف هما: $A\left(1;1+\frac{2}{e}\right)$ ، $B\left(3;3+\frac{10}{e^3}\right)$	
1,25	0,25 0,25×2 0,5	$f(-1)=-1+2e$ رسم (Δ) ، (T) رسم (C_f) 	4)
0,75	0,25 0,25	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $h'(x)=\left(x^2-(a+2)x+a-b\right)e^{-x}$ أ) $(a;b)=(-2;-3)$	5)
	0,25	ب) $\mathcal{A}=4\int_0^1 k(x)\,dx=4\left(h(1)-h(0)\right)=\left(12-\frac{24}{e}\right)cm^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

العلامة	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	
		التمرين الأول (04 نقاط)	
2	0,5 0,25×3	أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{12}^4=495$ $P(A)=\frac{C_3^3\times C_9^1+C_4^3\times C_8^1+C_5^3\times C_7^1}{C_{12}^4}=\frac{37}{165}$ ، $P(B)=\frac{C_8^4}{C_{12}^4}=\frac{14}{99}$ $P(C)=1-P(B)=\frac{85}{99}$	I) 1)
	0,5 0,25	ب) $P(A\cap B)=\frac{C_3^3\times C_5^1+C_5^3\times C_3^1}{C_{12}^4}=\frac{7}{99}$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{146}{495}$	
1,5	0,25 0,25×4 0,25	$x_i\in\{0;1;2;3\}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{14}{55} & \frac{28}{55} & \frac{12}{55} & \frac{1}{55} \end{array}$ $E(X)=1$	2)
0,5	0,5	احتمال ألاّ يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{4A_3^3\times A_9^1}{A_{12}^4}=\frac{1}{55}$	II)
		التمرين الثاني (04 نقاط)	
1,75	0,25	أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=5-\frac{12}{3+u_n}$	1)
	0,5+0,25	ب) البرهان بالتّراجع.	
	0,5 0,25	جـ) $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+2u_n+3}{3+u_n}=\frac{(3-u_n)(1+u_n)}{3+u_n}$ (u_n) متزايدة تماما.	
1,5	0,25+0,5	أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$ ، $v_n=-3\left(\frac{1}{3}\right)^n$	2)
	0,25+0,5	ب) $u_n=\frac{3-3\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ أو $u_n=-1+\frac{6}{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ ، $\lim_{n\to+\infty}u_n=3$	
0,75	0,25	أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1+u_n}=1-v_n$	3)
	0,5	ب) $S_n=n+1+\frac{9}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)=n+\frac{11}{2}-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$	

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الثالث(05 نقاط)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$0,5\times 2$</td><td>$b=1687$ ، $a=1446$</td><td>(1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2,25</td><td>0,5</td><td>أ) $PGCD(1446;1687)=241$</td><td rowspan="3">(2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>(E) تكافئ $6x-7y=1$ ومنه: $k\in\mathbb{Z}$; $\begin{cases} x=7k+6 \\ y=6k+5 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>ب) لدينا: $PPCM(x_0\,;\,y_0)=340$ ومنه: $(7k+6)(6k+5)=340$
أي: $42k^2+71k-310=0$ ومنه: $k=2$ ، $(x_0\,;\,y_0)=(20\,;17)$</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>0,75</td><td>لدينا: $\begin{cases} \alpha\equiv 5[6] \\ \alpha\equiv 6[7] \end{cases}$ أي: $\begin{cases} \alpha=6\beta+5 \\ \alpha=7\gamma+6 \end{cases}$ أي: $6\beta-7\gamma=1$
ومنه: $k\in\mathbb{Z}$; $\begin{cases} \beta=7k+6 \\ \gamma=6k+5 \end{cases}$ وعليه: $\alpha=42k+41$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>(3</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,5
0,5</td><td>$A=(n+1)(7n+6)$ و $B=(n+1)(6n+5)$
ومنه: $PGCD(A;B)=(n+1)\times PGCD(7n+6\,;6n+5)=n+1$</td><td>(4</td></tr>
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>0,25</td><td>أ) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x(x+2)}{x+1}$</td><td rowspan="2">(I
(1</td></tr>
<tr><td>0,25
0,25
0,25</td><td>إشارة $g'(x)$
الدالة g متناقصة تماما على $]-1\,;0]$
ومتزايدة تماما على كل من $[0\,;+\infty[$
جدول التغيرات:
$\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & & 0 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline g(x) & & \searrow & 2 & \nearrow & \end{array}$</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>0,25</td><td>من أجل كلّ x من $]-1\,;+\infty[$ ، $g(x)>0$</td><td>(2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1,5</td><td>$0,25\times 2$</td><td>أ) $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$</td><td rowspan="3">(II
(1</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>ب) من أجل كلّ x من $]-1\,;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$</td></tr>
<tr><td>0,25
0,25</td><td>ج) الدالة f متزايدة تماما على $]-1\,;+\infty[$
جدول التغيرات:
$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & +\infty \end{array}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1,25</td><td>0,5</td><td>أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$ أي: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$</td><td rowspan="2">(2</td></tr>
<tr><td>0,5+0,25</td><td>ب) $f'(x)=1$ تكافئ $x=\sqrt{e}-1$ ، $(T): y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e}}$</td></tr>
</table>

3)	أ) من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$	$0,25$	$0,75$
	ب) f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $e-1$ و $B\left(e-1\,;\,e-1+\frac{3}{e}\right)$ نقطة انعطاف	$0,25\times2$	
4)	أ) $f(0)=1$	$0,25$	$1,75$
	رسم (Δ) ، (T)	$0,25\times2$	
	رسم (C_f) 	$0,5$	
	ب) $1+2\ln(x+1)=m(x+1)$ تكافئ $f(x)=x+m$ $m\le 0$ أو $m=\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حل واحد ، $0<m<\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حلان مختلفان ، $m>\dfrac{2}{\sqrt{e}}$: لا يوجد حلول.	$0,5$	
5)	$\mathcal{A}=\displaystyle\int_0^{e-1}\frac{1+2\ln(x+1)}{x+1}\,dx=\int_0^{e-1}\left(\frac{1}{x+1}+\frac{2\ln(x+1)}{x+1}\right)dx=2\,u.a$	$0,5$	$0,5$

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.