

**Analyse économique du consommateur et
du producteur 1 - MICROECONOMIE**

Licence d'Economie et Gestion - Première année - Groupe 12

CORRIGE DE L'INTERROGATION DU 5 DECEMBRE 2007

Questions de cours

1.- Expliquez brièvement mais clairement la signification de la décroissance du taux marginal de substitution technique.

Le TMST diminue au fur et à mesure que nous nous déplaçons (vers la droite) le long d'une isoquante, qui est décroissante convexe. Au fur et à mesure que le producteur utilise de plus en plus de travail, il a besoin de moins en moins de capital pour maintenir son niveau de production inchangé. Plus la production est intensive en travail, plus sa productivité diminue. (Il en est de même pour la productivité du capital si celui-ci est utilisé en quantités importantes en détriment du travail).

2.- Qu'est ce que les rendements d'échelle ? Si on suppose une fonction de production du type Cobb-Douglas, de quoi dépendent les rendements d'échelle ?

Les rendements d'échelle sont le taux auquel la production augmente lorsque les quantités de facteurs augmentent dans les mêmes proportions.

Pour une fonction de production Cobb-Douglas, les rendements d'échelle dépendent de la valeur des coefficients associés aux facteurs (c'est-à-dire de l'élasticité de l'output par rapport au travail et de l'élasticité de l'output par rapport au capital). Si les coefficients sont a et b , les rendements d'échelle sont croissants si $(a+b) > 1$, constants si $(a+b) = 1$, décroissants si $(a+b) < 1$.

Exercice

1.-

a.- Programme du consommateur :

$$\begin{cases} U = 4X^{1/4}Y^{2/4} \\ R = P_X X + P_Y Y \end{cases}$$

On utilise le Lagrangien :

$$L = 4X^{1/4}Y^{2/4} + \lambda(P_X X + P_Y Y - R)$$

Conditions du premier ordre :

$$\frac{\partial L}{\partial X} = X^{-3/4}Y^{2/4} + \lambda \times P_X = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 2X^{1/4}Y^{-1/2} + \lambda \times P_Y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_X X + P_Y Y - R = 0$$

Les conditions du second ordre sont vérifiées.

Des conditions du premier ordre nous obtenons :

$$\frac{X^{-3/4}Y^{2/4}}{2X^{1/4}Y^{-1/2}} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\Rightarrow \frac{Y}{2X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{2 P_X \times X}{P_Y}$$

On remplace dans la contrainte budgétaire :

$$R - P_X X - P_Y \frac{2 P_X \times X}{P_Y} = 0$$

$$\Rightarrow R = 3P_X X$$

$$\Rightarrow X^* = \frac{R}{3P_X}$$

Nous en déduisons Y*.

$$Y^* = \frac{2 P_X \frac{R}{3P_X}}{P_Y} = \frac{2 R}{3 P_Y}$$

b.- Situation initiale : $X^* = \frac{400}{3 \times 6} = 22.22$

Nouvelle situation : $X^* = \frac{400}{3 \times 8} = 16.66$

L'augmentation du prix de X entraîne une diminution des quantités achetées en bien X. La quantité de bien Y ne varie pas (Y=11.11).

c.- Le consommateur pourra toujours acheter le même panier que celui initial.

Donc, X = 22.22 et Y=11.11.

On sait que $R = P_X X + P_Y Y$.

Donc, $R_1 = 8 \times 22.22 + 24 \times 11.11 = 444.4$

C'est l'effet substitution au sens de Slutsky, qui s'effectue à pouvoir d'achat inchangé, tandis que celui de Hicks s'effectue à niveau d'utilité inchangée.

2.-

a.- Les rendements sont constants, donc $a = \frac{1}{2}$.

Le producteur va chercher à minimiser ses coûts sous une contrainte de production. On déduit l'équation de coût total qui est donnée par l'expression : $C = wL + rK$

Le programme serait le suivant :

$$\text{Min } C = wL + rK$$

$$\text{sc } Q = \frac{1}{3} K^a L^b$$

On sait qu'à l'optimum, le TMST est égal au rapport des prix. Donc :

$$\frac{PmK}{PmL} = \frac{p_K}{p_L}$$

$$\text{Par conséquent : } \frac{\frac{1}{6}K^{-1/2}L^{1/2}}{\frac{1}{6}K^{1/2}L^{-1/2}} = \frac{r}{w} \Rightarrow \frac{L}{K} = \frac{r}{w} \Rightarrow K = \frac{w}{r}L$$

La production étant fixée à Q_0 on peut intégrer les résultats obtenus précédemment dans la contrainte de production :

$$Q = \frac{1}{3} \left(\frac{w}{r} L \right)^{1/2} L^{1/2} \Rightarrow L^* = \frac{3Q}{\left(\frac{w}{r} \right)^{1/2}}$$

Nous pouvons maintenant déterminer K en remplaçant L par sa valeur dans le sentier d'expansion:

$$K = \frac{w}{r} \frac{3Q}{\left(\frac{w}{r} \right)^{1/2}} = \frac{3Q}{\left(\frac{r}{w} \right)^{1/2}}$$

Le sentier d'expansion est l'ensemble des combinaisons de facteurs correspondants au moindre coût, pour différents niveaux de production.