Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2017/2018
Jeudi 22/03/2018

Contrôle Continu d'Électricité

(La calculatrice n'est pas autorisée)

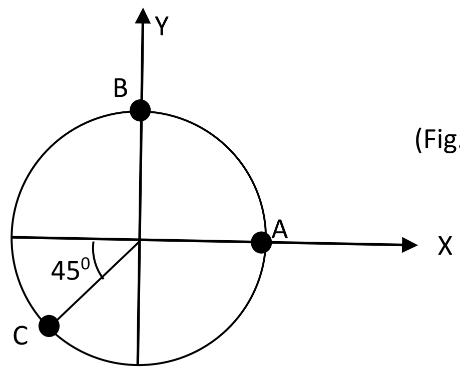
Exercice 01 (6pts)

On considère trois charges ponctuelles placées aux points A, B et C appartenant à un cercle de centre O et de rayon **R.** (Figure 1). $q_A = -q$; $q_B = -2q$; $q_C = +5q$.

1) Calculer le champ électrique crée par les trois charges au point **O** le centre du cercle.

2) Deduire la force électrique exercée sur la charge $q_O = -q$, placée en **O**. (représenter les forces)

3) Calculer le potentiel V_o crée au point **O.**



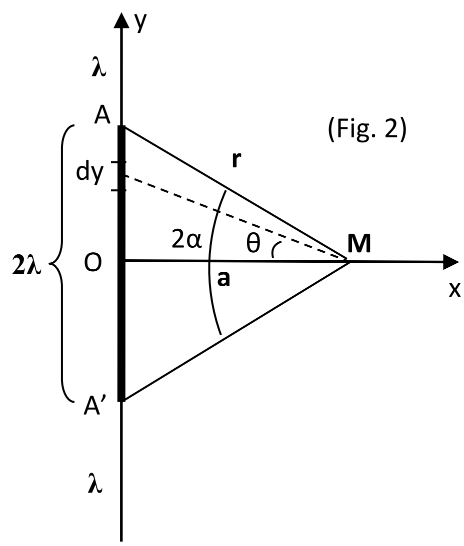
(Fig.1)

Exercice 02 (6pts)

Soit un fil rectiligne infini, portant une densité linéique de charge 2λ>0 sur une portion de longueur (2L=AA'), et une densité linéique de charge λ>0 sur le reste du fil.

Un point M de l'espace défini par la distance OM=a et l'angle $2\alpha = (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MA'})$(figure 2).

1. Exprimer l'expression du champ électrique au point M équidistant des extrémités du fil rectiligne infini.
2. Que devient le champ électrique à l'infini.



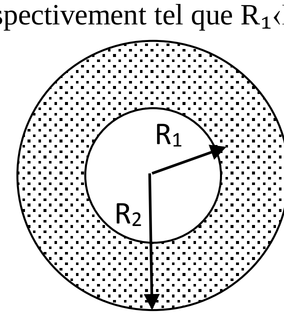
(Fig. 2)

Exercice 3 (8pts)

Soient deux sphères concentriques de centre O de rayons R_1 et R_2 respectivement tel que $R_1 < R_2$ (Fig 3). En utilisant le théorème de GAUSS :

- Calculer le champ électrostatique en tout point de l'espace pour une distribution volumique de charge répartie uniformément entre ces deux sphères.

- Déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace.

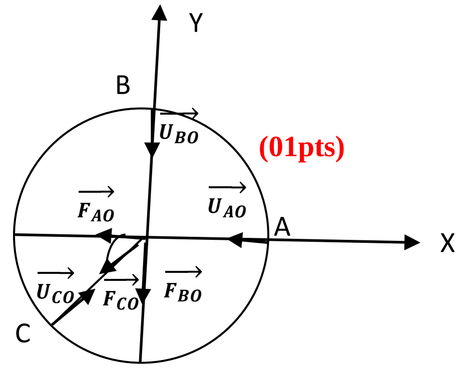


(Fig. 3)

Bon courage

<u>Le corrigé d'examen du CC d'électricité</u>

<u>Exercice 01</u> : (6pts)



(01pts)

1) $\overrightarrow{E_O}$ =?

$\overrightarrow{E_0} = \overrightarrow{E_{A\therefore O}} + \overrightarrow{E_{B\therefore O}} + \overrightarrow{E_{C\therefore O}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{A\therefore O}} = k\frac{q_A}{OA^2}\overrightarrow{U_{A\therefore O}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{B\therefore O}} = k\frac{q_A}{OB^2}\overrightarrow{U_{B\therefore O}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{C\therefore O}} = k\frac{q_C}{Oc^2}\overrightarrow{U_{C\therefore O}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{U_{A\therefore O}} = -\vec{\imath}$ **(0.25pts)**, $\overrightarrow{U_{B\therefore O}} = -\vec{\jmath}$ **(0.25pts)**; $\overrightarrow{U_{C\therefore O}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$ **(0.25pts)**

$OA^2 = OB^2 = OC^2 = R^2$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{A\therefore O}} = k\frac{q}{R^2}\vec{\imath}$, $\overrightarrow{E_{B\therefore O}} = 2k\frac{q}{R^2}\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{E_{C\therefore O}} = 5k\frac{q}{R^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_0}} = \boldsymbol{k\frac{q}{R^2}}\left[\left(\mathbf{1} + \mathbf{5}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\mathbf{i}} + \left(\mathbf{2} + \mathbf{5}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\mathbf{j}}\right]$ **(01pts)**

2) $\overrightarrow{F_O}$ =?

$\overrightarrow{F_O} = q_O\overrightarrow{E_O} = -\boldsymbol{k\frac{q^2}{R^2}}\left[\left(\mathbf{1} + \mathbf{5}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\mathbf{i}} + \left(\mathbf{2} + \mathbf{5}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\mathbf{j}}\right]$ **(01pts)**

3) $V_O = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO}$ **(0.25pts)**

(0.25pts) $V_O = K\frac{q_A}{OA} + K\frac{q_B}{OB} + K\frac{q_C}{OC}$

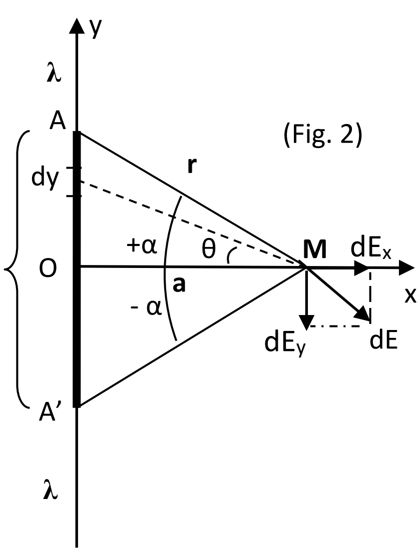
(0.5pts) $V_O = \boldsymbol{k}\frac{q}{R}(-1 - 2 + 5) \Rightarrow V_O = 2\boldsymbol{k}\frac{q}{R}$

<u>Exercice 2 :</u>

1-Le champ électrique E en M.

$$\begin{cases} \overrightarrow{dE} = k\frac{dq}{r^2}\vec{U} \text{(0.25pts)} \\ dq = \lambda dy \text{(0.25pts)} \\ \vec{U} = \cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath} \text{ (0.25pts)} \end{cases}$$

(0. 5pts)



2λ

(Fig. 2)

$\overrightarrow{dE} = k\frac{dq}{r^2}\vec{U} = k\frac{\lambda dy}{r^2}(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath})$ (0.25pts)

Ou bien: $dE_x = dE\cos\theta = k\frac{dq}{r^2}\cos\theta = \frac{\lambda dy}{a^2+y^2}\cos\theta$ (0. 5pts)

Par raison de symétrie la composante $dE_y = -dE\sin\theta = 0$ (0. 5pts)

donc on peux écrire : $dE=dE_x=dE.\cos\theta$ **(0.25pts)**

D`autre part $tg\theta = \frac{y}{a} \Rightarrow y = xtg\theta \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2\theta}d\theta$ (0.25pts)

Avec $\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{cos\theta}$(0.25pts)

Donc $dE_x = dE_1 + dE_2 = \frac{k2\lambda}{a}cos\theta d\theta + \frac{k\lambda}{a}cos\theta d\theta$ (0.25pts)

$\Rightarrow E_x = \int dE_x = \left[\frac{k2\lambda}{a}\int_{-\alpha}^{+\alpha}\cos\theta d\theta + \frac{k\lambda}{a}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\alpha}\cos\theta d\theta + \frac{k\lambda}{a}\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta\right]$ (0.75pts)

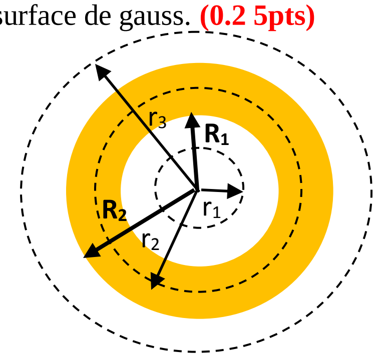
$\Rightarrow E_x = \frac{k2\lambda}{a}(2sin\alpha) + \frac{k\lambda}{a}(2-2sin\alpha) = \frac{2k\lambda}{a}(1+sin\alpha)$ (0.5pts)

On a : $sin\alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2+a^2}}$ **(0.25pts)** d'où $E = E_x = \frac{2k\lambda}{a}\left(1+\frac{L}{\sqrt{L^2+a^2}}\right)$ **(0. 5pts)**

2- Le champ électrique à l'infini sera nul. **(0. 5pts)**

Exercice 3: (08pts)

On choisit comme surface de Gauss une sphère de centre O et de rayon r. **(0.25pts)**
A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de gauss. **(0.2 5pts)**
Le flux à travers la surface Gauss. $\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0. 25pts)**



1- Le champ électrique

$\begin{cases}\iint \vec{E}.\vec{ds} = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \\ \vec{E} \parallel \vec{ds}\ et\ E = cst\end{cases}$ **(0. 5pts)** $\Rightarrow \iint E.ds = E.4\pi r^2 = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0. 25pts)**

Nous avons trois cas :

1er cas : $r_1<R_1$

Il n'ya pas de charges à l'intérieure de la première surface de Gauss $\Rightarrow Q_{int} = 0$ **(0. 25pts)**

$$E_1.4\pi r^2 = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{E_1 = 0}$$ **(0. 5pts)**

2eme cas : $R_1\leq r_2<R_2$

$$\int dq = 4\pi\rho\int_{R_1}^{r_2} r^2dr \Rightarrow Q_{int} = \rho\frac{4}{3}\pi(r_2^3 - R_1^3)$$ **(0. 5pts)**

Bon courage

d'où $E_2 4\pi r_2^2 = \rho \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi(r_2^3 - R_1^3) \Rightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\rho(r_2^3-R_1^3)}{3\varepsilon_0\, r_2^2}$ **donc** $\boldsymbol{E_2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r_2 - \frac{R_1^3}{r_2^2}\right)$ **(0. 5pts)**

3 eme cas : $r_3 \geq R_2$

$\int dq = 4\pi\rho \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)$ **(0. 5pts)**

d'où $E_3 4\pi r_3^2 = \rho\frac{4}{3\varepsilon_0}\pi(R_2^3 - R_1^3) \Rightarrow \boldsymbol{E_3} = \frac{\rho(R_2^3-R_1^3)}{3\varepsilon_0\, r_3^2}$ **donc** $\boldsymbol{E_3} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{r_3^2}\right)$ **(0. 5pts)**

2- Le potentiel:

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int E dr$ **(0.25pts)**

1er cas : $r_1 < R_1$

$E_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -\int E_{.1} dr$ Donc $v_1 = c_1$ **(0. 25pts)**

2eme cas : $R_1 \leq r_2 < R_2$

$E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r_2 - \frac{R_1^3}{r_2^2}\right) \Rightarrow v_2 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\int r_2 dr - R_1^3 \int \frac{dr}{r_2^2}\right)$ Donc $v_2 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{r_2^2}{2} + \frac{R_1^3}{r_2}\right) + c_2$ **(0. 5pts)**

3 eme cas : $r_3 \geq R_2$

$E_3 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{r_3^2}\right) \Rightarrow v_3 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}(R_2^3 - R_1^3)\int\frac{dr}{r_3^2}$ Donc $v_3 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{r_3}\right) + c_3$ **(0. 5pts)**

A l'infini, le potentiel est nul : $\lim_{r\to\infty} v = 0$ **(0. 25pts)** $\Rightarrow c_3 = 0$ **(0. 25pts)**

Donc $\boldsymbol{v_3} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{r_3}\right)$ **(0.25pts)**

Le potentiel est une fonction continue :

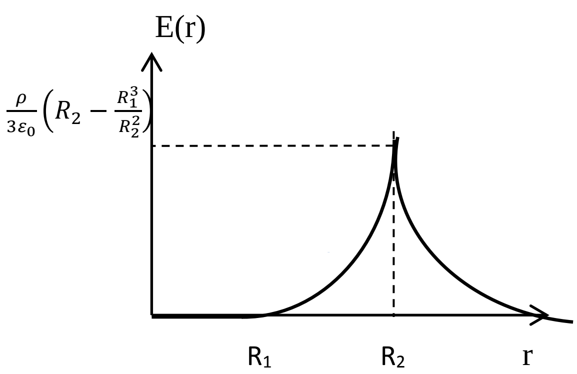
- En R_2 donc $v_3(R_2) = v_2(R_2)$ **(0. 25pts)**

$\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{R_2}\right) = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2} + \frac{R_1^3}{R_2}\right) + c_2 \Rightarrow c_2 = \frac{\rho R_2^2}{2\varepsilon_0}$ Donc $\boldsymbol{v_2} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{r_2^2}{2} + \frac{R_1^3}{r_2}\right) + \frac{\rho R_2^2}{2\varepsilon_0}$ **(0. 5pts)**

- En R_1 donc $v_2(R_1) = v_1(R_1)$ **(0. 25pts)**

$-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^2}{2} + \frac{R_1^3}{R_1}\right) + \frac{\rho R_2^2}{2\varepsilon_0} = c_1 \Rightarrow c_1 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2 - R_1^2)$ Donc $\boldsymbol{v_1} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(\boldsymbol{R_2^2 - R_1^2})$ **(0. 5pts)**

L'allure E(r)=f(r)



L'allure v(r)=f(r)