Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2017/2018
Jeudi 07/06/2018

Rattrapage d'examen final d'électricité

Exercice 1 : (6pts)

On considère quatre charges ponctuelles situées aux sommets d'un carré (ABCD) de coté (a), tel que : q_A=+q, q_B=+q, q_C =+q, respectivement (Figure 1).

1. Déterminer le champ électrique produit au point D.
2. Déduire et représenter la force électrique exercée sur la charge q_D= -2q, placée en D.
3. Calculer le potentiel V_D crée au point D.

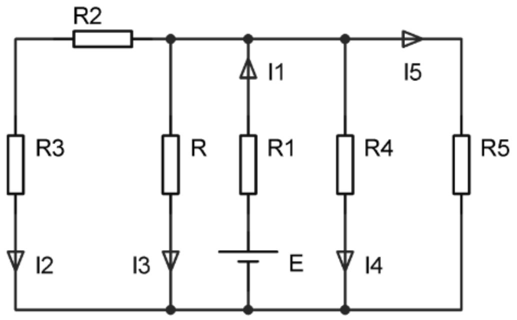
Exercice 2 : (8pts)

Soient deux cylindres coaxiaux de longueurs infinies et de rayons R_1, R_2 respectifs tel que $R_1 < R_2$. Le cylindre de rayon R_1 est chargé en volume par une densité volumique positive ρ et le second cylindre de rayon R_2 est chargé en surface par une densité surfacique positive σ (Figure 2).

1- En utilisant le théorème de GAUSS trouver l'expression du champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.
2- En déduire l'expression du potentiel électrique V(r) en tout point de l'espace.

Exercice 3 : (6pts)

Soit le circuit suivant :



On donne: R_1= 1kΩ , R_2= 2kΩ , R_3= 4kΩ, R_4=R_5=3kΩ; la tension aux bornes de la résistance R_2 ,U_{R2}= 4v, et le courant I_3= 4mA .
Calculer E et R.

Figure 1

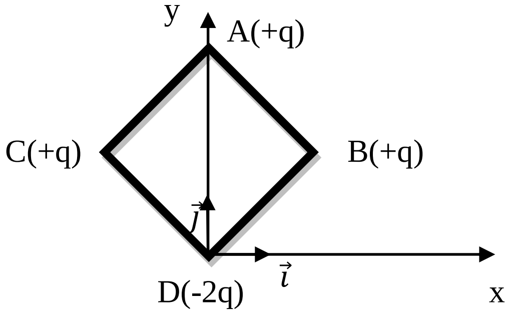
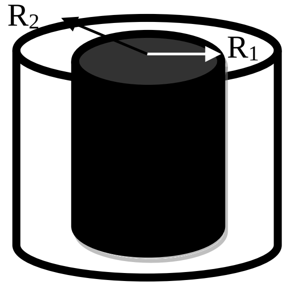


Figure 2

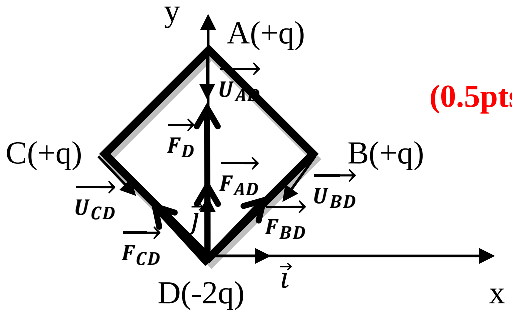


Bon courage

Le corrigé du rattrapage d'examen final d'électricité

Exercice 1 : **(6pts)**

1) $\overrightarrow{E_O}$ =? (3.5pts)



(0.5pts)

$\overrightarrow{E_D} = \overrightarrow{E_{A\cdot D}} + \overrightarrow{E_{B\cdot D}} + \overrightarrow{E_{C\cdot D}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{A\cdot D}} = k\frac{q_A}{DA^2}\overrightarrow{U_{A\cdot D}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{B\cdot D}} = k\frac{q_A}{DB^2}\overrightarrow{U_{B\cdot D}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{C\cdot D}} = k\frac{q_C}{D}\overrightarrow{U_{C\cdot D}}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{U_{A\cdot D}} = -j$ **(0.25pts)**, $\overrightarrow{U_{B\cdot D}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$ **(0.25pts)**

et $\overrightarrow{U_{C\cdot D}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$ **(0.25pts)**

$DA^2 = \mathbf{2a^2}$**(0.25pts)**, $DB^2 = DC^2 = a^2$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{E_{A\cdot D}} = -k\frac{q}{2a^2}\,\mathrm{j}$ **(0.25pts)**, $\overrightarrow{E_{B\cdot D}} = k\frac{q}{a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$ **(0.25pts)**

et $\overrightarrow{E_{C\cdot D}} = k\frac{q}{a^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_D}} = -\boldsymbol{k}\frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{a^2}}\left[\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)\vec{\mathbf{j}}\right]$ **(0.5pts)**

2) La force électrostatique: $\overrightarrow{F_D}$ =? (01pts)

$\overrightarrow{F_D} = q_D\overrightarrow{E_D} = +\boldsymbol{k}\frac{\mathbf{2q^2}}{\boldsymbol{a^2}}\left[\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)\vec{\mathbf{j}}\right]$ **(01pts)**

3) Le potentiel électrostatique (01 pts): $V_D = V_{AD} + V_{BD} + V_{CD}$ **(0.25pts)**

(0.25pts)$V_D = K\frac{q_A}{DA} + K\frac{q_B}{DB} + K\frac{q_C}{DC}$

(0.5pts)$V_O = \boldsymbol{k}\frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{a}}\left(2 + 1/\sqrt{2}\right)$

Exercice 2 : **(8pts)**

On prend comme surface de Gauss un cylindre de hauteur h et de rayon r. **(0.25pts)**
A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de gauss. **(0.25pts)**

Le flux à travers la surface Gauss. $\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0.5pts)**

$$\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = \iint \vec{E}.\vec{ds}_{base\ sup.} + \iint \vec{E}.\vec{ds}_{base\ inf.} + \iint \vec{E}.\vec{ds}_{surf.latérale} = \sum\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

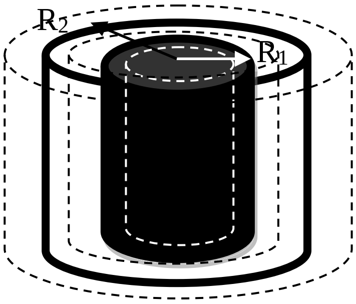
$\vec{E} \perp \vec{ds}_{base\ sup.} \Rightarrow \vec{E}.\vec{ds}_{base\ sup.} = 0$ et $\vec{E} \perp \vec{ds}_{base\ inf.} \Rightarrow \vec{E}.\vec{ds}_{base\ inf.} = 0$

Alors que $\vec{E} \parallel \vec{ds}_{surf.latérale} \Rightarrow \vec{E}.\vec{ds}_{surf.latérale} = E.ds_{surf.latérale}$ **(0.25pts)**
A cause e la symétrie, **<u>le champ est radial et constant</u>** en tout point de la surface de gauss.

$\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = \iint E.ds_{surf.latérale} = E\iint ds_{surf.latérale} = E\,.Slat$ **(0.25pts)**

$\Rightarrow \emptyset = E.2\pi rh = \sum \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad (surf.latéra = 2\pi rh\ et\ E = cst)$

$\Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi rh\varepsilon_0} \quad (*)$ **(0.5pts)**



1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.

Nous avons 3 cas :

<u>1er cas r<R1</u>

$dq = \rho dv = \rho 2\pi hrdr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 2\pi h \int_0^r rdr$

$\Rightarrow Q_{int} = \rho\pi r^2 h$ **(0.5pts)**

$(*) \Rightarrow\ E = \frac{\rho h\pi r^2}{2\pi rh\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}}$**(0.5pts)**

<u>2eme cas $R_1 \le r < R_2$</u>

$$dq = \rho dv = \rho 2\pi hrdr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 2\pi h \int_0^{R_1} rdr$$

$\Rightarrow Q_{int} = \rho\pi R_1^2 h$ **(0.5pts)**

$(*) \Rightarrow\ E = \frac{\rho\pi hR_1^2}{2\pi hr\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E = \frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0}}$**(0.5pts)**

<u>3eme cas $r \ge R_2$</u>

$$dq = dq_1 + dq_2$$

On a: $dq_1 = \rho dv \Rightarrow Q_{int(1)} = \rho\pi R_1^2 h$ **(0.5pts)**

et $dq_2 = \sigma ds \Rightarrow Q_{int(2)} = \sigma \iint ds = \sigma 2\pi R_2 h$ **(0.5pts)**

Donc $Q_{int} = \rho\pi R_1^2 h + \sigma 2\pi R_2 h$ **(0.5pts)**

$(*) \Rightarrow\ E = \frac{\rho\pi hR_1^2 + \sigma 2\pi hR_2}{2\pi hr\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E = \frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0} + \frac{\sigma R_2}{r\varepsilon_0}}$ **(0.5pts)**

2- Le potentiel électrique E(r) en tout point de l'espace.

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int Edr$ **(0.5pts)**

1er cas : r<R

$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \Rightarrow v = -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\int rdr$ donc $\boldsymbol{v = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0} + C_1}$**(0.5pts)**

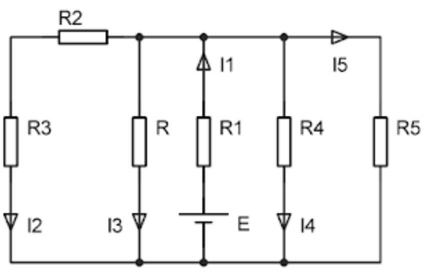
<u>2eme cas $R_1 \le r < R_2$</u>

$E = \frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0} \Rightarrow v = -\frac{\rho R_1^2}{2\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}dr$ donc $\boldsymbol{v = -\frac{\rho R_1^2}{2\varepsilon_0} \ln r + C_2}$**(0. 5pts)**

<u>3eme cas $r \ge R_2$</u>

$E = \frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0} + \frac{\sigma R_2}{r\varepsilon_0} \Rightarrow v = -\frac{\rho R_1^2}{2\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}dr - \frac{\sigma R_2}{\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}dr$ donc $\boldsymbol{v = -\left(\frac{\rho R_1^2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma R_2}{\varepsilon_0}\right) \ln r + C_3}$**(0. 5pts)**

Exercice 3 **(06pts)**



On a : $U_R = U_{R2} + U_{R3}$ **(0.5pts)**

et $U_{R2} = R_2 I_2$

$\Rightarrow I_2 = U_{R2} / R_2 = 4V/2k\Omega = 2mA$ **(01pts)**

$U_R = (R_3 + R_2) I_2$ **(0.25pts)**$= (4+2)k\Omega \times 2mA = 12V$ **(0.5pts)**

$U_R = R\, I_3$**(0.25pts)**

$\Rightarrow R = U_R / I_3 = 12V / 4mA \quad \Rightarrow$ $R = 3k\Omega$ **(0.5pts)**

Un branchement en parallèle : $U_R = U_{R4} = U_{R5} = 12V$ **(0.5pts)** et $R_4 = R_5$

$\Rightarrow I_4 = I_5 = U_R / R_4 \Rightarrow I_4 = I_5 = 12V/3k\Omega = 4mA$ **(01pts)**

On applique la loi des nœuds :

$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 2mA + 4mA + 4mA + 4mA = 14mA$ **(0.5pts)**

loi des mailles: $U_R = E - R_1 I_1 \longrightarrow E = U_R + R_1 I_1$ **(0.5pts)**

$E = 12V + 1k\Omega \times 14mA$ d'où $E = 26\ V$ **(0.5pts)**