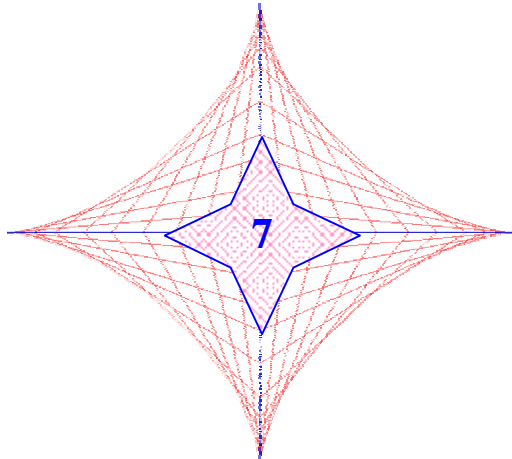


# المتتاليات العددية



## الباب 7: المتتاليات العددية

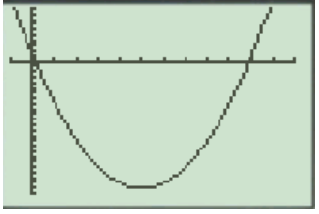
1. عموميات.  $\hat{e}$
2. المتتاليات الحسابية.
3. المتتاليات الهندسية.

### الكفاءات المستهدفة :

شعبة آداب	شعبة تسيير واقتصاد
<ul style="list-style-type: none"> <li>- التعرف على متتالية حسابية أو متتالية هندسية.</li> <li>- معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابة في متتالية.</li> <li>- معرفة واستعمال الوسط الحسابي، الوسط الهندسي.</li> <li>- حساب مجموع <math>n</math> حدا الأولى لمتتالية.</li> <li>- تحديد اتجاه تغير متتالية حسابية أو هندسية.</li> <li>- دراسة وضعيات يؤول حلها إلى دراسة متتاليات حسابية أو إلى متتاليات هندسية.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- تعريف متتالية عددية واستعمال الكتابات والتعابير المناسبة.</li> <li>- معرفة طرق توليد متتالية.</li> <li>- حساب الحد من المرتبة <math>n</math> لمتتالية.</li> <li>- تعريف متتالية حسابية أو هندسية والتعرف عليها تبعا لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب.</li> <li>- حساب الحد من المرتبة <math>n</math> لمتتالية حسابية أو هندسية بمعرفة حدّها الأول وأساسها.</li> <li>- معرفة اتجاه تغير متتالية حسابية أو هندسية.</li> <li>- حساب مجموع <math>n</math> حدا متتابة لمتتالية حسابية أو هندسية.</li> </ul>



**تمارين ومسائل :**

<p><b>1.15</b> معرفة بعلاقة من الشكل <math>(u_n)</math> حيث <math>u_n = f(n)</math> هي الدالة <math>f(x) = x^2 - 10x + 1</math> <math>x \in \mathbb{N}</math> باستعمال حاسبة، نحصل على التمثيل البياني الآتي للدالة <math>f</math>:</p>  <p><b>3</b> من دراسة تغيرات <math>f</math> نستنتج اتجاه تغير المتتالية <math>(u_n)</math>.</p> <p><b>المتتاليات الحسابية</b></p> <hr/> <p><b>18</b> (أ) <math>u_2 = -0,75</math> ، <math>u_1 = -0,875</math> و <math>u_3 = -0,625</math> (ب) من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> <math>u_{n+1} - u_n = \frac{1}{8}</math> المتتالية <math>(u_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> حسابية، أساسها <math>r = \frac{1}{8} = 0,125</math></p> <p><b>19</b> (أ) <math>u_3 = 5</math> ، <math>u_2 = 8</math> ، <math>u_1 = 11</math> و <math>u_{25} = -61</math> (ب) من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> ، <math>u_n = 14 - 3n</math></p>	<p><b>1.</b> أصحح أم خاطئ</p> <p>(أ) خاطئ. (ب) خاطئ. (ج) صحيح. (د) خاطئ. (هـ) خاطئ.</p> <p>(ك) خاطئ. (ل) خاطئ. (و) صحيح. (ي) صحيح.</p> <p><b>عموميات</b></p> <hr/> <p><b>2.</b> <math>u_{n+3} = 2n^2 + 9n + 2</math> ؛ <math>u_{n+1} = 2n^2 + n + 1</math> ؛ <math>u_{2n+1} = 8n^2 + 2n + 1</math> ؛ <math>u_n - 1 = 2n^2 - 3n + 1</math></p> <p><b>3.</b> (أ) <math>0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots</math> (ب) <math>-2, 0,5, 3, 5,5, 8, 10,5, \dots</math> (ج) <math>1, 5, 25, 125, 625, 3125, \dots</math> <math>15625, \dots</math></p> <p><b>7.</b> <math>u_2 = -0,429</math> ؛ <math>u_1 = -0,5</math> ؛ <math>u_3 = -0,416</math> ؛ <math>\dots</math></p> <p><b>9.</b> (أ) الشكل 2 هو التمثيل البياني للمتتالية التي حدّها العام <math>u_n = 3n - 7</math> . (ب) الشكل 1 هو التمثيل البياني للمتتالية التي حدّها العام <math>u_n = 2^n</math> .</p> <p><b>22.</b></p>
---	--

<p>(ب) الأعداد <math>\frac{5}{2}</math>، <math>\frac{10}{3}</math>، <math>\frac{20}{3}</math> ليست حدودا متتابعة لمتتالية هندسية.</p> <p><b>.32</b>          أ) <math>u_1 = 24</math>، <math>u_2 = 12</math>، <math>u_3 = 6</math>          ب) من أجل كل عدد طبيعي غير منعدم <math>n</math>،  <math display="block">u_n = 48 \times (0,5)^n</math></p> <p><b>.34</b>  <math>\alpha = 24</math></p> <p><b>.37</b>          نضع <math>u_n = \frac{3}{5^n} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n</math>          (متتالية هندسية حدها الأول 3 وأساسها <math>q = \frac{1}{5}</math>)          بما أن <math>0 &lt; q &lt; 1</math> فإن <math>(u_n)</math> متتالية متناقصة تماما.</p> <p><b>.39</b>          (2) <math>S_n</math> هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1.  <math display="block">1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 1 \times \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1</math></p>	<p>(2) الأعداد <math>a</math>، <math>b</math>، <math>c</math> بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها <math>r</math>. نضع <math>a = b - r</math> و <math>c = b + r</math> ونعوّض في الجملة المفروضة.</p> <p>نحصل على <math display="block">\begin{cases} r = 3 \\ b^2 = 64 \end{cases}</math> ونستخلص...</p> <p><b>.24</b>          (1) <math>r = 7</math>          (2) من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math>،  <math display="block">u_n = 1 + 7n</math>          (3) <math>n = 86</math>          (4) <math>S = 26\ 274</math></p> <p><b>.25</b>          1. من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}^*</math>،  <math display="block">u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}</math> (أي <math>a = 1</math> و <math>b = -1</math>)          2.  <math display="block">S = u_1 + u_2 + \dots + u_n</math>  <math display="block">= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}</math>  <math display="block">= 1 - \frac{1}{n+1}</math>          المتتاليات الهندسية</p> <hr/> <p><b>.29</b>          أ) الأعداد <math>\frac{2}{7}</math>، <math>\frac{8}{21}</math>، <math>\frac{32}{63}</math>، <math>\frac{128}{189}</math> حدود متتابعة لمتتالية هندسية.</p>
--	--

مسائل

**.43**

مدة الإيداع هي 16 شهرا.

**.46**

$$u_n = 25000 \times (1,05)^n \quad 1.$$

$$v_n = 25000 + 3300 \times n \quad \text{و}$$

2. باستعمال مجداول، نجد:

من أجل  $1 \leq n < 36$  فإنّ  $v_n > u_n$ .

من أجل  $n \geq 36$  فإنّ  $u_n > v_n$

بمعنى أنّ الإيداع بالكيفية الأولى يكون أفيد لمدة تقل عن 36 سنة والإيداع بالكيفية الثانية يكون أفيد لمدة تساوي أو تزيد عن 36 سنة.

**.49**

$$1. \quad \text{أ} \quad h_1 = 1,60 \text{ m} , h_2 = 1,28 \text{ m}$$

$$h_3 = 1,024 \text{ m}$$

$$\text{ب} \quad h_{n+1} = 0,8 \times h_n$$

$(h_n)$  متتالية هندسية حدها الأول 2

وأساسها 0,8.

ج) من أجل كلّ  $n$ ،  $h_n = 2 \times (0,8)^n$ .

2.  $n = 8$ .