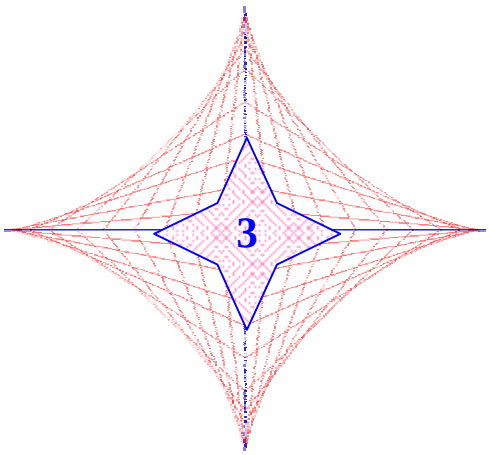
عموميات على الدوال



الباب 3: عموميات على الدوال ê

1. الدالة " مكعّب ".
2. العمليات على الدوال.
3. المنحنيات و التحويلات النقطية.
4. عناصر تناظر منحنيات.

- **الكفاءات المستهدفة :**
  - معرفة تغيرات الدالة " مكعّب ".
  - تمثيل الدالة " مكعّب " بيانيا.
  - تعريف مجموع وجداء وحاصل قسمة ومركب دالتين عدديتين.
  - استنتاج منحنيات دوال مرفقة انطلاقا من منحنيات دوال معطاة.
  - البرهان على أنّ نقطة هي مركز تناظر المنحني الممثل لدالة.
  - البرهان على أنّ مستقيم هو محور تناظر المنحني الممثل لدالة.
- **جدول تمفصل الأجزاء :**

أنشطة تمهيدية	معارف		طرائق
1	1. الدالة " مكعّب ".	- تعريف الدالة " مكعب". - خاصية. - دراسة تغيرات الدالة "مكعب". - التمثيل البياني.	1 2 3
2	2. العمليات على الدوال.	- مجموع دالتين. - فرق دالتين. - جداء دالتين. - جداء دالة بعدد حقيقي. - حاصل قسمة دالتين. - مركب دالتين.	4 5 6
3 4	3. المنحنيات و التحويلات النقطية.	- إنشاء المنحنى الممثل للدالة $f(x+k)$ a x.	7

SERIR WALID

		- إنشاء المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto f(x)+k$. - إنشاء المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto k.f(x)$. - إنشاء المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto -f(x)$. - إنشاء المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto f(-x)$.	
5	4. عناصر تناظر منحيات.	- تعريف الدالة الزوجية. - تعريف الدالة الفردية. - خواص. - محور تناظر منحن. - مركز تناظر منحن.	8 9

- **توجيهات لتنفيذ الأنشطة :**

استبيان متعدد الإجابات :

يهدف هذا الاستبيان إلى تقويم مكتسبات التلميذ حول العموميات على الدوال والدوال المرجعية المدروسة خلال السنة الأولى ثانوي جذع مشترك علوم وتكنولوجيا. بحيث يوضع التلميذ أمام وضعيات بسيطة يبرهن من خلالها على تحكمه في بعض المفاهيم والطرائق المدروسة مثل: التمييز بين مختلف الدوال المرجعية، تعيين صورة أو سابقة بدالة، تحديد زوجية دالة أو فرديتها وتعيين اتجاه تغيّر دالة مرجعية.

أنشطة تمهيدية :

نشاط 1: مقارنة مكعبي عددين حقيقيين

يهدف هذا النشاط إلى مقاربة اتجاه تغيّر الدالة " مكعّب " وذلك بالاعتماد على المتطابقة الشهيرة $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ودراسة إشارة العبارة a^3-b^3.

نشاط 2: العمليات على الدوال

يهدف هذا النشاط إلى إدراج العمليات على الدوال من خلال العمليات على العبارات الجبرية المعرفة على مجموعة E، حيث E جزء من $\mathbb{R}$.

نشاط 3: الدوال المرفقة

الهدف من هذا النشاط هو استعمال المنحنى الممثل لدالة مرجعية لرسم المنحنى الممثل للدالة المرفقة من الشكل $x \mapsto f(x)+k$ حيث k عدد حقيقي معطى.

لذلك، نعتمد على انسحاب يطلب تعيين شعاعه في كلّ حالة لاستنتاج المنحنى الممثل للدالة.

نشاط 4: الدوال المرفقة

SERIR WALID

الهدف من هذا النشاط هو استعمال المنحنى الممثل لدالة مرجعية لرسم المنحنى الممثل للدالة المرفقة من الشكل $f(x+k)$ a x حيث k عدد حقيقي معطى.

لذلك، نعتمد أيضا على انسحاب يطلب تعيين شعاعه في كلّ حالة لاستنتاج المنحنى الممثل للدالة.

نشاط 5: عناصر تناظر منحن

الهدف من هذا النشاط هو التمهيد إلى دراسة عناصر تناظر منحن انطلاقا من دراسة طبيعة دالة (زوجية أو فردية) على مجموعة تعريفها.

- **تمارين ومسائل :**

.1

صحيح أو خاطئ

الجمل الصحيحة هي: 2؛ 5؛ 8.

.2

$f(0)=0$ ؛ $f(-\sqrt{3})=-3\sqrt{3}$

$f(\sqrt{3})=3\sqrt{3}$ ؛ $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

.4

إذا كان $n>2$ فإنّ $n^3>8$.

إذا كان $n<-3$ فإنّ $n^3<-27$.

إذا كان $1\leq n\leq 3$ فإنّ $1\leq n^3\leq 27$

إذا كان $-1<n$ فإنّ $-1<n^3$.

.6

1) أصغر عدد طبيعي n بحيث إذا كان $x\geq n$ فإنّ $x^3\geq 10^6$ هو حلّ المعادلة $x^3=10^6$ أي $n=10^2$.

2) أصغر عدد طبيعي n بحيث إذا كان $x\geq n$ فإنّ $x^3\geq -10^9$ هو حلّ المعادلة $x^3=0$ أي $n=0$ (لأن $-10^9<0$ و $n^3\geq 0$).

.13

(1

$(g\circ f)(x)=g[f(x)]=-10x+14$

لتعيين الدوال المركبة الأخرى يعتمد

.8

- إذا كان $x\in[0;1]$ فإنّ $0\leq x^3\leq x^2\leq x\leq 1$.
- إذا كان $x\in[1;+\infty[$ فإنّ $1\leq x\leq x^2\leq x^3$.

.10

$f(x)+g(x)=2x+1$ ؛ $D=\mathbb{R}$

$-g(x)=x-1$ ؛ $D=\mathbb{R}$

$f(x)-g(x)=4x-3$ ؛ $D=\mathbb{R}$

$\frac{1}{g(x)}=\frac{1}{-x+1}$ ؛ $D=\mathbb{R}-\{1\}$

$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{3x-2}{-x+1}$ ؛ $D=\mathbb{R}-\{1\}$

وبالمثل، نعيّن الدوال المطلوبة في الحالات الأخرى وكذا مجموعة تعريف كلّ منها. يكفي للتلميذ الاعتماد على تعاريف العمليات على الدوال وخواص العمليات الجبرية المعرفة على $\mathbb{R}$.

$f(1+h)=h^2+1$ و $f(1-h)=h^2+1$

أي $f(1+h)=f(1-h)$.

SERIR WALID

التلميذ على تعريف الدالة المركبة لدالتين على أن يحترم ترتيب الدالتين.

.17

f هي الدالة " مربع ".

1) h تفكك كما يلي:

$$x \xrightarrow{f} x^2 \xrightarrow{g} 3x^2 \xrightarrow{h} 3x^2-1$$

حيث:

$g(x)=3f(x)$ و $h(x)=g(x)-1$

في الحالات الأخرى، نعيّن الدوال المرجعية التي يمكن الاعتماد عليها لتفكيك الدالة ثمّ نتحقق من صحة التفكيك.

.19

2) (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}$.

(C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{i}$.

3) g معرفة على المجال $[-3;3]$.

h معرفة على المجال $[-1;5]$.

.38

1) نكتب $f(x)$ على الشكل النموذجي وهو $f(x)=(x-1)^2+1$.

2) من أجل كلّ عدد حقيقي x حيث $x=1+h$، العدد $1-h$ عدد حقيقي.

لدينا:

وبالتالي يكون المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر المنحنى (C_f).

.49

1) f متزايدة على المجال $[0;+\infty[$.

على المجال $[0;+\infty[$، $x^2\geq 0$ و $2x\geq 0$

وبالتالي، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب، $f(x)\geq 0$.

2) g معرفة على $[0;+\infty[$ بالدستور $g(x)=-1+\sqrt{x+1}$.

g متزايدة على المجال $[0;+\infty[$.

من أجل كلّ عدد موجب x، $\sqrt{x+1}\geq 1$. إذن $-1+\sqrt{x+1}\geq 0$

وبالتالي، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب، $g(x)\geq 0$.

3)

$$(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g(x^2+2x)$$
$$=-1+\sqrt{x^2+2x+1}$$
$$=-1+\sqrt{(x+1)^2}$$

إذن

$$(g\circ f)(x)=-1+\sqrt{(x+1)^2}$$

بما أنّ $x\geq 0$ فإنّ $x+1\geq 0$.

وبالتالي $\sqrt{(x+1)^2}=x+1$.

منه $(g\circ f)(x)=-1+x+1=x$

إذن الدالة $g\circ f$ معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $(g\circ f)(x)=x$.

SERIR WALID