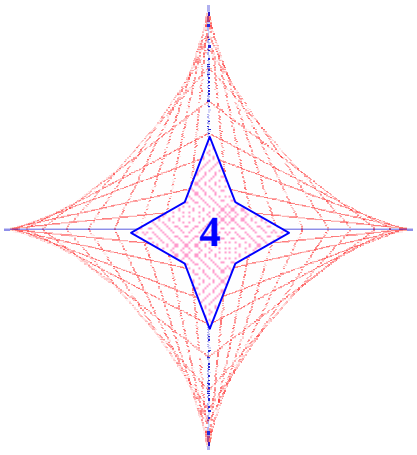
المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية



الباب 4: المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية

1. ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية.
2. المعادلات من الدرجة الثانية.
3. المتراجحات من الدرجة الثانية.
4. حلّ، بيانيا، معادلات ومتراجحات من الدرجة الثانية.

- **الكفاءات المستهدفة :**

شعبة تسيير واقتصاد	شعبة آداب
- تمثيل دالة من الشكل: $f : x \mapsto ax^2+bx+c$ مع $a \neq 0$ وإنشاء جدول تغيرّاتها. - استعمال التمثيل البياني لثلاثي الحدود لاستنتاج وجود حلول المعادلة أو المتراجحة من الدرجة الثانية المرفقة.	- إنشاء التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto ax^2+bx+c$ - تحديد جذور ثلاثي الحدود وإشارته. - حلّ معادلة من الدرجة الثانية باستعمال التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto ax^2+bx+c$ - حلّ معادلة من الدرجة الثانية جبريا.

- **جدول تمفصل الأجزاء :**

أنشطة تمهيدية	معارف		طرائق
	1. ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية	- الدالة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية. - الشكل النموذجي لثلاثي الحدود من الدرجة الثانية.	1
1 2		- التمثيل البياني لدالة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية. - تغيرات دالة ثلاثي الحدود	2

SERIR WALID

	من الدرجة الثانية.	
4	2. المعادلات من الدرجة الثانية	4
	3. المتراجحات من الدرجة الثانية	
5	4. حلّ معادلات ومتراجحات من الدرجة الثانية بيانيا	5
3	5. حلّ مشكلات باستعمال معادلات أو متراجحات من الدرجة الثانية بيانيا	3

- **توجيهات لتنفيذ الأنشطة :**

استبيان متعدد الإجابات :

تتعلق الأسئلة بالمكتسبات القبلية حول العبارات الجبرية والمعادلات.

أنشطة تمهيدية :

نشاط1: صورة قطع مكافئ بانسحاب »

الهدف من هذا النشاط استنتاج التمثيل البياني لدالة ثلاثي حدود من الدرجة الثانية باستعمال التمثيل البياني للدالة " مربع".

نشاط 2: دراسة دالة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية

الهدف من هذا النشاط دراسة دالة كثير حدود من الدرجة الثانية واستعمال التمثيل البياني لثلاثي الحدود لاستنتاج وجود حلول معادلة أو متراجحة الدرجة الثانية.

نشاط 3: حلّ مشكلة باستخدام معادلة من الدرجة الثانية

الهدف من هذا النشاط هو حلّ مشكلة بنمذجتها باستعمال معادلة من الدرجة الثانية.

نشاط 4: الصيغ المختلفة لثلاثي الحدود

الهدف من هذا النشاط هو كتابة عبارة ثلاثي حدود من الدرجة الثانية بصيغ مختلفة واختيار الصيغة الأنسب لحلّ معادلة.

نشاط 5: التحقق من حلّ معادلة بحاسبة بيانية

الهدف من هذا النشاط هو استعمال حاسبة بيانية لتمثيل دالة ثلاثي حدود من الدرجة الثانية واستعماله للتحقق من حلّ معادلة.

SERIR WALID

· **تمارين ومسائل :**

.1

أصحيح أم خاطئ

أ) خاطئ
ب) صحيح
ج) خاطئ
د) خاطئ
هـ) خاطئ
و) صحيح
ز) خاطئ
ي) صحيح

الشّكل النموذجي لثلاثي الحدود

.2

أ) x^2-6x+9

ب) $x^2-6x=(x-3)^2-9$

حـ) $(x-3)^2-7$.

.3

أ) $x^2+4x+3=(x-2)^2-1$

ب) $x^2-5x-1=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{21}{4}$

حـ) $-3x^2+x+1=-3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{11}{12}$

د) $4x^2-x+1=4\left(x-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{17}{16}$

.6

أ) $(x-7)(x-3)$

ب) $(x-0,7)(x+0,7)$

حـ) $\left(t-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

د) $-x^2-5x-60$

الدوال ثلاثي الحدود

.12

$c=3$ و $a=-1$.

.13

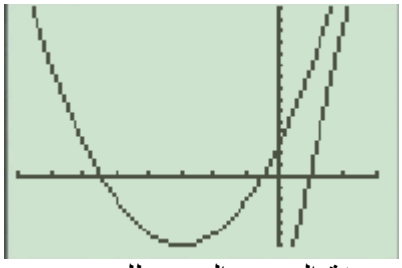
الدالة الممثلة كما على الشكل هي الدالة $x \xrightarrow{g} x^2+3x$.

.15

1) باستعمال حاسبة بيانية نحصل على المنحنيين التاليين الممثليين للدالتين f و g حيث:

$x \xrightarrow{f} 13x-12$

و $x \xrightarrow{g} x^2+6x+3$



2) لمعرفة الوضع النسبي للمنحنيين، نختار نوافذ مناسبة ونضع التخمين أنّ المنحنيين لا يتقاطعان.

3) نتحقق حسابيا بحلّ المعادلة $x^2+6x+3=13x+12$ ...

المعادلات من الدرجة الثانية

.18

أ) $x=\frac{11}{4}$ أو $x=-1$

SERIR WALID

.19

أ) $\Delta = 169$. $x_1 = -3$ أو $x_2 = \frac{4}{3}$

د) $\Delta = 0$. $x_0 = \frac{1}{5}$

حـ) $\Delta = 27$. $x_1 = -\sqrt{3}$ أو $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

هـ) $\Delta = 6,25$. $x_1 = -\frac{1}{2}$ أو $x_2 = 2$

.22

لحلّ المعادلة $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ ، نضع $y = x^2$.

المعادلة تصبح $y^2 - 2y - 8 = 0$.

مميّز هذه المعادلة هو $\Delta = 36$. فهي تقبل حلّين متمايزين هما $y_1 = -2$ (وهو حلّ مرفوض) أو $y_2 = 4$.

ونستنتج حلول المعادلة $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

.23

أ) مجموعة حلول المعادلة: $\left\{-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right\}$

ب) المعادلة لا تقبل حلولا.

إشارة ثلاثي الحدود

.26

1. أ) $(-2;0)$ ، $(1;0)$

ب) $(0;-2)$.

حـ) $(-1;-2)$ ، $(1;0)$.

2. نتحقق من النتائج بقراءة بيانية.

.37

.27

بقراءة بيانية، نستنتج أنّ المنحنيين يتقاطعان في النقطتين $M_1(-1;4)$ و $M_2(1,5;2,5)$.

ونتحقق من النتائج حسابيا بحلّ المعادلة $x^2 - x + 2 = 3x^2 - 2x - 1$ ، أي $2x^2 - x - 3 = 0$ حيث نجد أنها تقبل حلّين هما -1 و $1,5$.

ثم بالتعويض في إحدى معادلتي المنحنيين نجد النقطتين $M_1(-1;4)$ و $M_2(1,5;2,5)$.

.28

حلول $f(x) \le g(x)$ توافق فواصل نقط المنحني (C_f) الواقعة أسفل نقط المنحني (C_g) : $[2;4]$.

لدينا $f(x) \le g(x)$ تكافئ

$x^2 - 4x + 4 \le -x^2 + 8x - 12$

أي $x^2 - 6x + 8 \le 0$ ....

حلول المتراجحة المفروضة هي $[2;4]$.

.29

ب) حلول المتراجحة $f(x) < 0$:

$\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup]1;2[$.

حلّ معادلات أو متراجحات من الدرجة الثانية بيانيا.

.33

ب) $x \in \left[-\frac{3}{2}; 1\right]$

SERIR WALID

أ) صحيح.
ب) صحيح.

.41
أ) 4 حلول.
ب) نحلّ المعادلة
$(x^2+3x+2)(x^2-4x+3)=0$ ...

مسائل

.45
$\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

.46
نضع L طول و l عرض المستطيل (L و l عددان حقيقيان موجبان).
لدينا: $\begin{cases} L=l+7 \\ l(l+7)=60 \end{cases}$
نجد $l=5m$ و $L=12m$.

.48
x عدد حقيقي موجب. نضع $A(x)$ مساحة الجزء المظلل .
لدينا $A(x)=x^2+5x$.
نحلّ المتراجحة $x^2+5x>6$ ...

.50
1. $C_M(x)=\frac{1}{27}x^2-\frac{10}{3}x+150$

2. $C_M(9)=123$
$C_M(x)=C_M(9)$ تكافئ
$\frac{1}{27}x^2-\frac{10}{3}x+150=123$
نحلّ المعادلة $x^2-90x+729=0$ حيث $x>0$ ...

3. $x=45$

SERIR WALID