جامعة باتنة 1 كلية علوم المادة - قسم الفيزياء السنة الأولى ماستر شعبة الفيزياء مسار الفيزياء النظرية	**الإختبار الإستدراكي في مقياس** **الميكانيك الكمي المعمق 1** مدة الإختبار: ساعة و نصف الثلاثاء 07 فيفري 2017	

المعادلات الأساسية: بإمكانك استخدام المعادلات التالية بدون برهان حسب الحاجة:

الهزاز التوافقي:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{x_0} + i\frac{x_0}{\hbar}\hat{p}_x\right), \qquad \hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{x_0} - i\frac{x_0}{\hbar}\hat{p}_x\right), \qquad x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \qquad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$$

الدوال الذاتية الثلاث الأولى للهزاز التوافقي:

$$\psi_n(x) = N_n H_n(x/x_0)e^{-x^2/2x_0^2}$$

$$H_0(x/x_0) = 1\,, H_1(x/x_0) = 2x/x_0\,, H_2(x/x_0) = 4x^2/x_0^2 - 2\,, \qquad N_n = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}2^n n! x_0}}$$

تكاملات خاصة: من أجل a عدد حقيقي موجب و b عدد حقيقي و n عدد طبيعي:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x/a}\,\mathrm{d}x = n!a^{n+1}\,, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\,, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2+2ibx}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-b^2/a}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n}e^{-ax^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1\times 3\times 5\times\cdots\times(2n-1)}{2^n a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}, \qquad n\neq 0$$

$$\int_0^\infty x\,e^{-x^2/a^2}\,\mathrm{d}x = \frac{a^2}{2}$$

نظرية الإضطراب المستقلة عن الزمن: في الترميز المعتاد:

$$E_n^{(1)} = \langle n^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle, \qquad |n^{(1)}\rangle = \sum_{k\neq n}\frac{\langle k^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}|k^{(0)}\rangle, \qquad E_n^{(2)} = \sum_{k\neq n}\frac{\left|\langle k^{(0)}|\hat{H}_{\text{pert}}|n^{(0)}\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$$

نظرية الإضطراب المرتبطة بالزمن: إذا كانت الجملة في اللحظة t_0 في الحالة $|i\rangle$، في الدرجة الأولى فإن احتمال أن توجد الجملة في الحالة $|f\rangle$ في اللحظة t بفعل الهاملتوني المضطرب $\hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{pert}}(t)$ هي $|C_f^{(1)}(t)|^2$، حيث:

$$C_f^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} e^{-i(E_i-E_f)t'/\hbar}\langle f|\hat{H}_{\text{pert}}(t')|i\rangle dt'$$

ثوابت فيزيائية:

$$E_R = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{a_0} = 13.60\,\text{eV}, \qquad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2}\frac{\hbar^2}{m} = 0.53\,\text{Å}\,, \qquad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

التمرين الأول:

- برهن على علاقة هاملتوني التصحيحات النسبية لمعادلة شرودينغر:

$$\hat{H}_R = -\frac{1}{2\,m_e\,c^2}\left(\frac{\hat{p}^2}{2\,m_e}\right)^2$$

تلميح: $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \cdots$. **الطاقة النسبية لجسيم هي** $E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$.

- هاملتوني الهزاز التوافقي هو:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\,\omega^2\hat{x}^2.$$

هذا الهزاز التوافقي يخضع لاضطراب من الشكل $\hat{H}_{\text{pert}} = -F\,\hat{x}$، حيث F ثابت. بين أن مسألة إيجاد الدوال الذاتية و القيم الذاتية للطاقة تقبل الحل تماما، و أوجد مستويات الطاقةالدقيقة، و اكتب عبارة دالة الحالة الأساسية.

- بين عدديا كيف تتأثر الحالة $n = 3\,,\ell = 2$ في ذرة الهيدروجين بالتفاعل سبين مدار:

$$H_{LS} = \alpha^2\,E_R\,A(r)\,\vec{\mathbf{L}}\cdot\vec{\mathbf{S}}/\hbar^2$$

أرسم مخططا تبين فيه هذا التأثير معينا بوضوح القيم العددية للإزاحة في الطاقة لكل مستوى.
يعطى $\langle A\rangle = 2/[n^3\ell(\ell+1)(2\ell+1)]$ في ذرة الهيدروجين.

التمرين الثاني:

- يتحرك جسيم كتلته m في بئر كموني أحادي البعد جانباه دالة خطية من الشكل

$$V(x) = -\frac{\hbar^2\sqrt{\pi}}{2\,m\,\beta^3}\,|x|$$

حيث β ثابت حقيقي موجب.

باستخدام دالة المحاولة المقننة:

$$\psi_t = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\,\alpha}}\,e^{-x^2/2\alpha^2}\,,$$

و بمعاملة α كوسيط تغيري، أوجد حدا أعلى لطاقة الحالة الأرضية.

- نعتبر الآن أن الكمون $V(x)$ أعلاه هو اضطراب صغير $\beta \ll 1$، لكمون الهزاز التوافقي. أوجد التصحيح للطاقة الأساسية من الدرجة الأولى.