



Chapitre 04

Modèle cinématique d'un robot en chaîne ouverte simple



Chapitre4 : Modèle cinématique d'un robot en chaîne ouverte simple

MODELISATION CINEMATIQUE

Le modèle cinématique est, littéralement, un modèle des vitesses. Il exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et les vitesses cartésiennes d'un point de la chaîne cinématique, généralement l'organe terminal.

Le modèle cinématique permet donc non seulement de compléter éventuellement le modèle géométrique en tenant compte des vitesses, mais aussi de remplacer le modèle géométrique: en agissant par accroissements successifs, on peut se déplacer d'un point donné à un autre.

Le modèle cinématique possède une propriété essentielle: il est une différentiation du modèle géométrique. Il est donc une linéarisation du système d'équations non linéaires représentant le modèle géométrique. Par conséquent on peut toujours facilement obtenir les transformations inverses puisqu'elles proviennent de l'inversion d'un problème linéaire.



MODELE CINEMATIQUE DIRECT (MCD)

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires. Il est noté :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q}$$

Où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne de dimension (m x n) du mécanisme, égale à $\frac{\partial X}{\partial q}$ et fonction de la configuration articulaire q . La même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct qui donne les variations élémentaires dx des coordonnées opérationnelles en fonction des variations dq , soit :

$$dx = J(q)dq$$



La matrice jacobienne

L'outil principalement utilisé pour traiter le problème de la cinématique des robots est la matrice jacobienne. Elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels.



Chapitre4 : Modèle cinématique d'un robot en chaîne ouverte simple

L'intérêt de la matrice jacobienne

- elle est à la base du modèle cinématique inverse, permettant de calculer une solution locale des variations articulaires dq connaissant les variations opérationnelles $d x$;
- en statique, on utilise le jacobien pour établir la relation liant les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs ;
- elle facilite le calcul des singularités et de la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot.



Chapitre4 : Modèle cinématique d'un robot en chaîne ouverte simple

Calcul de la matrice jacobienne par dérivation du MGD

Le calcul de la matrice jacobienne peut se faire en dérivant le MGD, $X = f(q)$ à partir de la relation :

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i(q)}{\partial q_j} \quad i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n$$

Où J_{ij} est l'élément (i,j) de la matrice jacobienne J .

Cette méthode est facile à mettre en œuvre pour les robots à deux ou trois degrés de liberté, mais elle devient de plus en plus compliquée dans le cas du manipulateur à six degré de liberté.



MODELE CINEMATIQUE INVERSE (MCI)

L'objectif du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration q donnée, les vitesses articulaires \dot{q} qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle \dot{X} imposée. On peut déterminer la différentielle articulaire dq correspondante à une différentielle des coordonnées opérationnelles spécifiée dX .



MODELE CINEMATIQUE INVERSE (MCI)

Pour obtenir le modèle cinématique inverse, on inverse le modèle cinématique direct en résolvant un système d'équations linéaires.

On peut écrire le modèle cinématique inverse sous la forme :

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{X}$$



EXEMPLE DE MODELISATION D'UN ROBOT

Un bras manipulateur possède trois degrés de liberté caractérisées par des mouvements de rotations ; Les trois premières articulations de ce manipulateur (rotoïde) caractérisent pour la première une rotation autour d'un axe vertical, la seconde et la troisième suivant deux axes horizontaux dont les mouvements sont identifiés par les variables q_1 , q_2 et q_3 . Donc il appartient à la classe des robots à structure ouverte simple.



Chapitre4 : Modèle cinématique d'un robot en chaîne ouverte simple

La représentation du bras de robot suivant la convention de **Denavit- Hartenberg** est représentée dans la figure.

Les paramètres du bras de robot suivant la convention de **Denavit- Hartenberg** sont donnés par le tableau.

j Numéro de la liaison	σ_j	α_j degrés	d_j mètres	θ_j variable	r_j mètres
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	-90	0	θ_2	0
3	0	0	D2=0.47	θ_3	0

La longueur de troisième bras est $D3=0.4m$.

